UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES ET LA FORMATION DES ENSEIGNANTS DU SECONDAIRE : SUR L'EXPÉRIENCE DU DÉPAYSEMENT ÉPISTÉMOLOGIQUE DES ÉTUDIANTS

THÈSE

PRÉSENTÉE

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DU DOCTORAT EN ÉDUCATION

PAR

DAVID GUILLEMETTE

FÉVRIER 2015

À mes parents

REMERCIEMENTS

La réalisation de cette thèse n'aurait pas été possible sans la contribution de nombreuses personnes que je souhaite remercier ici. D'abord, je remercie M. Louis Charbonneau, mon directeur de recherche, pour son soutien et sa confiance indéfectibles qui m'ont permis de mener mon travail avec assurance et enthousiasme. Son accueil et sa sollicitude n'ont pour moi aucun égal. Je lui suis infiniment reconnaissant pour toutes ces années de bienveillance. Je remercie aussi M. Luis Radford, mon codirecteur de recherche, pour les discussions joyeuses où se révèle un amour sans congé de la question. Le caractère et la vigueur de sa pensée ne cessent de m'inspirer. Aussi, je souhaite remercier, avec une grande tendresse, les participants de cette étude dont la générosité me touche profondément. Je garde en songe leur sourire et leur belle folie et leur souhaite une splendide carrière. En outre, je remercie feu M. Joël Sakarovitch, instigateur de tout ce mouvement, dont la voix porte toujours en moi une tonalité fondatrice. Je souhaite aussi remercier Jean-François Maheux, mon collègue et ami, dont la fougue mystérieuse m'a entrainé à plusieurs reprises là où il souffle un vent fort et vivifiant.

Enfin, je remercie tout spécialement ma compagne Chiara avec qui je pense librement, c'est-à-dire avec amour, car « dans l'amour uniquement l'homme s'éveille à son existence personnelle, dans l'amour seulement il actualise pleinement la totalité de son essence ».

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

RÉSUMÉ

Depuis plusieurs décennies, de nombreux chercheurs ont exploré les apports de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants. En parallèle, la présence de l'histoire des mathématiques s'est considérablement développée dans les milieux de pratique. Du côté de la recherche, plusieurs discours soulignent l'apport positif de l'étude de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants. Dans ce contexte, un concept récurrent est celui du dépaysement épistémologique. À ce propos, les chercheurs affirment que l'histoire des mathématiques bouscule les perspectives coutumières sur la discipline et met en évidence sa dimension historico-culturelle. Globalement, le dépaysement amènerait un regard critique sur l'aspect social et culturel des mathématiques. Ce concept a principalement été pensé dans le cadre de la formation des futurs enseignants et articulé à la lecture de textes historiques.

Commentées par de nombreuses études, ces considérations sur le dépaysement épistémologique n'ont toutefois pas encore fait l'objet de recherches systématiques de terrain qui donneraient véritablement la voix aux acteurs des milieux de formation. Ainsi, deux questions larges sont posées : « Comment ce dépaysement épistémologique se déploie-t-il à l'intérieur d'activités de formation basées sur la lecture de textes historiques? » et « De quelle manière s'inscrit-il dans le développement du devenir enseignant des étudiants? ».

Trois points de vue sur le dépaysement épistémologique sont ensuite présentés : celui de l'épistémologie historique, de l'humanisme et des approches socioculturelles. Le point de vue socioculturel est approfondi par l'exposition de la théorie de l'objectivation, une théorie émergente en didactique des mathématiques. Habitée par les questionnements que soulèvent ces différentes perspectives et appuyée par plusieurs concepts issus de la théorie de l'objectivation, cette étude se donne pour objectif de décrire le dépaysement épistémologique vécu par les futurs enseignants de mathématiques dans le cadre d'activités de formation où intervient l'histoire des mathématiques, en particulier la lecture de textes historiques.

Pour ce faire, une approche phénoménologique a été adoptée, afin d'expliciter le sens de l'expérience des apprenants. De plus, la perspective bakhtinienne amenée par la théorie de l'objectivation oriente certains éléments de méthodes de sorte que le cadre méthodologique puisse s'harmoniser avec la posture épistémologique sous-jacente. Concernant l'approche phénoménologique, essentiellement descriptive, elle vise à décrire le vécu subjectif des participants. Quant à la perspective bakhtinienne, elle invite à interroger la forme que peut prendre la description finale et générale, et ce que celle-ci peut recouvrir. Elle souligne qu'une œuvre scientifique ou littéraire peut être dite « polyphonique » dans la mesure où elle offre une forte pluralité de discours et de compréhensions du monde. Dans une telle œuvre, la réalité perd de son statisme et de son naturalisme. Habitée par cette perspective, cette thèse propose une description du vécu du dépaysement épistémologique qui prend la forme d'une narration polyphonique.

La sélection des participants de l'étude a été faite parmi les futurs enseignants du secondaire inscrits au cours *MAT6221 Histoire des mathématiques* offert à l'UQAM. Sept activités de lecture de textes historiques ont été menées en classe. Six étudiants ont été recrutés. Des captations vidéo des activités de classe, des entretiens individuels et un entretien de groupe ont été réalisés et ont fourni les données de l'étude. Pour les captations vidéo, une analyse séance par séance a permis de décrire le processus d'objectivation ayant eu cours en classe. Pour les entretiens individuels, le traitement et l'analyse des données ont suivi une procédure inspirée de celle de plusieurs chercheurs phénoménologues en sciences humaines. Elles ont mené à l'obtention de descriptions spécifiques du vécu du dépaysement épistémologique pour chaque participant. La narration polyphonique a ensuite été construite à partir d'extraits de l'entretien de groupe et augmentée et peaufinée à partir des phases précédentes d'analyse.

La description obtenue permet de fournir plusieurs regards, lesquels, mis en tensions, éclairent de manière féconde le vécu du dépaysement épistémologique. Plus spécifiquement, l'étude suggère que le dépaysement épistémologique implique : la perception des mathématiques comme fragiles, débutantes et précaires, le vécu d'une forte adversité dans l'interprétation des textes et le déploiement d'une empathie envers l'auteur. La narration polyphonique laisse présager que cette empathie se déploie aussi vers la classe de mathématique. Ces éléments suggèrent que les lectures de textes historiques, par le biais du dépaysement épistémologique qu'elles suscitent, supportent une éducation mathématique non violente.

Mots clés : histoire des mathématiques – didactique des mathématiques – formation des enseignants en mathématiques – dépaysement épistémologique – théorie de l'objectivation – approche phénoménologique – narration polyphonique.

INTRODUCTION

Le monde de l'éducation mathématique, que ce soit dans les milieux de recherche ou de pratique, est depuis plusieurs décennies habité par des mouvements de changement et de renouveau dirigés vers une « humanisation » des mathématiques. De nombreux discours s'élèvent et soulignent, entre autres, le besoin d'introduire une perspective culturelle, sociologique, philosophique ou historique sur les mathématiques et leur enseignement, et ce, dans un cadre interdisciplinaire ou multidisciplinaire. Ces réflexions s'inscrivent en porte à faux avec un formalisme éteint, une approche culturellement centrée ou un apprentissage algorithmique stérile, lesquels sont jugés néfastes à une éducation riche, lucide et ouverte en mathématiques. Concernée par ces mouvements importants, cette recherche doctorale se penche particulièrement sur la présence de l'histoire des mathématiques et d'éléments de nature historique et culturelle dans le contexte de l'éducation mathématique, et plus particulièrement dans le cadre de la formation des enseignants de mathématiques du secondaire.

Le premier chapitre développe la problématique de recherche autour d'un concept récurrent dans la littérature, le *dépaysement épistémologique*. Pensée principalement dans le cadre de la lecture de textes historiques et de la formation des futurs enseignants, l'hypothèse du dépaysement épistémologique souligne que l'histoire des mathématiques frappe et étonne en raison de la diversité des mathématiques à travers les cultures et l'histoire des sociétés. Ce qui susciterait, pour les futurs enseignants, de nombreuses réflexions quant à la nature, la forme et l'usage des objets mathématiques. Ce dépaysement mènerait alors à une compréhension culturelle des mathématiques en incitant à une réflexion historico-antropologique sur l'activité mathématique et à un repositionnement de la discipline comme activité humaine. Cela dit, peu d'études empiriques semblent avoir investigué directement cette hypothèse. Des efforts certains de la communauté sont constatés, mais des difficultés, particulièrement d'ordre méthodologique, semblent freiner les développements conceptuels autour de cet argument majeur et le développement d'appuis pour les milieux de formation.

Le second chapitre met en place les outils conceptuels nécessaires à l'étude de ce phénomène du dépaysement épistémologique. Après une exploration plus approfondie des travaux spéculatifs sur celui-ci, ce second chapitre développe un cadre conceptuel étayé par les approches socioculturelles en didactique des mathématiques, notamment par la théorie de l'objectivation. À partir de cet appareillage conceptuel, un objectif de recherche précis est ensuite posé : décrire le dépaysement épistémologique vécu par les futurs enseignants de mathématiques dans le cadre d'activités de formation où intervient l'histoire des mathématiques, en particulier la lecture de textes historiques.

Le troisième chapitre décrit les approches méthodologiques choisies, les ressources instrumentales et opérationnelles déployées, ainsi que les démarches d'analyse de données envisagées. Une bonne partie de ce chapitre est consacrée à la présentation des approches méthodologiques choisies, c'est-à-dire l'approche phénoménologique en sciences humaines et la perspective dialogique bakhtinienne, et à leur pertinence quant à la problématique de recherche. Vient ensuite une description du contexte de l'étude et des sources de données. Sept activités des lectures de textes historiques (A'hmosè, Euclide, Archimède, Al-Khwarizmi, Chuquet, Roberval, Fermat) ont été construites et mises en œuvre lors d'un cours d'histoire des mathématiques dans le cadre du baccalauréat en enseignement secondaire (concentration mathématiques) à l'UQAM. Six participants ont été recrutés parmi les étudiants du groupe. Des captations vidéo des activités de classe, des entretiens individuels et un entretien de groupe ont constitué les outils de collecte de données. Les bandes vidéo, ainsi que les retranscriptions des différents entretiens constituent les données de l'étude. Enfin, les démarches d'analyses prévues, ainsi que la forme de la description finale sont présentées.

Le quatrième chapitre présente les descriptions des activités de classe obtenues à partir de l'analyse des captations vidéo, ainsi que les descriptions spécifiques obtenues à partir de l'analyse phénoménologique des retranscriptions des entretiens individuels. Les phases de traitement et d'analyse de données qui ont mené à ces descriptions y sont aussi soigneusement exposées. Le chapitre se termine par la présentation des phases et des modalités d'écriture qui ont mené à la production de la description finale du dépaysement épistémologique vécu par les participants. Cette description finale, présentée au chapitre suivant, a été construite à partir des descriptions des activités de classe et des descriptions spécifiques obtenues à partir des témoignages de participants.

Le cinquième et dernier chapitre est constitué entièrement de la description finale du dépaysement épistémologique. Cette description qui prend la forme d'une narration polyphonique comporte trois parties abordant chacune une thématique différente.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

Dans ce premier chapitre, sont mis en relief les différents éléments de problématisation issus d'un travail d'appropriation du champ de recherche sur l'histoire des mathématiques et l'enseignement-apprentissage des mathématiques. De ces éléments de problématisation, sont dégagées des questions de recherche qui orientent la démarche de cette thèse.

1.1 Émergence d'un champ de recherche

1.1.1 Histoire et enseignement des mathématiques : les débuts

Depuis plusieurs décennies, de nombreux penseurs, chercheurs et enseignants se sont penchés sur les arguments et les méthodes qui appuient l'introduction de l'histoire dans la classe de mathématiques. Dès le début du 20^{e} siècle, pédagogues (Barwell, 1913), philosophes (Bachelard, 1938/2004) et mathématiciens (Klein, 1908; Poincarré, 1889; Pólya, 1962; Smith, Luse et Morss, 1930; Toeplitz, 1927/1963) s'y sont intéressés.

À partir des années soixante-dix, ce champ d'intérêt connait une hausse importante de popularité. Un nombre important d'articles, publications, livres, recueils, conférences, groupes de recherches touchant plus ou moins directement l'histoire et l'enseignement des mathématiques sont issus de cette période d'effervescence. En effet, rappelons que le début des années soixante-dix a été marqué, notamment en France, mais aussi ailleurs en Europe et en Amérique du Nord, par la réforme dite « des mathématiques modernes ». À l'époque, les promoteurs de cette réforme dénonçaient le style poussiéreux et rétrograde de l'enseignement des mathématiques et reprochaient alors l'absence d'une conception globale et unifiée de la discipline. Associé au développement du paradigme structuraliste en sciences humaines, ce renouveau de l'enseignement des mathématiques devait alors donner, selon une terminologie de l'époque, le dernier « spectacle » des mathématiques formelles, articulé particulièrement à la théorie des ensembles de Cantor alors très en vogue dans le milieu académique.

Assez vite, cette réforme et sa mise en œuvre sont remises en cause, celle-ci présentant les mathématiques comme un langage et appuyant l'idée des mathématiques comme discipline de sélection scolaire. Les travaux concernant l'histoire des mathématiques et les rapports qu'elle entretient avec l'enseignement et l'apprentissage ont constitué alors, pour les chercheurs et les enseignants, « une thérapeutique contre le dogmatisme et un ensemble de moyens leur permettant de mieux s'approprier et de maitriser leur savoir » (Barbin, 2012, p. 546). Cet engouement a mené au développement de nombreuses situations d'apprentissage, de problèmes mathématiques, de séquences d'enseignement et de liens divers avec l'histoire des mathématiques, ainsi qu'à la parution de nombreuses études spéculatives et empiriques questionnant le rôle des éléments de nature historique, sociale et culturelle dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques.

C'est lors du deuxième *International Congress on Mathematics Education* (ICME) en 1972, qu'apparut un premier groupe officiel de chercheurs internationaux : l'*International study group on the relation between the History and Pedagogy of Mathematics* (HPM). Depuis, le groupe HPM organise un congrès international tous les quatre ans et publie son propre journal en ligne trois fois par année. En France, *l'European Summer University on the Epistemology and History in Mathematics Education* (ESU) est une initiative plus récente (1993) des Instituts Universitaires de Formation de Maitres (IUFM) (*voir* Barbin, Stehlíková et Tzanakis, 2008). L'ESU tient d'importantes conférences tous les trois ans. Enfin, lors du *Congress of the European society for Mathematical Education* (CERME) qui s'est tenu à Lyon en 2009, le groupe de recherche sur *The Role of History of Mathematics in Mathematics Education : Theory and Research (WG12,* pour *working group 12)* est apparu. Ce nouveau groupe de jeunes chercheurs se concentre exclusivement sur la recherche empirique (Jankvist, 2009a).

Enfin, plusieurs études apparaissent aujourd'hui régulièrement dans des revues portant sur l'enseignement des mathématiques en général comme *Educationnal Studies in Mathematics* (ESM), *For the Learnig of Mathematics* (FLM), ou encore *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education* (MJRME).

1.1.2 L'étude *ICMI* et après

Jusqu'à récemment, il semblait que tous, enseignants et chercheurs, s'entendaient pour dire que l'histoire est bénéfique et se veut d'emblée un outil motivationnel et cognitif efficace dans l'apprentissage des mathématiques (Charbonneau, 2006). En effet, un mouvement d'enthousiasme mêlé d'une grande inventivité anime le milieu depuis la création de ces entités de recherche. Cependant, depuis maintenant une dizaine d'années, la recherche autour de l'utilisation de l'histoire des mathématiques se restructure. De nouveaux questionnements font suite à la parution d'un ouvrage important : *History in mathematics education : the ICMI study* (Fauvel et van Maanen, 2000). Véritable bilan de santé du domaine de recherche, le livre rassemble les réflexions, interrogations et inquiétudes des chercheurs du moment. Ces derniers prennent dorénavant du recul face à leurs travaux et tentent de construire des outils d'investigations plus raffinés.

Depuis la publication de cette étude, les chercheurs doutent de plus en plus sérieusement de l'efficacité et de la pertinence de nombreux exemples d'application en classe (Bakker et Gravemeijer, 2006; Siu, 2000). Ils questionnent la transférabilité des expériences positives rapportées par les enseignants des différents niveaux académiques (Schubring, 2007; Tzanakis et *al.*, 2000). Ils font preuve d'une plus grande prudence quant aux capacités des étudiants et des enseignants devant les difficultés liées à l'étude de l'aspect historique de certaines notions (Charbonneau, 2005; Jankvist, 2009a). Plusieurs chercheurs tentent désormais de cibler les difficultés rencontrées par les enseignants désireux d'introduire l'histoire des mathématiques dans leurs cours (Burn, 1998; Fried, 2001, 2008a). Pire, en voulant jouer à l'avocat du diable, Siu (2007) dresse la liste des 16 raisons pour lesquelles il n'utilise pas l'histoire des mathématiques dans sa classe. Enfin, le manque de données empiriques probantes quant à l'apport et au potentiel de l'histoire des mathématiques à l'apprentissage est encore rapporté par plusieurs (Jankvist, 2009b; Lederman, 2003; Siu et Tzanakis, 2004; Siu, 2007).

Bref, le champ de recherche semble essoufflé quant à la production et au design d'activités d'apprentissage, de situations problèmes ou de séquences d'enseignement. Les activités des chercheurs du milieu se déplacent dorénavant vers la recherche en termes de fondements didactiques et pédagogiques à partir desquels il serait possible de mieux penser le rôle de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques, ainsi que le développement de cadres théoriques et conceptuels permettant de fournir les appareillages nécessaires à la production d'investigations plus fines (Kjeldsen, 2012).

1.1.3. Difficultés et réticences

Les réticences quant à l'utilisation de l'histoire sont donc nombreuses et prennent de l'importance dans les études récentes. Ces réticences se profilent sous deux aspects. D'une part, plusieurs ne semblent pas accorder une réelle importance aux arguments qui appuient son introduction en classe. D'autre part, certains y voient de nombreuses possibilités, mais redoutent gravement les difficultés liées à son utilisation et la faisabilité des situations proposées. Dans cette section, quelques éléments constitutifs de ces discours critiques seront mis en relief.

Dans une importante série d'articles, Fried (2001, 2007, 2008b) discute en profondeur de ces deux aspects. Il met d'abord en relief la difficulté de traiter convenablement de l'histoire en classe de mathématiques. Très souvent l'histoire prend la forme d'anecdotes et de capsules historiques qu'il voit d'un très mauvais œil. D'ailleurs, au milieu des années quatre-vingt-dix, Le Goff (1994) critiquait déjà l'introduction d'une histoire plaquée formant un écran devant les mathématiques. Fried, lui, y voit le risque d'une dénaturation de l'histoire, celle-ci pouvant être contaminée par une vision moderne des mathématiques qui écrase l'historicité des concepts et aseptise la lecture historique. Les risques d'anachronisme et de lectures faussement progressives de l'histoire sont élevés. Il souhaite que l'histoire soit prise au sérieux et que son étude soit prudente et attentive. Dans cette perspective, Fried propose les approches d'« accommodation radicale » et de « séparation radicale » (2001). Il postule que l'étude des mathématiques d'une époque donnée doit se faire en symbiose avec le contenu visé du cours ou se séparer carrément du contenu mathématique moderne enseigné. Pour Fried, il ne doit pas y avoir de demi-mesure.

Qu'en est-il alors de la pertinence de l'histoire? L'histoire des mathématiques devrait-elle rester à sa place et ne pas interférer dans le cours de mathématiques? Avec de telles « accommodations » et une telle « prise au sérieux de l'histoire », est-il maintenant illusoire de penser introduire l'histoire avec un temps de classe limité? Fried répond (2007) à ces critiques soulevées par Nooney (2002) en précisant le rôle de l'enseignant dans le cadre de la lecture de textes historiques. D'entrée de jeu, il souligne que la lecture d'un document historique est différente pour le mathématicien et pour l'historien. L'objectif de l'historien est de se plonger dans l'époque du mathématicien, de percevoir les idiosyncrasies de ce dernier et de situer l'ouvrage dans le continuum du développement des mathématiques. Quant au mathématicien, il tente de son côté de décoder les symboles désuets, de les restituer au langage moderne et de saisir l'aspect essentiellement mathématique des propos de l'auteur. Il qualifie de *diachronique* la lecture de l'historien et de *synchronique* la lecture du mathématicien, termes qu'il emprunte à De Saussure. Fried affirme que connaitre véritablement un concept mathématique signifie le connaitre à la fois synchroniquement, c'est-à-dire en considérant sa situation à l'intérieur du système de concepts mathématiques actuel, et diachroniquement, c'est-à-dire en considérant son historicité, son évolution dans le temps et l'espace.

Pour Fried, la lecture synchronique des objets mathématiques est trop souvent renforcée par les enseignants et les mathématiciens. Au contraire, le rôle de l'enseignant devrait être précisément de faire constamment basculer l'apprenant entre ces deux visions. C'est ce travail de va-et-vient continuel qui doit faire émerger chez l'apprenant une certaine conscience de ses propres conceptions des mathématiques, de son individualité face à la matière et de la possibilité pour lui de se confronter de façon constructive avec les conceptions des autres. La question du temps de classe et de l'interférence avec les mathématiques du curriculum devient alors superflue et aussitôt invalidée. Comme il en sera question plus loin, les travaux de Fried invitent ainsi à la réflexion concernant les arguments qui appuient l'utilisation de l'histoire, et ce, en termes de fondements pédagogiques et, plus largement, éducationnels.

Un autre travail des plus exhaustifs quant aux critiques et difficultés liées à l'utilisation de l'histoire est sans doute celui de Siu (2007) dans lequel il dresse la liste de 16 arguments qui s'avèrent être, selon l'auteur, les raisons les plus fréquemment invoquées pour ne pas utiliser l'histoire en classe. Ces facteurs exprimés sous forme de questions ou d'exclamations, comme celles qui seraient posées par les enseignants eux-mêmes, ont pour but de « ramener le chercheur sur Terre » et de lui permettre de « voir plus clairement les problématiques et inquiétudes du milieu scolaire » (*id.*, p. 369, traduction libre). D'une certaine façon, il vise à mettre en garde les chercheurs par rapport à leur possible trop plein d'enthousiasme et les invite à être davantage à l'écoute des enseignants. Ainsi, ces derniers clament que « l'histoire ce n'est pas vraiment des mathématiques », qu'« il est déjà difficile dans le temps qui nous est imparti de couvrir les notions prévues » ou qu'« il est ridicule de regarder en arrière quand il faut constamment progresser avec les élèves ». D'autres mentionnent que « les élèves ne deviennent pas véritablement meilleurs en mathématiques », que « les élèves n'aiment pas l'histoire en général », que « cela risque de rendre la matière encore plus complexe à leurs yeux », que « l'étude de textes originaux est trop difficile » ou que « les élèves n'ont pas encore assez de culture générale pour apprécier ce genre d'activité ». C'est à partir de ces témoignages que Siu en appelle à la communauté recherche pour donner davantage la parole aux enseignants de mathématiques et prendre en considération leurs réticences et difficultés par rapport à l'histoire des mathématiques plutôt que de se lancer précipitamment dans le développement d'outils d'apprentissage et d'enseignement.

En effet, Siu souligne que les enseignants se plaignent du manque de ressources et de formations et questionnent leurs propres capacités à aborder adéquatement l'aspect historique des notions enseignées. Craignant de faire paraitre un certain chauvinisme culturel ou de teinter leur discours d'un aspect « culturocentré », plusieurs évitent débats et réflexions autour de l'aspect socioculturel des mathématiques. D'autres jugent difficile, voire impossible, d'évaluer les compétences de leurs élèves en ce qui concerne l'aspect historique des notions abordées.

Enfin, Siu relève un ultime argument en posant la question : « Existe-t-il de véritables données empiriques probantes montrant un meilleur apprentissage chez les élèves lorsque l'histoire des mathématiques est introduite dans la classe? ». Bien entendu, cette question interpelle de façon directe le chercheur et en soulève de nombreuses autres concernant le statut de la recherche empirique dans le domaine. Il sera question plus loin de cet aspect de la recherche.

Globalement, de nombreuses questions centrales subsistent dans le champ de recherche. Malgré un réel engouement des chercheurs et la création de nombreux pôles de recherche à travers le monde, notamment en France, au Danemark, en Italie, aux États-Unis et, plus récemment, en Asie du Sud Est, le champ de recherche tarde à s'établir de façon pérenne et de nombreux appels au renouveau se font entendre. Comme souligné, ces questions concernent, entre autres, les fondements éducationnels et pédagogiques d'une perspective historico-culturelle en classe, le besoin de donner la voix aux acteurs du milieu quant à cette introduction et, plus largement, la nature et les modalités de l'investigation empirique ayant cours dans le milieu de recherche.

1.2 Émergence de l'histoire des mathématiques dans les milieux de pratique

1.2.1 Dans les curricula

Parallèlement à ce mouvement de la recherche, une tentative d'humanisation des mathématiques est de plus en plus présente dans les curricula de mathématiques à travers le monde (Barbin, 2006; Fasanelli et *al.*, 2000). Au Québec, l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe se voit même dorénavant prescrite par le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) qui souligne l'importance pour l'élève de reconnaitre l'apport des mathématiques à la science, aux technologies et à la culture des sociétés et des individus. Les éléments culturels et historiques font ainsi partie intégrante de l'application du programme. Ce caractère obligatoire de l'insertion de repères culturels dans l'enseignement est nouveau et caractéristique de ce programme. Ce dernier présente l'histoire comme un moyen de dynamiser les mathématiques par la prise de conscience de son aspect évolutif (Charbonneau, 2006).

Au primaire, le programme prescrit que l'élève devra établir des liens entre les besoins des sociétés et l'évolution des mathématiques ou des technologies. Au premier cycle du secondaire, le programme souligne que les élèves devront, par l'entremise de l'histoire, mieux saisir le sens et l'utilité des mathématiques, découvrir que l'évolution des mathématiques est liée à des besoins ressentis dans les sociétés et que les savoirs mathématiques sont le fruit de longs travaux de chercheurs. Dans la section « contenu de formation », le programme indique que :

> Les élèves devront être amenés à situer les concepts mathématiques dans un contexte historique et social, à voir leur évolution et à cerner les problématiques qui ont suscité leur développement et les concepts comblés par ce processus, ainsi qu'à reconnaitre l'apport des mathématiques à la science, aux technologies et à la culture des sociétés et des individus (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2003, p. 248).

Dans l'esprit du programme, il est à remarquer que l'histoire, pensée comme environnement d'apprentissage et non pas comme contenu, vise à placer les mathématiques dans un contexte sociohistorique et culturel large, tout en permettant d'humaniser les mathématiques et d'y associer le visage de mathématiciens ayant œuvré à leur développement. Au second cycle du secondaire, le programme fournit des repères culturels plus précis et nombreux (Charbonneau, 2006).

1.2.2 Dans les milieux de formation des maitres

Ces prescriptions concernant la présence de l'histoire dans la classe de mathématiques soulèvent toutefois de nombreuses questions quant aux enseignants et à leur capacité à mener ce type d'activités et à mobiliser des aspects historiques dans leurs enseignements. Depuis plus de 20 ans, la présence de l'histoire des mathématiques dans les milieux de formation des maitres a augmenté considérablement dans de nombreux pays. Cependant, malgré les différents objectifs associés à l'introduction de l'histoire des mathématiques dans la formation des maitres en mathématiques, cette présence, implicite ou explicite, a pris la forme d'initiatives particulières à chaque établissement de formation des maitres. Ainsi, les objectifs et les moyens employés ne font pas l'objet de consensus largement établi et le statut de l'histoire dans la formation des enseignants de mathématiques ne semble pas encore bien défini (Schubring et *al.*, 2000).

Au Québec, dans son document d'orientation pour la formation des maitres, le MELS souligne que l'enseignant du secondaire doit « agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions » (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport, 2001, p. 61). Il est souligné que « situer les points de repère fondamentaux et les axes d'intelligibilité (concepts, postulats et méthodes) des savoirs de sa discipline afin de rendre possibles des apprentissages significatifs et approfondis chez les élèves » et « prendre une distance critique à l'égard de la discipline enseignée » (*id.*, p. 64) sont des composantes essentielles de cette toute première compétence. Dans la description de ses composantes, le ministère affirme que :

> Le pédagogue cultivé ne peut se limiter à n'être qu'une courroie de transmission de contenus produits en dehors de lui comme si ces contenus étaient neutres. Non seulement il lui faut se les approprier et en saisir la structure, mais il doit aussi en voir les conditions d'émergence et les limites. En ce sens, le maitre doit être capable de procéder à une lecture critique de la discipline enseignée et du programme de formation. [...] Un enseignement culturel des disciplines requiert une compréhension de la genèse et de l'épistémologie de la discipline (*ibid.*).

En ce qui concerne les mathématiques, il semble, aux yeux du ministère, que l'enseignant se doit de reconnaitre que ces dernières ont évolué dans le temps et dans l'espace, qu'elles ne descendent pas du ciel, qu'elles sont une activité humaine arborant de multiples facettes au gré des cultures, des sociétés et de l'histoire. Une compréhension profonde de la genèse et de l'épistémologie des mathématiques chez l'enseignant apparait nécessaire, ne serait-ce que pour répondre adéquatement aux prescriptions du programme de formation au secondaire décrit plus haut. Ces attentes, pesant lourdement sur les épaules des enseignants, impliquent un questionnement important quant à la formation de ces derniers, autant dans les milieux de formation des maitres que du côté de la recherche. Comme il en sera question plus loin, les recherches actuelles sur la formation des enseignants demeurent rares et les quelques investigations sur ces aspects cruciaux permettent peu d'appuyer les pratiques de formation à l'enseignement.

1.3 Apport de l'utilisation de l'histoire : les recherches spéculatives

1.3.1 Tentatives de catégorisations de Jankvist

Ainsi, un besoin important se fait sentir dans la communauté afin de construire des outils critiques permettant de porter un regard aiguisé sur la recherche actuelle. On cherche à classer, à catégoriser et à évaluer les recherches de l'heure du domaine. On tente d'éclaircir les discours en répertoriant les objectifs poursuivis par les chercheurs, les moyens employés et les concepts utilisés. Plusieurs tentatives de catégorisation concernant essentiellement le « comment » et le « pourquoi » de l'utilisation de l'histoire ont paru suite à l'*ICMI study* (Fried, 2001; Furinghetti, 2004; Gulikers et Blom, 2001; Tang, 2007; Tzanakis et Thomaidis, 2007; Tzanakis, 2000).

Récemment, Jankvist (2009b) a fait paraitre d'importants travaux dans lesquels un certain recensement de ces catégorisations est entrepris. Il tente de répertorier l'ensemble des méthodes utilisées afin d'introduire l'histoire des mathématiques dans la classe (le « *how* ») et l'ensemble des arguments appuyant cette introduction soulignés par les chercheurs, enseignants et mathématiciens (le « *why* »). Pour l'auteur, cette distinction vise, d'une part, à éviter une confusion répandue dans plusieurs études entre méthodes et arguments et, d'autre part, à faciliter l'observation et l'analyse des interrelations entre ces deux aspects de la recherche. Pour Jankvist, ces interrelations restent d'ailleurs très peu discutées dans la littérature.

Concernant le « comment » de l'utilisation de l'histoire, Jankvist regroupe les méthodes proposées en trois catégories : *l'approche anecdotique*, *l'approche par modules d'apprentissages* et *l'approche historique intégrée*. La première correspond à l'introduction de faits isolés, de capsules historiques ou d'anecdotes particulières. Il donne l'exemple de Lindstrøm (1995), mathématicien norvégien, qui, à la fin des chapitres de son manuel, présente une petite rubrique concernant le développement dans l'histoire des notions abordées. Pour décrire cette approche, Jankvist donne l'image « d'épices » ajoutées à la casserole mathématique. Il semble approprié de souligner que les approches adoptées par la grande majorité des collections de manuels de mathématiques au Québec entrent dans cette catégorie.

L'approche par modules d'apprentissages, très répandue, propose des situations problèmes ou des séquences d'enseignement s'étendant plus ou moins dans la durée, basées sur l'histoire et portant sur un sujet mathématique précis. Il s'agit d'éléments ponctuels de l'histoire des mathématiques présentant un certain potentiel qui sont étayés mathématiquement et didactiquement. L'utilisation de sources primaires ou secondaires, la lecture de textes historiques ou l'élaboration de projets de recherches par les étudiants en sont des exemples.

Quant à l'approche historique intégrée, elle s'inspire des développements historiques de l'objet mathématique étudié pour l'élaboration d'une séquence complète d'enseignement. De façon directe ou indirecte, l'histoire se retrouve dans la classe de mathématiques au travers des stratégies adoptées par l'enseignant, de son attitude face à la présentation des sujets d'étude, des questions soulevées à partir du contexte historique ou de l'enchainement des concepts abordés. Essentiellement, cette troisième catégorie regroupe l'ensemble des pratiques basées sur l'approche génétique issue des travaux de Toeplitz (1927/1963), laquelle sera remise au goût du jour par Freudenthal (1991). Dans son article, Jankvist (2009b) dresse une liste importante de travaux associés à chacune de ces catégories.

Quant à la question du « pourquoi », elle serait pour Jankvist divisée en deux catégories, lesquelles sont associées à deux visions particulières de l'histoire. D'une part, celle-ci peut être perçue comme un *outil* motivationnel ou cognitif pouvant venir en aide ou accompagner l'enseignement ou l'apprentissage des mathématiques. Les facteurs motivationnels, l'humanisation des mathématiques, le support cognitif pour l'élève, l'accès à des problèmes variés et enrichissants ou la réflexion didactique autour d'obstacles épistémologiques précis sont des arguments associés à cette perception de l'histoire comme un outil.

D'autre part, un certain type de discours clame que l'enseignement de l'histoire des mathématiques en tant que telle contribue à l'apprentissage des mathématiques dans le sens où on y apprend ce que sont les mathématiques. Jankvist n'hésite pas à parler de l'apprentissage de « l'esprit » des mathématiques au travers de l'histoire des mathématiques (*id.*, p. 239). Dans ce sens, l'histoire des mathématiques est perçue comme un *objectif en soi*. Montrer que les mathématiques sont en constante évolution dans le temps et dans l'espace, qu'elles ne descendent pas du ciel, qu'elles sont une activité humaine arborant de multiples facettes selon les cultures et les sociétés et que son évolution est issue de motivations intrinsèques et extrinsèques animant les mathématiciens dans leur époque sont des visées qui relèvent d'une vision de l'histoire perçue comme un objectif en soi.

D'une certaine façon, pour Jankvist, il est possible de classer les discours et, *a fortiori*, les études portant sur l'histoire des mathématiques en observant l'intention pédagogique derrière son utilisation. Si l'intention concerne plus spécifiquement l'enseignement et l'apprentissage d'objets mathématiques particuliers, l'histoire serait alors perçue comme un outil. Autrement, si l'intention concerne principalement les réflexions dites « métamathématiques », telles les réflexions sur l'historicité des mathématiques et leurs aspects culturels, la rigueur mathématique et son évolution, les réflexions ontologiques et épistémologiques sur la nature des mathématiques et leurs modalités de développement ou encore les réflexions concernant la relation entre le développement de l'objet mathématique et de sa notation, l'histoire serait alors perçue comme un objectif en soi.

Mais, certaines approches s'agencent-elles mieux avec un type particulier d'objectifs? Autrement dit, y a-t-il des agencements plus efficaces entre méthodes et arguments concernant l'utilisation de l'histoire? Jankvist (*id.*, p. 251) mentionne qu'il « n'y a pas de recette miracle » et que l'ensemble des agencements argument/méthode sont possibles. Cependant, il souligne que certaines catégories de « comment » et de « pourquoi » s'agencent plus naturellement. Par exemple, l'approche anecdotique se rapproche plutôt de l'histoire perçue comme un outil. Il mentionne qu'il est difficile de s'engager dans des réflexions métamathématiques profondes à partir de simples capsules historiques ou d'anecdotes ponctuelles. Pour rencontrer les visées d'une activité à travers laquelle l'histoire est perçue comme un objectif en soi, il serait préférable d'opter pour l'approche par modules. En effet, celle-ci permettrait un certain ancrage des réflexions métamathématiques aux objets mathématiques étudiés. Aussi, cette approche par modules pourrait être plus facilement envisagée pour un cours ou pour d'autres activités d'enseignement entièrement consacrées à l'étude de l'histoire des mathématiques. Cependant, Jankvist se garde de fournir des prescriptions rigides quant à ces diverses observations.

1.3.2 Les hypothèses de Barbin

D'autre part, Barbin (1994, 1997, 2006, 2012) s'est aussi questionnée sur les arguments en faveur de l'utilisation de l'histoire. De son côté, elle met en relief principalement trois hypothèses. Ces hypothèses, comme en en témoigne leur présence dans bon nombre des études parues dans les actes du dernier congrès international HPM (Wang et Choi, 2012), sont très répandues dans la littérature actuelle.

Une première hypothèse concerne le fait que l'histoire pourrait offrir une *compréhension culturelle* des mathématiques. Comme elle le mentionne : « L'intégration de l'histoire des mathématiques nous inviterait à ancrer le développement des mathématiques dans un contexte sociohistorique et culturel large et à repousser les limites établies des objets à l'intérieur de la discipline » (citée dans Jahnke et *al.*, 2000, p. 292, traduction libre). C'est-à-dire que l'histoire des mathématiques se voudrait le moyen de situer les objets mathématiques étudiés dans une perspective de continuum historique et dans un contexte historique et social large. Ainsi, l'histoire permettrait de reconnaitre l'évolution des mathématiques et de cerner les problématiques qu'ont suscité leur développement et les concepts engagés dans ce processus. En outre, dans cette perspective, les liens qui unissent les notions mathématiques prennent une dimension différente et s'éloignent du simple enchainement des notions à l'intérieur d'un programme d'études ou des manières selon lesquelles les concepts de la discipline sont classiquement organisés. Autrement dit, l'histoire, par cette compréhension davantage culturelle, permettrait d'établir des liens entre les différents pans de la discipline, liens qui divergent de ceux classiquement établis à l'intérieur des curricula.

Une deuxième hypothèse souligne que l'intégration de l'histoire amènerait un *repositionnement* des mathématiques. C'est-à-dire que « l'intégration de l'histoire permettrait de percevoir les mathématiques comme une véritable activité intellectuelle plutôt qu'un simple corpus de connaissances, qu'une simple collection d'outils disparates » (*ibid.*, traduction libre). Ce repositionnement implique que les mathématiques ne sont plus perçues comme finies, figées et inaltérables, mais plutôt vécues comme un ensemble de potentialités pour une activité mathématique culturellement ouverte, variée et contextualisée, potentialités qui sont susceptibles d'être altérées, réinventées et renouvelées.

Ces deux premières hypothèses sont liées à une volonté d'humaniser les mathématiques, d'en souligner l'historicité et de rendre plus flexible le cadre de travail proposé aux apprenants. Il s'agit de dimensions fréquemment reprises dans la littérature (Guillemette, 2009; Jankvist, 2010; Kjeldsen et Blomhøj, 2009).

Enfin, la dernière hypothèse, présentée comme centrale par l'auteure, est celle du *dépaysement épistémologique*[1]. Dans ce sens, « l'histoire des mathématiques aurait la vertu d'étonner, elle rend le familier inusité, elle nous dépayse [...] l'apprenant se voit engagé dans un processus où il est forcé de se réapproprier le sens des objets enseignés ou à être enseignés » (citée dans Jahnke et *al.*, p. 292, traduction libre). Centrée particulièrement sur la fréquentation des textes historiques et des sources primaires, cette dernière hypothèse souligne que l'étude de l'histoire permettrait aux étudiants de remettre en question leurs propres conceptions et expériences associées aux objets mathématiques par la rencontre et la comparaison d'une autre culture mathématique, celle d'une autre époque. Ainsi, l'histoire dépayse puisqu'elle offre des lieux où il est possible de faire des expériences radicales de l'altérité en mathématiques, d'être dépaysé épistémologiquement par la rencontre d'individualités éloignées historiquement et culturellement en mathématiques.

La puissance de cette dernière hypothèse apparait plus grande que les deux premières quant à l'impact sur la posture des étudiants face aux objets mathématiques

[1] Le terme dépaysement épistémologique a été traduit dans les travaux anglophones par le terme *reorientation* ou *disorientation*.

et à l'activité mathématique en tant que telle. Le dépaysement en question ne se contente pas de donner un visage humain ou un aspect concret ou intellectuel aux mathématiques, mais souligne plutôt la possibilité de toucher l'apprenant par l'étonnement et l'inusité jusqu'à le pousser à reconnaitre, voire à reconsidérer, sa propre position épistémologique face à l'activité mathématique. En effet, non seulement l'histoire enrichirait la compréhension conceptuelle des objets étudiés, mais cette réappropriation serait aussi associée à un rappel que ces notions ou concepts mathématiques ont été inventés et que cette invention ne s'est pas faite d'elle-même, mais par des hommes dans leur contexte culturel, social et historique.

Globalement, le dépaysement épistémologique chez Barbin provient du souci de mettre en relief l'historicité des objets mathématiques par l'étonnement de l'apprenant face à une posture, un cadre de référence, une démarche ou une notation particulière, éloignée de celles d'aujourd'hui. Pour elle, l'histoire des mathématiques est une source de rencontres qui sont susceptibles d'engendrer un dépaysement fondateur dont l'effet catalytique pousse l'apprenant à remettre en question une vision naïve de la discipline et des objets étudiés, une vision dans laquelle ces derniers transcenderaient les époques et les cultures en gardant une forme et un sens immuable. Introduire l'histoire des mathématiques remplace l'habituel par le différent et bouscule les perspectives coutumières des mathématiques en rendant le familier inusité. Comme cela survient lorsqu'une personne se trouve dans un contexte étranger, après une phase initiale de confusion et de perplexité, il y a des tentatives de rétablissement de sens. Pour plusieurs auteurs, ce phénomène de dépaysement épistémologique devrait être particulièrement visé à travers les cours d'histoire des mathématiques chez les futurs enseignants ou les enseignants en service (Bagni, Furinghetti et Spagnolo, 2004; Charbonneau et Guillemette, 2013; Lawrence, 2008).

Tentons alors d'illustrer plus clairement ces trois hypothèses de Barbin. Imaginons, par exemple, l'introduction en classe d'un problème d'arithmétique tiré du *Liber abaci* de Léonard de Pise, dit Fibonacci. Ce mathématicien du 13e siècle illustre, dans son ouvrage, toute la puissance du système de notation indo-arabe à partir de différents problèmes de comptabilité. On lui doit, en partie, le rayonnement de ce système en Occident. La présence des aspects historiques (images, forme et langue du texte, références, notations particulières, etc.) qui englobent et portent le problème choisi nous inviterait à placer le développement de la numération en Occident dans un contexte sociohistorique particulier, celui du moyen-âge de l'Europe et de l'Islam. C'est cet ancrage du développement de l'arithmétique dans une époque particulière de l'histoire des idées et des sociétés que constituerait une compréhension culturelle des objets en question. D'un autre côté, l'introduction d'un tel problème pourrait permettre un repositionnement de l'activité mathématique, car, en effet, ce problème pourrait se traduire par la mise en relief des motivations intrinsèques et extrinsèques qui animaient Léonard de Pise en tant que représentant des marchands toscans en Algérie. Ces motivations, propres à la culture et à l'époque du mathématicien, permettent de percevoir l'arithmétique comme une véritable activité humaine et intellectuelle plutôt que comme un ensemble de règles immuables et intemporelles. Enfin, un dépaysement épistémologique pourrait être vécu par les apprenants au travers d'une telle activité, quand, face à la démarche, à la notation et au style inusité de Fibonacci, l'apprenant se verrait frappé d'étonnement. Cette rencontre inusitée l'amènerait à reconsidérer sa propre compréhension du système actuel de numération (son fonctionnement, sa notation, son efficacité, etc.). Plus largement, cette nouvelle posture permettrait la réflexion autour de ce qu'est l'activité mathématique en mettant en relief l'historicité de la numération et en la situant dans un ensemble de connaissances mathématiques interreliées et en constante évolution.

Dans le cas de Jankvist, la catégorisation entre histoire perçue comme un outil et histoire perçue comme un objectif en soi nous permet de jeter un regard sur les intentions possibles des enseignants. Aussi, elle nous permet, d'une part, d'éviter une confusion répandue dans plusieurs études entre arguments et méthodes et, d'autre part, de faciliter l'observation et l'analyse des interrelations entre ces deux aspects de la recherche. La catégorisation de Jankvist a donc pour but de faciliter et d'orienter le travail du chercheur et prend les intentions des enseignants pour classifier les arguments concernant l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe. D'un autre côté, les trois arguments de Barbin (la compréhension culturelle, le repositionnement et le dépaysement épistémologique), se départagent véritablement, dans une perspective large, autour des retombées positives possibles pour l'apprentissage de l'apprenant et pour la classe de mathématiques. Il y a, dans la perspective de Barbin, un ancrage plus direct et plus profond avec les impacts potentiels de l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans la classe.

1.3.3 La perspective humaniste de Fried

Les travaux de Fried font aussi référence, de manière implicite, au dépaysement épistémologique. En effet, Fried souligne les vertus « humanisantes » de l'histoire des mathématiques, mais son discours recèle une dimension particulière, celle de la connaissance de soi (*self-knowledge*). Cette dimension rejoint particulièrement l'hypothèse principale de Barbin. En effet, il souligne que le mouvement de va-et-vient entre la compréhension actuelle des objets mathématiques et les formes de compréhensions provenant d'autres époques amène l'apprenant à une connaissance plus approfondie de lui-même : « un mouvement vers la connaissance de soi, une connaissance de soi comme d'une sorte de créature qui pratique les mathématiques, une sorte d'être mathématique » (Fried, 2007, p. 218, traduction libre). Fried propose que cette connaissance de soi, c'est-à-dire de son « être mathématique », soit l'objectif premier que doivent se donner toutes formes d'enseignements des mathématiques basées sur l'histoire de la discipline. C'est un contact particulier avec l'histoire qui doit faire émerger en l'apprenant une certaine conscience de ses propres conceptions des mathématiques, de son individualité et de la possibilité pour lui de la confronter de façon constructive avec celles des autres.

Fried n'hésite pas à souligner l'arrière-plan de sa pensée autour de ces considérations en mentionnant que : « [...] l'éducation en général est dirigée vers l'entièreté de l'être humain et que l'éducation mathématique, opposée à l'entrainement professionnel aux mathématiques, doit contribuer à la croissance personnelle des étudiants » (*id.*, p. 219, traduction libre). Fried considère donc l'histoire non pas comme une fin en soi, mais comme le moyen, dans une perspective très large, de contribuer à la croissance personnelle des individus à travers la découverte de leur propre individualité. Ceci ne menant pas à une forme d'isolement, mais plutôt à l'échange et à la compréhension de l'autre. Dans ce sens, l'éducation mathématique serait un enrichissement mutuel entre connaissances, connaissance de soi et connaissance des autres.

Le dépaysement épistémologique de Barbin prend donc ici une saveur particulière. Il s'accompagne d'une prise de conscience et d'un mouvement de croissance. Le dépaysement serait, pour Fried, une expérience personnelle, impliquant un certain rapport de soi à soi par l'intermédiaire de l'histoire des mathématiques, expérience qui supporte le mouvement de croitre qui est celui de l'apprenant. Cette perspective humaniste sur l'histoire des mathématiques est aussi présente dans de nombreux travaux spéculatifs du domaine qui se rapprochent de très près de la pensée de Fried (Bidwell, 1993; Brown, 1996; Tang, 2007).

En ce qui concerne la recherche, si plusieurs alimentent la discussion autour de cette hypothèse centrale du dépaysement épistémologique, celle-ci n'a que peu souvent été confrontée à l'expérimentation. Les travaux de recherche empiriques, comme il en sera question à la prochaine section, en sont encore à un stade embryonnaire et prennent généralement la forme de récits de pratiques analysés qui éclairent peu quant à la compréhension de la manière dont est vécu ce dépaysement épistémologique chez l'étudiant et comment il s'articule avec la présence d'éléments historiques dans la classe de mathématiques (Furinghetti, 2007; Jankvist, 2009b; Siu, 2007). Il y a là un véritable besoin de mieux comprendre ce phénomène.

1.4 Apport de l'utilisation de l'histoire : les recherches empiriques

1.4.1 Deux types de recherches empiriques

En parcourant la littérature depuis les années quatre-vingt-dix, il est possible de classer les études empiriques portant sur l'utilisation de l'histoire dans la classe de mathématiques en deux catégories. Les études qui rapportent le récit d'expériences de terrain et les études quantitatives à plus grande échelle.

Pour le premier type, les travaux prennent généralement la forme de récits de pratiques analysés. La plupart du temps, on y traite des initiatives de professeurs de mathématiques qui ont tenté de différentes façons d'intégrer l'histoire dans leurs cours. Cependant, la plupart d'entre elles restent peu satisfaisantes au point de vue expérimental, car rares sont les études qui présentent un cadre d'analyse rigoureux et systématique des données expérimentales (Furinghetti, 2007; Guillemette, 2011; Jankvist, 2009a).

L'étude de Greenwald (2005) est un bon exemple de ces travaux prenant la forme d'un récit de pratiques. L'auteure y décrit une activité d'apprentissage expérimentée dans le cadre de différents cours de mathématiques de niveaux universitaires. Cette activité visait à sensibiliser les étudiants aux accomplissements des femmes et des membres de minorités ethniques en mathématiques à travers l'exploration de l'histoire récente des mathématiques. Dans un cadre plus large, cette mise en relief des accomplissements des femmes et des membres des minorités ethniques visait à faire en sorte que les étudiants universitaires perçoivent les mathématiques comme une discipline pour tous et toutes qui transcende les cultures et les époques. Plus précisément, l'activité consistait à effectuer un projet de recherche en équipes de deux étudiants sur l'apport des femmes ou des membres de minorités ethniques en mathématiques. Des sujets précis, selon le cours dans lequel l'activité était menée, étaient fournis aux étudiants. C'est à travers les productions de ses étudiants que l'auteur tente de montrer l'efficacité de l'activité proposée. Pour chacun des cours, quelques extraits de travaux écrits des étudiants sont présentés et commentés. Aussi, quelques commentaires soulevés par certains étudiants sont mis en relief. À plusieurs reprises, l'enthousiasme des participants est souligné. Certains commentaires laissent entendre que les activités ont contribué à forger l'identité de quelques étudiants du cours. Cette analyse qualitative se fait ouvertement et sans véritable cadre méthodologique précis d'observations. Or, l'ensemble éclaire peu quant à la manière dont on a utilisé l'histoire et apparait insuffisant afin de mieux comprendre et d'alimenter la réflexion autour des retombées pour la classe de mathématiques.

Dans le second cas, on retrouve des recherches empiriques quantitatives. Les travaux de Charalambous, Panaoura, Kyriakides et Philippou (2007, 2008) sont souvent cités en exemple. Ces chercheurs ont analysé l'évolution des croyances et attitudes de 94 futurs enseignants de mathématiques du secondaire envers leur discipline dans le cadre d'une formation de deux ans axée sur l'histoire des mathématiques. Cette étude à grande échelle met clairement en relief les différences de croyances et d'attitudes à partir d'analyses statistiques de réponses à des questionnaires pré et post expérimentations. Cette recherche souligne, à sa manière, le potentiel de l'utilisation de l'histoire pour faire évoluer les croyances et les attitudes des futurs enseignants du secondaire envers leur discipline. Par contre, elle n'informe aucunement sur la manière dont ces croyances et attitudes ont évolué et n'établit pas de description fine du « vécu » des sujets de l'étude en rapport avec les activités de formation proposées. Autrement dit, elle ne permet pas de « voir » cette évolution se déployer et il est difficile de reconnaitre véritablement « comment » l'histoire des mathématiques a pu jouer un rôle si bénéfique.

Pour Barbin (2000, 2012), la compréhension, la transformation ou le vécu d'un étudiant lors de l'étude de l'histoire des mathématiques ne peuvent pas être appréciés suffisamment à partir d'une étude de type quantitative. Cette approche lui apparait encore moins efficace lorsque l'histoire est utilisée de manière globale et vise à investiguer le dépaysement épistémologique des étudiants. Autrement dit, lorsque l'histoire est perçue comme un objectif en soi, au sens de Jankvist, les tentatives auraient, selon elle, toutes échoué au point de vue méthodologique.

De plus, ces études empiriques, dans les deux cas, demeurent rares. Dans sa thèse de doctorat, Jankvist (2009a) tente de recenser, pour une période allant de 1998 à 2009, l'ensemble des études parues dans *Educational Studies in Mathematics* (ESM), *For the Learning of Mathematics* (FLM), *Mediterranean Journal Research in Mathematics Education* (MJRME), *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM, une revue allemande de didactique des mathématiques), des thèses, des conférences et des actes de colloques concernant l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Il entend par études empiriques : « les recherches allant de la petite étude qualitative à la grande étude quantitative qui, par l'expérimentation et l'emploi de tests, questionnaires, entretiens ou d'une méthodologie quelconque, discutent et élaborent des conclusions à partir de données recueillies sur le terrain » (p. 5, traduction libre). En parcourant la littérature, il n'a sélectionné que les études qui présentaient d'une manière ou d'une autre des données empiriques sur lesquelles les auteurs appuyaient leurs remarques et conclusions. Il n'en a trouvé que 81, dont seulement six d'entre elles concernent l'histoire perçue comme un objectif en soi. Il s'agit des études de Demattè et Furinghetti (1999), Isaacs, Ram, et Richards (2000), Greenwald (2005), Demattè (2007), Smestad (2007) et Kjeldsen et Blomhøj (2009).

Selon Jankvist, le nombre restreint d'études empiriques s'explique, selon lui, par la difficile tâche d'évaluer l'efficacité et les retombées de son introduction. En particulier, il souligne qu'à travers les 78 études paraissant dans les actes des congrès *HPM2004* et *ESU4* (Furinghetti, Kaijser et Tzanakis, 2008), seulement 10 % d'entre elles environ sont des études empiriques (percevant l'histoire comme un outil ou comme un objectif en soi) et que ces dernières ne concernent pas toutes la description des retombées de la démarche proposée (Jankvist, 2007). Depuis trois ou quatre ans, il remarque, tout de même, une recrudescence du nombre de ces études. Ce qui indiquerait une certaine prise de conscience dans le domaine de recherche.

Dans le prochain article, un regard plus approfondi sera porté sur chacune de ces six études empiriques relevées par Jankvist. À cette liste, est ajouté le travail de recherche de Jankvist (2010) lui-même paru par la suite.

1.4.2 Analyse de quelques études empiriques

1.4.2.1 Demattè et Furinghetti (1999)

Adriano Dammatè est un professeur italien de mathématiques et de physique au niveau secondaire. Cet enseignant s'est associé à Fulvia Furinghetti, professeur de didactique des mathématiques de l'Université de Gênes, afin d'enquêter sur les façons dont les élèves du secondaire développent une perception sociale et humaine de l'activité mathématique. Cette perception sociale s'articule autour de certains points particuliers : l'historicité des mathématiques évoluant dans des contextes sociohistoriques différents, l'apport des mathématiques aux sociétés, l'aspect ludique des mathématiques, les liens étroits qu'entretiennent les mathématiques avec d'autres disciplines et l'importance de la communauté pour l'apprentissage et l'évolution des connaissances en mathématiques. Ces différents points sont associés à plusieurs mythes répandus chez les élèves et discutés dans la littérature. Pour les auteurs, la lutte pour la démystification de ces éléments aurait pour objectif de créer un climat de classe plus favorable à la discussion, au débat et à l'exploration.

Les chercheurs ont confectionné un questionnaire de 39 questions (de type Likert) divisées en trois catégories. Des questions se centraient sur l'historicité des mathématiques, d'autres sur l'importance de la communauté dans l'apprentissage et le développement des connaissances en mathématiques, et enfin les dernières se centraient sur les processus de résolution de problèmes. L'ensemble des questions peut être divisé en 14 sous-groupes de questions. Chaque sous-groupe était constitué d'une à cinq questions toutes orientées autour d'un même sujet particulier. Le questionnaire a été soumis à 288 élèves de même niveau âgés d'environ 13 ans.

Pour l'analyse des résultats, les auteurs ont tenté de mettre en lumière l'existence d'une certaine cohérence entre les réponses des participants à l'intérieur d'un même sous-groupe de questions. Pour chaque sous-groupe de questions, une interprétation des réponses est proposée. Par exemple, on peut lire :

> Question #3, 21, 31 et 32 : ces questions suggèrent l'idée que les enseignants de mathématiques en connaissent autant (voire plus) que les mathématiciens de l'Antiquité. Les réponses des étudiants montrent une incertitude de leur part à cet égard. Cependant, les étudiants soulignent que les compétences des enseignants en résolution de problèmes sont sans doute plus développées (Demattè et Furinghetti, 2009, p. 42, traduction libre)

L'ensemble de ces commentaires sur chacun des sous-groupes de question a mené à la description d'un élève typique et représentatif du groupe. Cet élève virtuel censé porter les croyances et les perceptions généralement admises par l'ensemble des élèves du groupe d'âge s'adresse au lecteur dans la partie finale de l'article. La description qu'il donne de lui-même constitue les conclusions de l'étude sur les perceptions des aspects sociaux et humains de l'activité mathématique des élèves du secondaire. Ainsi, les auteurs souhaitent fournir aux enseignants du secondaire un portrait global de leurs élèves autour de ces aspects pour faciliter la création d'un environnement d'apprentissage ouvert au débat, à la discussion et à l'exploration.

1.4.2.2 Isaacs, Ram et Richards (2000)

L'expérimentation proposée dans cette étude visait à modifier les perceptions que les étudiants de première année en enseignement au primaire entretiennent sur les mathématiques. À l'Université des Territoire-du-Nord (NTU) en Australie, les futurs enseignants de l'école primaire montrent, selon les auteurs, de nombreuses lacunes concernant le contenu mathématique du niveau primaire et secondaire et entretiennent, de plus, un rapport souvent négatif aux mathématiques en général. Par exemple, celles-ci sont perçues comme n'ayant d'utilité qu'en matière d'économie et ne se réduiraient qu'à des calculs comptables. Le fait qu'il n'existe qu'une seule bonne façon de résoudre un problème et que l'algèbre et la géométrie soient inutiles dans la vie de tous les jours sont aussi des exemples de croyances généralement admises par ces étudiants.

Pour tenter de faire évoluer ces perceptions, les chercheurs ont introduit un module d'enseignement lors de la première année du programme de baccalauréat en enseignement au primaire de l'université. Ce module, intitulé *L'origine culturelle des mathématiques* devait mettre l'emphase sur l'influence des aspects sociaux et culturels dans le développement historique des mathématiques élémentaires. L'objectif était de fournir aux étudiants une vision plus large et enrichie de la place que les mathématiques ont occupée dans différentes cultures et sociétés depuis plus de 5000 ans. Les professeurs responsables du module devaient mettre en relief les différentes façons d'aborder et de décrire certains concepts et notions de géométrie de base en Chine, en Inde, en Égypte et en Grèce à différentes époques. Le module d'enseignement s'étendait sur deux semestres d'études et était dispensé par les professeurs de mathématiques du département en question.

Les étudiants participants ont abordé cinq thèmes précis lors du module d'enseignement : (1) la géométrie comme outil de résolution de problèmes concrets, (2) la géométrie comme médium esthétique, (3) les aspects mythologiques et mystiques de certaines constructions géométriques, (4) la mesure comme introduction aux nombres irrationnels et (5) les justifications et la logique de la preuve en géométrie. Pour chacun de ces thèmes, une série d'activités soulignant les variabilités interculturelles et l'historicité des concepts et méthodes mathématiques était proposée. Le texte ne mentionne pas si les professeurs responsables du module ont participé à l'élaboration de ces activités avec les chercheurs.

À la fin des deux semestres de cours, les étudiants ont été évalués selon plusieurs modalités. D'abord, ils devaient présenter oralement un article de revue scientifique touchant un ou plusieurs thèmes abordés lors du module d'enseignement. Aussi, ils devaient tenir un journal de bord tout au long des deux semestres. Enfin, un examen écrit a eu lieu à la fin du module en lien avec les sujets abordés. Les chercheurs se sont penchés plus spécifiquement sur le journal de bord. Ce dernier devait contenir les productions des étudiants pour chacune des activités, leurs réactions face aux cours et aux activités et leurs réflexions sur la nature et la pertinence de l'activité mathématique en général. Les chercheurs ont aussi recueilli un questionnaire (de type Likert) administré aux étudiants de la cohorte à la fin des deux semestres. Ce questionnaire avait pour but de sonder les perceptions des étudiants sur la nature des mathématiques et de l'apport des mathématiques dans l'évolution des sociétés. Les journaux de bord et les réponses au questionnaire ont constitué les données de l'étude. Le texte ne mentionne pas le nombre de participants.

À travers les réflexions des étudiants contenues dans leur journal de bord tout au long du module, les auteurs ont relevé que près du tiers d'entre eux soulignaient le manque de pertinence des activités proposées dans leur formation par rapport à leur futur rôle d'enseignant au primaire. Les chercheurs ont souligné certains passages des journaux des étudiants pour illustrer les réactions typiques des participants. Concernant les réflexions sur la nature et la pertinence des mathématiques, 33 % des étudiants n'ont pas fait de commentaires clairs et directs.

À la fin du module, les réponses aux questionnaires montrent que 35 % d'entre eux ne croient toujours pas à la pertinence des activités proposées par rapport à celles qui sont abordées dans les classes au niveau primaire, 23 % sont plutôt indécis et 42 % d'entre eux y ont vu clairement de la pertinence. De plus, une majorité (57 %) pense que le module d'enseignement basé sur l'histoire des mathématiques leur aura permis de changer leurs perceptions et attitudes face aux mathématiques. D'autre part, 25 % des étudiants se sont dits indécis et 18 % n'ont pas vu leurs perceptions et attitudes évoluer.

Enfin, les professeurs chargés du module d'enseignement ont souligné que beaucoup de travail restait à faire pour la grande majorité des étudiants. Pour un futur module d'enseignement, les liens avec les sujets abordés au primaire devront, selon eux, être renforcés.

1.4.2.3 Greenwald (2005)

Dans cet article, dont il a déjà été question plus haut, Sarah Greenwald, professeure de mathématiques à *l'Appalachian State University* en Caroline du Nord, décrit une activité d'apprentissage qu'elle a expérimentée dans le cadre de trois cours de mathématiques de niveau universitaire. Cette activité visait à sensibiliser les étudiants aux accomplissements des femmes et des membres de minorités ethniques en mathématiques. D'autre part, elle visait l'identification des étudiants à des personnalités accomplies œuvrant dans le domaine. Cette identification devait permettre à tous (femmes et membres de minorités ethniques inclus) de s'inspirer de modèles et de comprendre l'importance des mentors pour se construire une identité en tant que mathématiciens ou professeurs de mathématiques. Dans un cadre plus large, cette mise en relief des accomplissements des femmes et des membres des minorités ethniques visait à faire en sorte que les étudiants universitaires perçoivent les mathématiques comme une discipline pour tous et toutes qui transcende les cultures et les époques.

Plus précisément, l'activité consistait à effectuer un projet recherche en équipes de deux étudiants sur l'apport des femmes ou des membres de minorités ethniques en mathématiques. Des sujets précis, selon le cours dans lequel l'activité était menée, étaient fournis aux étudiants. Un exposé oral et un texte écrit devaient être présentés à l'ensemble du groupe. De plus, les équipes devaient construire un test (sous forme de jeu-questionnaire) portant sur les aspects biographiques et mathématiques de leur présentation. Ce test a été administré à la fin du cours par les autres étudiants du groupe et avait pour but l'écoute active et l'implication des étudiants au cours. L'activité a été expérimentée dans le cadre de trois cours différents : un cours d'introduction aux mathématiques, un cours d'algèbre moderne et un séminaire à la maitrise portant sur les femmes et les minorités ethniques en mathématiques.

C'est à travers les productions de ses étudiants que l'auteur tente de montrer l'efficacité de l'activité proposée. Pour chacun des cours, de nombreux et longs extraits de travaux écrits des étudiants sont présentés et commentés. Cette analyse qualitative se fait ouvertement et sans véritable cadre méthodologique précis d'observations. À plusieurs reprises, l'enthousiasme des participants est souligné. Certains commentaires laissent entendre que les activités ont contribué à forger l'identité de quelques étudiants du cours. D'autres que leurs perceptions de ce que sont les mathématiques et du travail du mathématicien ont évolué et se sont enrichies. Or, l'étude ne mentionne pas le nombre de participants et la chercheuse n'appelle aucune forme de triangulation afin de confirmer ou d'infirmer les observations.

Enfin, l'auteur termine en mentionnant que les activités portant sur les accomplissements des femmes et des membres de minorités ethniques en mathématiques fournissent un environnement mathématique particulièrement riche afin d'observer les croyances et perceptions des étudiants sur ce que sont les mathématiques et sur les gens qui en font. Cependant, elle rappelle la difficulté de trouver des ressources intéressantes, car l'implication des femmes et des membres de minorités ethniques en mathématiques est assez récente et se situe généralement dans les 200 dernières années.

1.4.2.4 Dematté (2007)

Dans cet article, l'auteur examine les perceptions des élèves de niveau secondaire (15-16 ans) quant aux développements des mathématiques dans l'histoire. Il tente d'observer les apprentissages et les réactions des élèves suite à plusieurs activités en classe où l'histoire des mathématiques prend une place importante. Aussi, Damattè cherche à montrer que l'utilisation de l'histoire est l'occasion de développer les compétences des élèves dans plusieurs champs disciplinaires à la fois. Les activités d'apprentissages proposées aux 60 élèves revêtaient un aspect interdisciplinaire et les réflexions qui en émergeaient devaient toucher à des thèmes comme la linguistique, l'histoire au sens large, l'économie ou encore la sociologie. Par exemple, les élèves étaient amenés à discuter de l'évolution du langage algébrique, passant des mots aux abréviations et aux symboles ou du contexte sociohistorique de la vie de certains mathématiciens. Aussi, une partie de ces activités abordaient des éléments mathématiques précis, par exemple, l'analyse des méthodes de soustraction présentées dans le *Liber abaci* de Fibonacci. Ces activités ont été construites en collaboration avec les enseignants des élèves en question.

Quelques mois après l'expérimentation de ces activités, un questionnaire a été soumis à l'ensemble des élèves. Ce questionnaire visait à identifier les idées que les élèves ont développées quant à la nature des mathématiques et les difficultés rencontrées lors des activités. Le questionnaire, présenté en entier dans l'article, prenait l'aspect d'une évaluation des éléments mathématiques et historiques présentés en classe. Ainsi, plusieurs questions nécessitaient l'interprétation de sources originales ou la production et la validation de différentes conjectures.

L'auteur commente certains aspects des résultats qui lui apparaissent significatifs. Il souligne les difficultés des élèves à reconnaitre un concept bien connu, comme celui du système de numération décimale, dans un contexte autre que le cadre mathématique habituel. Or, il suggère que l'histoire des mathématiques se doit justement de présenter les notions dans des contextes différents. Pour l'auteur, ces contextes variés seraient susceptibles de souligner l'aspect évolutif ou culturel de la forme des objets mathématiques et de placer les mathématiques dans un contexte interdisciplinaire. Cet accès à différentes disciplines à travers l'histoire des mathématiques serait lié, pour l'auteur, à un processus d'humanisation des mathématiques.

1.4.2.5 Smestad (2007)

En mars 2003, paraissaient les résultats d'une importante étude américaine appelée *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS). Cette étude à grande échelle, reprise tous les quatre ans, a pour but de comparer les résultats en sciences et en mathématiques des élèves américains de 4^e et de 8^e année avec ceux des élèves provenant de 60 autres pays. Elle fournit une évaluation du rendement des élèves, mais questionne aussi les pratiques des enseignants en mathématiques et en sciences de partout dans le monde. Ainsi, Smestad a ciblé une partie de l'étude qui regroupe 638 leçons filmées en classe de mathématiques de niveau secondaire. Ces leçons proviennent de sept pays différents : l'Australie, la République tchèque, la région administrative de Hong Kong, le Japon, la Hollande, la Suisse et les États-Unis. L'ensemble de ces leçons a été transcrit et codé par un laboratoire de recherche américain. Cet énorme travail de traitement des données avait alors été rendu disponible à l'ensemble de la communauté de recherche en éducation aux États-Unis.

Dans cet article, Smestad s'est intéressé à la présence d'éléments relatifs à l'histoire des mathématiques dans ces leçons. Il a relevé l'item « *historical background* » de la liste de codes utilisée pour l'analyse des leçons par le laboratoire. Ce code signalait la présence d'un lien effectué par l'enseignant ou l'élève entre la notion mathématique abordée dans la leçon et son contexte historique. Le chercheur a analysé les vidéos et les retranscriptions des leçons pour lesquelles ce code apparaissait afin de connaitre plus précisément la teneur des propos des enseignants et des élèves sur l'histoire des mathématiques. D'une part, l'auteur cherche à connaitre de quelles façons l'histoire est introduite dans le cours de mathématiques et, d'autre part, à identifier le rôle que celle-ci joue dans la leçon.

Sur les 628 leçons analysées, seulement 21 (environ 3 %) faisaient référence au contexte historique du sujet abordé. Ce petit nombre d'occurrences ne permettait pas que conclure quoi que ce soit sur de possibles variabilités entre les pays participants. Plusieurs thèmes ont été répertoriés dans ces leçons. Neuf d'entre elles portaient sur le théorème de Pythagore, trois sur Thalès, deux sur l'Égypte ancienne et les sujets suivants ont été traités à l'intérieur d'une seule leçon : Euler, Goldbach, Platon, Euclide, Descartes, Venn, Henry Perigal, Léonardo Fibonacci, James Garfield, les tours de Hanoï, les rectangles dorés, la technique de multiplication égyptienne, la technique de multiplication canadienne et les approximations de π. Concernant le théorème de Pythagore, une leçon se démarquait des autres, car les aspects historiques occupaient plus du deux tiers de la durée de la leçon. Une autre leçon abordant les travaux du mathématicien Euler se démarquait par sa richesse et la présence importante de réflexions autour de l'historicité des notions abordées. Cependant, sauf ces exceptions, la présence de l'histoire des mathématiques ne prend la forme que d'anecdotes et se contente de souligner des noms de mathématiciens et de décrire de brefs éléments biographiques.

En ce qui concerne le rôle joué par l'histoire, l'auteur souligne que les anecdotes présentées aident parfois à comprendre les notions lorsqu'il existe un certain ancrage des éléments mathématiques aux éléments historiques des notions. Autrement dit, les faits historiques rapportés dans les leçons visent souvent à présenter les notions sous différents aspects pour en faciliter la compréhension. Il en va de même pour les méthodes de calculs anciennes qui sont étayées afin de faire réfléchir l'élève sur ses propres outils de calcul. Enfin, Smestad observe que l'histoire est plus fréquemment utilisée afin de changer l'attitude des élèves face aux mathématiques. Les enseignants soulignent le rôle que les mathématiques peuvent jouer dans l'évolution des sociétés (deux leçons), que les difficultés sont inhérentes à toute forme de développement des sciences (une leçon) ou que les concepts mathématiques ont une historicité et prennent des formes différentes selon les cultures et les époques (trois leçons).

En conclusion, Smestad note un manque d'ancrage important des éléments historiques présents dans les leçons à l'intérieur des notions mathématiques abordées. Il ne semble pas y avoir assez souvent de lien entre les aspects historiques du cours (plutôt anecdotiques ou biographiques) et les concepts mathématiques étudiés. En plus d'apparaitre rarement, l'histoire se révèle, dans la grande majorité des cas, isolée du reste de la leçon.

1.4.2.6 Kjeldsen et Blomhøj (2009)

À l'Université de Roskilde au Danemark, les étudiants de mathématiques et de physique au premier cycle universitaire doivent suivre une formation initiale de deux ans proposée comme tronc commun en sciences naturelles. Lors de chacun des quatre semestres d'étude, les étudiants complètent la moitié de leurs crédits universitaires à partir de deux cours de sciences ou de mathématiques au choix. La seconde moitié du temps d'étude est consacrée à l'élaboration de projets orientés vers la résolution de problèmes en équipe de quatre à sept personnes. Pour leurs projets, les thèmes choisis doivent toucher l'application et le fonctionnement des sciences à l'intérieur des sociétés (premier semestre), le lien entre théories, modèles et expérimentations en sciences (second semestre) et les aspects « méta » autour des sciences et des mathématiques (troisième semestre). Il n'y a pas de thème imposé pour le dernier semestre. Un groupe de professeurs, appelés superviseurs, encadrent les étudiants dans leurs projets, guident les équipes en difficulté et les inspirent pour le choix de leurs problématiques.

Dans leur étude, Kjeldsen et Blomhøj se sont particulièrement intéressés aux travaux des étudiants lors du troisième semestre d'étude. On peut lire ceci dans les consignes :

> Réflexions sur la nature de la science et sur la création et la diffusion des connaissances dans le champ des sciences naturelles : l'objectif du projet lors de ce troisième semestre est que les étudiants, à travers leurs travaux, se représentent la science comme un phénomène culturel et social (Kjeldsen et Blomhøj, 2009, p. 89, traduction libre).

Les chercheurs ont tenté de dégager, dans les projets construits par les étudiants, des données empiriques montrant le potentiel d'une telle approche pour l'intégration de l'histoire perçue comme *objectif en soi.* Sans construire de devis expérimental devant répondre à des questions de recherche préétablies, ni proposer de démarche d'enseignement, ils se sont lancés dans l'analyse qualitative approfondie de trois projets d'étudiants. Les deux auteurs étaient professeurs invités à l'Université de Roskilde au moment de l'étude et s'occupaient de la supervision de plusieurs groupes.

Les trois projets ont été choisis pour leur qualité et pour le fait qu'ils étaient représentatifs de l'esprit du programme d'étude de l'Université. À travers les productions des étudiants, qui devaient rendre compte de leurs réflexions à l'oral et à l'écrit, Kjeldsen et Blomhøj ont évalué l'atteinte des objectifs liés à l'intégration de l'histoire comme un *objectif en soi.* Cette évaluation qualitative s'est faite au regard de trois critères spécifiques empruntés aux prescriptions du programme d'enseignement des mathématiques du ministère danois de l'éducation (Danish KOM-report). Ces critères étaient les réflexions autour de l'aspect interdisciplinaire des mathématiques appliquées, les réflexions autour de l'historicité des mathématiques et les réflexions autour de la nature particulière des mathématiques.

Pour chacun des trois projets, les chercheurs ont été en mesure d'obtenir des traces de réflexions significatives et profondes autour de chacun des critères d'évaluation. Les auteurs présentent de nombreux extraits des travaux des étudiants pour appuyer leurs dires, notamment leurs réflexions sur le crédit accordé aux mathématiciens pour leurs travaux ou encore sur le processus de création de connaissances dans la communauté des mathématiciens. Des exemples de productions des étudiants sont présentés pour illustrer l'atteinte de chacun des critères d'évaluation. Pour les trois projets, ils ont observé un certain ancrage entre les réflexions mathématiques et métamathématiques. Ils s'assureraient ainsi que les aspects « méta » des travaux ne s'éloignaient pas trop des sujets mathématiques choisis.

1.4.2.7 Jankvist (2010)

Dans cette étude, Jankvist questionne les capacités des étudiants de la fin du secondaire à s'engager dans des réflexions métamathématiques. Ces réflexions sont celles touchant la nature des mathématiques comme celles reliées à leur historicité. Elles incluent les réflexions de nature épistémologique, philosophique, historique et sociologique autour des mathématiques. Jankvist explore les conditions à travers lesquelles ces réflexions métamathématiques peuvent émerger.

Un module d'enseignement a été créé en collaboration avec un enseignant de la fin du secondaire en mathématiques. Cet enseignant a accepté d'introduire ce module d'enseignement dans sa classe de 23 étudiants (17-18 ans) en mathématiques avancées. Le sujet portait sur les codes correcteurs linéaires, et en particulier les codes binaires de Hamming issus de la théorie de l'information de Shannon. Cette partie de l'histoire moderne des mathématiques était susceptible, selon l'auteur, de soulever de nombreux questionnements quant aux mécanismes de création des objets mathématiques, aux motivations intrinsèques et extrinsèques qui animent les mathématiciens et aux processus d'accréditation des découvertes scientifiques.

Pour l'introduction du module d'enseignement, un cahier de l'élève a été créé pour accompagner les étudiants dans l'exploration de cette partie de l'histoire moderne des mathématiques et des concepts mathématiques qui y sont associés. Dans ce cahier figuraient plusieurs questions mathématiques et tâches relatives aux mathématiques abordées lors du module (certaines de ces tâches proposaient l'interprétation de documents de sources originales). Aussi, les étudiants devaient y faire une série de productions écrites portant sur les aspects « méta » des discussions en classe, c'est-à-dire sur le développement et l'évolution des codes correcteurs et de la théorie de l'information, sur l'apport de ce développement dans la société, sur les motivations qui animent les mathématiciens et sur le crédit des découvertes accordé à certains d'entre eux. Les productions écrites se faisaient en équipes de trois à cinq personnes.

Avant l'expérimentation en classe, les étudiants participants ont été soumis à un questionnaire d'une vingtaine de questions. Des questions concernaient le développement et l'histoire des mathématiques autour des codes correcteurs et de la théorie de l'information (où, quand, comment et pourquoi les découvertes on eu lieu), d'autres avaient un aspect sociologique (ex. pourquoi est-ce important d'apprendre les mathématiques?) et d'autres un aspect philosophique (ex. les mathématiques sont-elles construites ou découvertes?). Suite à ces questions visant à sonder les croyances et les perceptions des étudiants envers les mathématiques, une deuxième série de questions portait sur ce qu'ils aiment plus ou moins dans le cours de mathématiques, s'ils apprécient l'histoire des mathématiques et ce qu'ils trouvent de bon dans le fait d'apprendre les mathématiques. Cette partie devait mettre en relief les différentes attitudes des participants face aux mathématiques et à l'histoire de la discipline.

L'analyse des réponses à ce questionnaire a permis à l'auteur de sélectionner 12 étudiants dont les profils représentaient le mieux possible les membres du groupe en général. Des entretiens ont suivi avec ces 12 personnes afin d'approfondir les thèmes abordés dans le questionnaire. Une seconde sélection a permis de déterminer cinq étudiants qui ont formé le groupe échantillon suivi et filmé lors de la mise en œuvre du module d'enseignement. Cinq autres groupes ont été formés par l'enseignant-collaborateur.

Les données de l'étude étaient constituées des productions de l'ensemble des étudiants, lesquelles étaient confinées dans leurs cahiers, des vidéos du groupe échantillon durant l'élaboration des productions écrites et des vidéos de l'enseignante en classe lors de l'expérimentation du module d'enseignement. Aussi, le groupe a été soumis à un second questionnaire portant aussi sur les mathématiques des codes de correction linéaire, mais surtout sur les aspects « méta » des mathématiques abordés lors du module, ce qui le différentiait du premier questionnaire. De la même façon, des étudiants représentatifs ont été choisis afin d'étayer leurs réflexions lors d'entretiens individuels. Les retranscriptions des entretiens pré et post expérimentations sont venues compléter les données de l'étude.

Le chercheur fonde ses analyses sur une triangulation des données qui concernent les réflexions des participants sur les aspects « méta » des mathématiques abordées lors du module. Les données les plus importantes pour une tentative de réponse aux questions de recherche sont les productions écrites du groupe échantillon, les vidéos du groupe échantillon en action et les réponses aux questionnaires et entretiens autour des aspects « méta » des éléments du cours.

L'attention était portée sur les changements dans le discours des participants au cours de l'expérimentation. En se basant sur la théorie de la *commognition* de Sfard (2008), l'auteur associe ces changements à la réflexion et à l'apprentissage. Le mot commognition est la contraction des mots communication et cognition qui pour

Sfard sont des processus reliés à des manifestations interpersonnelles et intrapersonnelles d'un même phénomène, celui de l'apprentissage. C'est à travers le prisme de cette théorie que Jankvist analyse les données de l'étude.

En premier lieu, le chercheur présente des extraits des productions écrites issues du cahier de traces des étudiants. Ces extraits sont commentés et l'auteur dégage certaines tendances et certains aspects récurrents apparaissant dans les productions des participants. Ensuite, l'article présente des extraits de la discussion du groupe échantillon (transcription de la vidéo). La dynamique du groupe et les opinions de chacun sont décrites à partir d'extraits de conversations choisies. Les réflexions sur les aspects « méta » et sur les aspects mathématiques des notions abordées sont soulignées. Chacun des membres du groupe échantillon semble entretenir une vision particulière parfois en confrontation avec celles des autres. C'est dans l'analyse de ces conflits discursifs sur les aspects « méta » que Jankvist élabore les réponses à ses questions de recherche concernant l'émergence de réflexions métamathématiques à partir d'un contexte issu de l'histoire moderne des mathématiques utilisé en classe.

1.4.3. Remarques sur les études empiriques du champ de recherche

Pour chacun des articles, il est possible d'abord de remarquer que la description du milieu de l'étude n'est pas toujours détaillée. Aussi, de nombreuses informations manquent concernant, par exemple, les participants de l'étude et les conditions de recrutement de ceux-ci. Quant aux outils de collectes de données, ils ne sont habituellement décrits que très brièvement, ce qui permet difficilement de reconnaitre une cohérence avec le cadre théorique ou conceptuel de l'étude et les objectifs de l'étude. Aussi, la plupart des travaux ne font appel qu'à un seul outil de collecte de données (*voir* Tableau 1.1, p. 44). Seule l'étude de Jankvist multiplie les sources d'informations constituant autant de points de vue permettant un travail de triangulation des observations par le chercheur. Celui-ci s'assure que la description de l'évolution du sens attribué par les participants aux objets mathématiques est plausible, car corroborée par diverses perspectives.

Or, l'utilisation d'un unique outil de collecte de données limite considérablement la portée des expérimentations proposées dans les autres travaux. En quelque sorte, il semble que la plupart de ces études (Damattè et Furingetthi (1999), Isaacs, Ram et Richards (2000), Damattè (2007), Smestad (2007)) aient été menées, du point de vue opérationnel, dans une perspective quantitative, les outils associés apparaissent alors inadéquats aux objectifs de recherche poursuivis.

En effet, les recherches en question revêtent toutes un aspect exploratoire, mais privilégient le questionnaire comme outil de collecte de données, et dans la plupart des cas employé seul. Ce qui rend particulièrement difficiles une exploration inductive fine du terrain de recherche et une évaluation lucide et féconde des retombées de l'introduction de l'histoire dans la classe de mathématiques.

Tableau 1.1

Répertoire des différents cadres méthodologiques.

Étude	Milieu scolaire étudié	Outils de collectes de données utilisés	Type de recherche	Cadre d'analyse des données	Formation du chercheur
Damattè et Furinghetti (1999)	Milieu du secondaire (Italie)	Questionnaire type Lykert	Qualitative	—	Mathématiques
Isaacs, Ram et Richards (2000)	Formation des enseignants au préscolaire et primaire (Australie)	Journal de bord de l'élève/questionnaire de type Lykert	Qualitative	—	Mathématiques
Greenwald (2005)	Milieu universitaire (mathématiques) (États-Unis)	Productions écrites des participants	Qualitative	—	Mathématiques
Damattè (2007)	Milieu du secondaire (Italie)	Questionnaire	Qualitative	—	Mathématiques
Smestad (2007)	Milieu du secondaire (États-Unis)	Sélection de vidéos de leçons filmées	Qualitative	—	Histoire des mathématiques
Kjeldsen et Blomhøj (2009)	Milieu universitaire (mathématiques) (Danemark)	Productions écrites des participants	Qualitative	—	Mathématiques
Jankvist (2010)	Milieu du secondaire (Danemark)	Questionnaire, productions écrites des participants, entretiens, vidéos	Qualitative	Modèle de la *commognition* de Sfard	Didactique des mathématiques

En outre, l'absence de cadre d'analyse des données est frappante, à l'exception de Jankvist qui se place dans le cadre de la *commognition* de Sfard et qui donne du sens aux résultats en établissant des conclusions en cohérence avec le cadre méthodologique employé. Ailleurs, les auteurs ne mentionnent pas explicitement leur manière de lire et de discuter les données recueillies. Ainsi, de nombreuses questions restent en suspens lors de la lecture : De quelles manières les données ont-elles été répertoriées ou classées? Comment la comparaison des réponses ou productions des participants a-t-elle été systématisée? Quelles sont les limites du cadre méthodologique employé? Comme l'annonçait Évelyne Barbin il y a une dizaine d'années, les difficultés d'ordre méthodologique risquent de planer encore longtemps au-dessus de la tête des chercheurs s'intéressant à l'introduction de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques. Jankvist, quant à lui, dira que ce sera d'autant plus le cas si l'histoire est perçue comme un *objectif en soi*, cherchant à faire émerger des réflexions métamathématiques chez les apprenants. Parallèlement, comme il en a été question à la section 1.2, le besoin d'asseoir les travaux dans ce domaine sur des bases solides apparait crucial pour les chercheurs de la communauté. L'étude de Jankvist se veut un effort remarquable pour la fondation d'une telle entreprise.

Somme toute, il apparait nécessaire de resituer le champ de recherche sur l'introduction de l'histoire dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques au sein de la didactique des mathématiques et plus globalement au sein des sciences de l'éducation. Ce repositionnement devrait pouvoir permettre à la recherche de s'inspirer de cadres de travail exploratoires issus des développements des sciences humaines, notamment de la sociologie, de l'anthropologie ou encore de l'ethnographie, ainsi que des ressources théoriques, conceptuelles et méthodologiques issues de la didactique des mathématiques et des sciences de l'éducation. Dans ce sens, il semble pertinent de noter que l'ensemble des ces travaux, à l'exception notoire de ceux de Jankvist, ont été menés par des chercheurs issus du milieu des mathématiques ou de l'histoire des mathématiques. Ce qui peut expliquer les difficultés des chercheurs à atteindre des objectifs de recherche faisant appel à des outils d'investigation couramment associés à la recherche en sciences humaines. Finalement, il est à noter l'absence de travaux dans le milieu de la formation des maitres du secondaire, et ce, malgré le fait que ce milieu de pratique est touché de plein fouet par les réformes curriculaires telles que décrites à la section 1.3 et qu'il concerne en tout premier lieu les développements spéculatifs, entre autres, chez Barbin et Fried.

1.5 Le problème de recherche

1.5.1 Trois besoins globaux dans le domaine de recherche

À ce stade, il est possible de dégager trois besoins dans le champ de recherche sur l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques. Ces trois besoins interreliés orientent conjointement et de manière globale la démarche de cette étude.

D'abord, comme discuté précédemment, la nécessité de produire de nouvelles recherches empiriques est constamment rapportée, notamment par Siu (2007), Jankvist (2009a, 2009b) et Barbin (2012). Mais de quelle recherche empirique a-t-on besoin? Il est question de recherche dite « exploratoire » qui donne la parole aux acteurs du milieu, mais comment faut-il l'entendre? Les analyses de la section 1.4 concernant les pratiques des chercheurs menant des travaux empiriques suggèrent que ces derniers sont à la recherche de « preuves empiriques » des retombées positives que peut induire l'histoire des mathématiques dans la classe de mathématiques. Ce qui semble trahir une perspective positiviste des intentions du milieu.

En effet, « recherche empirique » semble entendu dans le milieu comme l'*experientia* d'Aristote (s.d./1991), c'est-à-dire l'observation des choses elles-mêmes, de leurs qualités et de leurs modifications sous des conditions changeantes et, par là, l'établissement des façons dont les choses se comportent « dans la règle » (orientation nomothétique). Il semble s'agir d'un calque de la recherche quantitative ayant cours en sciences de la nature, classement de ce qui a ou n'a pas sa place dans un tableau vrai du monde.

Or, la présente thèse tient à s'inscrire en porte à faux avec ce genre de démarche. Elle propose une recherche « exploratoire », plutôt que « confirmatoire » ou « infirmatoire », une recherche qualitative qui épouse le paradigme compréhensif et interprétatif ayant cours en sciences humaines. L'empirique de la recherche ne doit pas se situer dans l'« expérience » (hypothèse *a priori*, découpage en variables, contrôle de bruits, etc.), mais dans l'« expérience exploratoire », dans la *forschungs-experiment* comme dirait Heidegger (1949/1986a). Ce procédé, qui conquiert les différents secteurs d'objectivité établis en sciences humaines, ne fait pas qu'amasser des résultats disparates, il se réorganise plutôt continuellement lui-même, à l'aide de ses résultats, pour une nouvelle investigation de nouveaux questionnements. Car toute science est, en tant que recherche, fondée sur le projet d'un secteur d'objectivité délimité, c'est-à-dire qu'elle est science particulière. Dans le déploiement du projet par sa méthode, elle se spécialise sur des champs délimités d'examen. « La spécialisation n'est pas la conséquence, mais la raison du progrès de toute recherche » dira Heidegger (*id.*, p. 109). La recherche qualitative, en ce sens, ne craint pas son propre inachèvement, mais cultive, au contraire, la nouveauté et le mouvement. La proposition d'une recherche avec un tel ancrage épistémologique constitue en elle-même une certaine avancée dans ce champ de recherche qui, à partir de ses prétentions positives, encourt possiblement la sclérose et l'inertie.

Un second besoin, découlant essentiellement du premier, est celui de rapprocher la recherche dans le domaine avec les cadres épistémologiques et méthodologiques qui se développent actuellement en sciences de l'éducation et plus spécifiquement en didactique des mathématiques. En effet, il apparait crucial d'appréhender les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques à partir des cadres théoriques et conceptuels développés dans ce domaine de recherche.

Un troisième besoin réside dans la nécessité d'articuler la recherche empirique et la recherche spéculative du champ de recherche. Dans un article mainte fois cité, Guliker et Blom (2001) mettaient déjà en évidence, au début des années 2000, le véritable « fossé » qui sépare les recherches de terrain et les recherches théoriques du milieu. En effet, on observe, d'une part, une recherche théorique importante fournissant des conceptualisations profondes, riches et fécondes et, d'autre part, une recherche empirique qui tente de « mettre à l'épreuve » le développement de certains outils d'introduction de l'histoire en classe de mathématiques sans prendre en compte les développements théoriques du domaine. Ces deux formes de la recherche marchent côte à côte et ont peine à se stimuler et s'orienter mutuellement. En outre, il semble y avoir un certain déséquilibre entre ces deux orientations, le poids de la recherche spéculative étant beaucoup plus important que celui de la recherche de terrain (Jankvist, 2009b).

Toutefois, on constate l'élaboration de nombreux outils d'introduction de l'histoire en classe, notamment dans les IREM — épistémologie et histoire en France, ainsi que dans de nombreux groupes aux États-Unis et au Danemark entre autres. Cependant, des développements récents (Jankvist, 2009a) en didactique des mathématiques suggèrent que la recherche empirique devrait orienter son questionnement de manière plus articulée à la recherche théorique plutôt qu'exclusivement au développement d'outil pragmatique pour le terrain. Autrement dit, le développement de ces outils devrait pouvoir, à travers la recherche, questionner de manière plus fine, et ce, dans une perspective d'émulation conjointe, le discours qui appuie l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe.

Cette thèse souhaite jouer, en quelque sorte, le rôle d'Hermès en tentant d'établir, à sa manière, des ponts entre les énoncés spéculatifs issus de la recherche théorique et l'orientation des démarches investigatrices qui ont cours sur le terrain. Une certaine interfécondité entre ces deux pans de la recherche est donc visée.

1.5.2 Questions de recherche

Comme discuté à la section 1.3, la présence de l'histoire des mathématiques a considérablement augmenté depuis les 20 dernières années dans les curricula à travers le monde (Schubring et *al.*, 2000). En particulier au Québec, des attentes pèsent lourdement sur les épaules des futurs maitres quant à l'application des programmes de formation qui prescrivent dorénavant l'introduction de l'histoire en classe de mathématiques. Quant à la formation de ceux-ci, au Québec et ailleurs, les objectifs et les moyens employés ne font pas l'objet d'un consensus largement établi et le statut de l'histoire dans la formation des enseignants de mathématiques n'est pas encore bien défini (*ibid.*).

Du côté de la recherche, des conceptualisations intéressantes sont issues d'études théoriques. Notamment, Évelyne Barbin (1994, 1997, 2006, 2012) est à l'origine d'un concept récurrent dans la littérature, celui du dépaysement épistémologique. Pensé notamment dans le cadre de la formation des futurs maitres (Bagni, Furinghetti et Spagnolo, 2004; Furinghetti, 2007; Lawrence, 2008) et articulé à l'activité de lecture de textes historiques (Jahnke et *al.*, 2000), le concept de dépaysement épistémologique suggère que l'histoire des mathématiques bouscule les perspectives coutumières des mathématiques. Elle nous frappe et nous étonne quant à la diversité du déploiement des mathématiques à travers les cultures et l'histoire des sociétés et implique de nombreuses réflexions quant à la forme et l'usage des objets mathématiques. Ce dépaysement mènerait, toujours selon Barbin, à une compréhension davantage culturelle des mathématiques en invitant à une réflexion historico-antropologique sur l'activité mathématique et à un repositionnement de la discipline comme activité humaine.

Bien que commentées et rapportées par de nombreuses études (voir entre autres les actes des deux derniers congrès HPM (Furinghetti, Kaijser et Tzanakis, 2008; Wang et Choi, 2012)), ces considérations théoriques sur le dépaysement épistémologique ne semblent pas encore avoir fait l'objet de recherches systématiques de terrain, recherches qui donneraient véritablement la voix aux acteurs des milieux de formation.

Compte tenu de l'ensemble de ces éléments de problématisation, voici les deux questions de recherche que cette étude veut soulever :

- Comment ce dépaysement épistémologique si fondateur se déploie-t-il à l'intérieur d'activités de formation des maitres basées sur la lecture de textes historiques?
- De quelle manière ce dépaysement épistémologique s'inscrit-il dans le développement du devenir enseignant de ces étudiants?

Prenant en considération les besoins de recherche mis en évidence plus haut et armée d'un appareillage qui sera développé au prochain chapitre, cette thèse tente de fournir à ces questions quelques pistes de réponses.

CHAPITRE II

MÉDITATIONS CONCEPTUELLES

Dans ce chapitre, une attention particulière est donnée au concept de dépaysement épistémologique et à certains discours permettant de penser celui-ci de manière plus fine, ainsi que de l'articuler au champ de la didactique des mathématiques. Une certaine épaisseur conceptuelle et théorique y est recherchée afin d'établir des objectifs de recherche précis, ainsi qu'un cadre méthodologique approprié et cohérent avec la posture épistémologique sous-jacente.

2.1 Sur le dépaysement épistémologique

2.1.1 L'hypothèse de départ de Barbin et l'épistémologie historique française

Comme il en a été question précédemment, des conceptualisations novatrices issues de la recherche théorique ont amené la construction d'une hypothèse importante concernant l'apport et la nécessité de l'étude de l'histoire des mathématiques dans la formation des maitres, celle du *dépaysement épistémologique*. Barbin (2006) explique qu'introduire l'histoire des mathématiques en classe remplacerait l'habituel par le différent et bousculerait les perspectives coutumières des étudiants sur les mathématiques en rendant le familier inusité. Comme cela survient lorsqu'une personne se trouve dans un contexte étranger, après une phase de confusion et de perplexité, des tentatives de reconstruction de sens émergent. À partir d'une formule de Paul Veyne, elle souligne que « l'histoire des mathématiques, et c'est peut-être son principal attrait, a la vertu de nous permettre de nous étonner de ce qui va de soi » (1971, cité dans Barbin, 1997, p. 21).

Pensé notamment dans le cadre de la formation des futurs maitres (Bagni, Furinghetti et Spagnolo, 2004; Furinghetti, 2007; Lawrence, 2008) et articulé à l'activité de lecture de textes historiques (Barbin 1997, 2006, 2012; Fried 2001; Jahnke et *al.*, 2000), le concept de dépaysement épistémologique suggère que l'histoire des mathématiques nous frappe et nous étonne quant à la diversité du déploiement des mathématiques à travers les cultures et l'histoire des sociétés, ce qui implique de nombreuses réflexions quant à la forme et l'usage des objets mathématiques. Ce dépaysement mènerait, toujours selon Barbin (2012), à une compréhension davantage culturelle des mathématiques en invitant à une réflexion historico-antropologique sur l'activité mathématique et à un repositionnement de la discipline comme activité humaine. Autrement dit, sans exclure le développement des compréhensions mathématiques que l'histoire peut jouer dans la formation des maitres (pôle cognitif), il s'agirait surtout ici de mettre en évidence la dimension historico-culturelle de la discipline, afin de porter un regard critique sur l'aspect social des mathématiques, de mieux comprendre les mécanismes historico-culturels de leur production, de mieux comprendre que, aussi mathématique soit-il, il n'y a pas de savoir neutre idéologiquement, que tout savoir s'insère dans une problématique éthique pour laquelle il nous faut développer notre sensibilité.

Pour Barbin, « la lecture de textes anciens est particulièrement bénéfique vis-à-vis de ces enjeux » (*id.*, p. 552). En effet, ces lectures permettraient un « choc culturel », en « plongeant d'emblée l'histoire des mathématiques dans l'histoire » (*ibid.*). Il ne s'agit donc pas ici de lire les textes historiques en rapport avec nos connaissances, mais plutôt dans le contexte de celui qui les a écrits. C'est alors que l'histoire peut devenir une source d'« étonnement épistémologique » par une remise en question des savoirs et procédures qui « vont de soi » (*ibid.*). Pour Barbin, comme l'histoire invite à se tenir dans cette tonalité d'« étonnement épistémologique », elle peut aussi inviter à confronter les deux questions suivantes : « Pourquoi les contemporains n'ont-ils pas compris telle nouveauté? » et « Pourquoi les élèves ne comprennent-ils pas? » (*ibid.*).

Dans cette perspective, le dépaysement épistémologique permettrait aux futurs enseignants de « comprendre les difficultés des élèves qui ne sont pas, comme les enseignants, en pays connu » et de « mieux entendre leurs questions ou à mieux interpréter leurs erreurs » (*id.*, p. 548). Plus spécifiquement, cette fonction « dépaysante » de l'histoire des mathématiques peut être un bon moyen « d'entamer une réflexion sur les contenus enseignés et les programmes », « d'esquisser des réponses aux questions des élèves sur le statut du savoir mathématique », « d'éviter le faux débat concret-abstrait » et enfin de permettre aux futurs enseignants « de modifier leur manière d'enseigner, mais aussi leurs relations pédagogiques » (Barbin, 1997, p. 24).

Évelyne Barbin est une historienne des sciences. Professeure à l'Université de Nantes, elle y enseigne l'histoire des mathématiques et y dirige un important groupe de recherche qui participe notamment au développement de l'histoire de la géométrie et de l'histoire de la démonstration mathématique. Ses travaux peuvent être rapprochés de la tradition de l'épistémologie historique française qui présente comme figures majeures les philosophes Gaston Bachelard, George Canguilhem, Alexandre Koyré ou encore Jean Cavaillès (à titre de sociologue, Pierre Bourdieu s'en est aussi réclamé). Bien que qualifiée de « française », cette épistémologie déborde les frontières du pays et deviendra un courant dominant au cours du 20^{e} siècle et marquera durablement le paysage intellectuel de l'Europe[2]. Les penseurs de cette tradition défendent un certain rationalisme non positiviste et développent une réflexion sur la raison « dans son historicité ». Dans ce sens, il est possible d'affirmer que leur épistémologie est « histoire des sciences », c'est-à-dire qu'ils font l'histoire de la manière dont les choses ont fait problèmes, l'histoire des problématiques. Sensibles aux dimensions culturelles et historiques du savoir et intéressés par les rapprochements possibles entre arts, cultures et sciences, ces auteurs cherchent, dans un style à la fois historique et foncièrement critique, à mettre en évidence la valeur profondément humaine de la science d'aujourd'hui.

À l'opposé du positivisme logique aux thèses anhistoriques, formelles et matricielles, l'épistémologie historique se penche sur le développement historique concret des sciences et de leurs problèmes. Elle en examine les orientations et méthodes au regard des mutations sociétales et politiques, tout en rappelant et en réhabilitant la dimension proprement phénoménologique [3] de tout geste protoscientifique.

À l'aune de ces perspectives, le dépaysement épistémologique avancée par Barbin recèlerait une fonction critique[4] dans le cadre de l'apprentissage des étudiants de mathématiques. Cette fonction critique trouverait son point de tension dans l'affrontement avec l'histoire des sciences, des techniques et des philosophies objectivistes qui sont restées ancrées dans le naturalisme et l'universalisme scientifique. Pour Barbin, le dépaysement épistémologique serait alors une expérience d'apprentissage fondatrice constituée de chocs émotionnels et cognitifs importants

---

[2] Par exemple; Federigo Enriquès, mathématicien italien, ou Ernst Cassirer, philosophe allemand.

[3] L'introduction en France de la phénoménologie, notamment avec les Méditations cartésiennes de Husserl (1931/1994) traduites par Levinas, a contribué à l'essor de l'épistémologie historique française.

[4] Cette fonction critique est ici pensée véritablement en termes de fondements, c'est-à-dire que Barbin défend de manière fondamentale une approche historique de l'enseignement des mathématiques.

associés à la rencontre de formes insolites d'objets et d'activités mathématiques à travers l'histoire de la discipline qui révèlent à la fois l'historicité des mathématiques et leur caractère culturel.

2.1.2 L'approfondissement de Radford et des penseurs du socioculturel

Plusieurs chercheurs partagent, en bonne partie, cette vision de l'histoire et de son potentiel pour la formation des enseignants et accordent une importance considérable à cette hypothèse du dépaysement épistémologique. À titre d'exemple, pour Radford, Furinghetti, et Katz (2007), c'est précisément dans la mise en lumière et dans la compréhension du lien entre connaissances passées et actuelles que l'histoire des mathématiques apporte le plus à l'enrichissement de la perception de la discipline et de la compréhension de sa genèse et de son épistémologie.

Avant tout, ces auteurs mettent de l'avant l'importance des actions et des faits dans l'acquisition de connaissances, mais soulignent aussi la dimension primordiale de la possibilité d'introspection, de confrontations et de réflexions critiques autour de ses propres conceptions et connaissances. En d'autres mots, le sens particulier attribué aux objets mathématiques est circonscrit aux limites de notre propre expérience. Cette limite ne peut être franchie que par la rencontre avec une forme étrangère de compréhension. Leur discours se fonde sur la pensée de Bakhtine pour qui « le sens ne s'approfondit véritablement que par la rencontre et le contact avec un autre sens, une culture étrangère. Il s'engage alors une forme de dialogue qui surmonte la fermeture et la partialité » (Bakhtine, 1986, cité dans Radford, Furinghetti et Katz, 2007, p. 108, traduction libre).

Dans ce sens, l'histoire des mathématiques se veut l'endroit où il est possible de surmonter la particularité de notre propre compréhension des objets mathématiques limitée à nos expériences personnelles. Elle « fournit les instruments de dialogues avec d'autres compréhensions [...] avec celles de ceux qui nous ont précédés » (Radford, Furinghetti et Katz, 2007, p. 109, traduction libre).

D'une certaine manière, Radford, Furinghetti et Katz tentent d'établir les fondements théoriques de cette hypothèse du dépaysement épistémologique amenée par Barbin. C'est à travers le discours des philosophes et psychologues sociaux soviétiques, tels que Bakhtine[5] (1986, 1919/1990, 1986/2003), Ilienkov (1977a, 1977b) et Leontiev (1984), que ces auteurs cherchent à asseoir les considérations théoriques autour du dépaysement épistémologique. Leur point de vue est marqué par une forte présence de la dimension sociale et historique dans l'exploration de la vie humaine. En ce qui concerne l'acquisition de connaissances, l'action occupe une place décisive, car pour ces penseurs marxistes et matérialistes critiques, c'est dans l'action concrète que se crée le mouvement historique et que s'élaborent la réflexion et le changement. Il sera question plus longuement de cette perspective dans la prochaine section de ce chapitre.

Ainsi, selon Radford, Furinghetti et Katz, le dépaysement épistémologique serait associé à une forme de « dialogue »[6] avec une autre culture, avec une autre forme de compréhension, laquelle se présente comme éloignée historiquement et culturellement. L'histoire apparait ici comme la toile de fond ou le lieu rendant possibles l'introspection, la confrontation et la réflexion critique autour de ses propres conceptions et connaissances. Dans ce sens, Radford et *al.* (2000) soulignent que l'histoire des mathématiques est « un endroit merveilleux, où il est possible de reconstruire et de réinterpréter le passé dans le but d'ouvrir de nouvelles possibilités pour les futurs enseignants » (p. 165, traduction libre).

---

[5] Étant donné le rapport étroit entre Bakhtine et ses collaborateurs, tels que Medvedev et Voloshinov, il sera aussi question des membres du cercle de l'auteur lorsque ce dernier est invoqué.

[6] Il est à noter que cette perspective sur le dépaysement épistémologique est aussi avancée par Barbin dans des travaux récents (2011) qui soulignent la possibilité de dialogues et de débats pour la classe de mathématiques à travers l'étude de l'histoire des mathématiques.

2.1.3 L'approfondissement de Fried et des penseurs humanistes

Comme il en a été question au premier chapitre, l'hypothèse du dépaysement épistémologique est aussi discutée par Fried (2007), historien des mathématiques. Celui-ci qui affirme que l'histoire des mathématiques permet à l'apprenant de se rendre compte de ses propres compréhensions et perceptions et de la particularité de son regard personnel face aux objets mathématiques, et ce, en fonction de son époque, de sa culture et de son expérience.

Il mentionne que l'histoire, en général, devrait jouer un rôle central vers cette connaissance de soi. Cette idée est très présente en philosophie de l'histoire depuis Vico au début du 18^{e} siècle (Berlin, 2000). Fried mentionne que Collingwood est sans doute le penseur moderne qui résume le mieux cette idée de connaissance de soi à travers l'étude de l'histoire :

> If what the historian knows is past thoughts, and if he knows them by re-thinking them himself, it follows that the knowledge he achieves by historical inquiry is not knowledge of his situation as opposed to knowledge of himself, it is a knowledge of himself, it is a knowledge of his situation which is at the same time knowledge of himself. In re-thinking what somebody else thought, he thinks it himself. In knowing that somebody else thought it, he knows that he himself is able to think it. And finding what he is able to do is finding what kind of a man he is. If he is able to understand, by re-thinking them, the thoughts of a great many different kinds of people, it follows that he must be a great many kinds of man. He must be, in fact, a microcosm of all the history he can know (Collingwood, 1939/1982, cité dans Fried 2007, p. 218-219).

C'est un contact particulier avec l'histoire de la discipline qui doit faire émerger en l'apprenant une certaine conscience de ses propres conceptions, de son individualité et de la possibilité pour lui de la confronter de façon constructive avec celles des autres. Fried considère donc l'histoire non pas comme une fin en soi, mais comme le moyen, dans une perspective très large, de contribuer à la croissance personnelle des individus à travers la découverte de leur propre individualité. Cette individualité ne mènerait pas à une forme d'isolement, mais à l'échange et à la compréhension de l'autre. Dans ce sens, l'éducation mathématique doit viser l'enrichissement mutuel entre connaissances, connaissance de soi et connaissance des autres.

2.1.4 La critique de Radford

À cette perspective émancipatrice en éducation mathématique, Luis Radford (2012), didacticien des mathématiques, adresse certaines critiques en soulignant les contradictions encourues dans la pratique éducative. Un exemple de contradiction se trouve dans l'idée que l'apprenant doive construire par lui-même, libre de toute forme d'autorité, ses connaissances et le fait que ce dernier doive s'approprier, dans un contexte sociopolitique donné, un savoir socioculturellement codé. D'une certaine façon, Radford revisite la toujours vivante question kantienne : « Comment éduquer à la liberté sous la contrainte? » (Kant, 1803/2004, p. 57). En effet, ces contradictions seraient liées à une conceptualisation de l'émancipation qui prend sa source dans la philosophie des Lumières, et plus précisément autour de l'individu souverain kantien. Cette conception, articulée autour d'un dualisme et d'un rationalisme, est généralement associée à l'idée que l'individu porte quelque part en lui les conditions nécessaires à sa croissance personnelle, un potentiel intellectuel déterminé, ou encore les possibilités de sa complète socialisation. Dans cette perspective, l'entourage de l'apprenant est perçu comme un facilitateur pour l'individu dans sa quête personnelle de croissance.

Or, Radford ne tente pas de résoudre ces contradictions et ne propose surtout pas un retour à des formes d'enseignement direct, mais propose de nouvelles avenues afin de penser autrement le concept d'émancipation. À travers une perspective socioculturelle, il tente de s'éloigner d'une conception de l'étudiant comme propriétaire privé de la connaissance. L'apprenant est plutôt perçu comme un sujet éthique. En d'autres termes, Radford souhaite éviter que l'éducation produise des individus émancipés côte à côte, à la fois libres et isolés. Son discours met plutôt de l'avant le *commitment*, l'*answerability* et le *caring* (Bakhtine, 1919/1990; Heidegger, 1927/1986b; Levinas, 1971/2010), ce qui implique une tout autre conception de l'enseignement-apprentissage, de la classe et du rôle de l'élève et de l'enseignant.

Cette perspective s'inscrit dans une redéfinition de l'enseignement-apprentissage mise de l'avant par une théorie émergente en didactique des mathématiques : la théorie de l'objectivation (Radford, 2011a, 2013; Roth et Radford, 2011).

Dans cette perspective, le concept de dépaysement épistémologique prend un nouveau sens. Articulant le problème de l'apprentissage au concept d'altérité développé par Bakhtine et Levinas, l'utilisation de l'histoire en classe de mathématiques revêt alors une dimension particulière. Dans ce cadre, l'histoire des mathématiques est un endroit où il est possible de surmonter la particularité de notre propre compréhension des objets mathématiques, compréhension limitée à nos propres expériences personnelles et au cadre socioculturel dans lequel nous vivons. L'histoire des mathématiques offre donc pour Radford et, plus généralement pour les penseurs du socioculturel, des occasions de rencontres avec des manières de faire et d'être radicalement différentes en mathématiques, puisqu'éloignées historiquement et culturellement. Le dépaysement épistémologique peut alors être compris comme une expérience particulière de l'altérité en mathématiques. L'« épistémologique » du dépaysement doit être ici entendu en termes de rapport au savoir ou en termes socio-historico-culturels, dépaysement, non pas dans un rapport de soi à soi, mais dans un rapport avec l'Autre en mathématique. Ainsi, le regard est porté non pas sur un individu rencontrant des possibilités d'émancipation personnelles, dans un mouvement plus ou moins appuyé d'autosuffisance et d'autoréférence, mais vers la possibilité pour les apprenants de découvrir de nouvelles manières d'être-en-mathématiques, d'ouvrir, avec les autres, l'espace des possibles de l'activité mathématique. En effet, la classe de mathématique est ici perçue comme un espace communautaire, politique et éthique, ouvert à la nouveauté et à la subversion (Radford, 2006, 2008, 2011a).

Dans la prochaine section, sera proposée une exploration de la théorie de l'objectivation, afin d'en repérer les concepts centraux et la posture épistémologique qui l'étaye. Elle permettra de mettre à jour l'appareillage conceptuel nécessaire à une investigation approfondie de ce phénomène de dépaysement épistémologique.

2.2 Autour de la théorie de l'objectivation

2.2.1 Une conception de la pensée

D'inspiration Vygotskienne, la théorie de l'objectivation est une théorie socioculturelle contemporaine de l'enseignement-apprentissage qui plaide pour une conception non mentaliste de la pensée. S'opposant au courant rationaliste et idéaliste, elle propose la conception d'une pensée à la fois sensible et historique. D'une part, elle est sensible, car elle s'enracine dans le corps, les sens et l'affectivité, lesquels sont invoqués dans la saisie des objets de la réalité. Le corps, la perception, mais aussi les gestes et les signes sont donc considérés comme des parties constitutives de la pensée elle-même. D'autre part, elle se veut historique, car tout aussi enracinée dans l'histoire et la culture, étant perçue comme une forme sociale de réflexion et d'action historiquement constituée. On parlera ainsi de la pensée comme d'une *praxis cogitans* (Radford, 2011a). On s'éloigne alors d'une conception dualiste de la pensée qui la présente comme monde intérieur privé régi selon les « principes internes » (Leibniz, 1705/1990, p. 34-37) faisant partie, comme le soulignent les rationalistes, des lois éternelles de la raison permettant de dire vrai sur le monde externe.

Ainsi, la pensée est considérée comme « une réflexion médiatisée du monde en accord avec le mode de l'activité des individus » (Radford, 2011a, p. 4). Elle a d'abord une nature réflexive, c'est-à-dire en mouvement dialectique entre une réalité construite historiquement et culturellement et un individu qui la réfléchit et la modifie selon ses interprétations et sa propre subjectivité. La pensée n'est donc pas une simple assimilation de la réalité externe (point de vue empiriste) ou la construction *ex nihilo* de cette dernière (point de vue du constructivisme radical). Autrement dit, c'est l'individu qui crée la pensée et ses objets, mais tout individu est inséré dans sa réalité culturelle et historique, c'est pourquoi la pensée est dite en accord avec le mode de l'activité des individus. La pensée se voit donc médiatisée par le corps, des signes et des artefacts et, d'autre part, par des signifiés culturels. Ces deux niveaux de médiations laissent une empreinte sur la forme et le contenu de la pensée elle-même.

Le premier niveau de médiation implique que l'on pense avec et à travers des artefacts culturels qui ne sont pas perçus comme de simples appuis à la pensée, mais véritablement constitutifs de celle-ci. De sorte qu'émerge un champ dynamique de réalisation de la pensée appelé territoire des artefacts (Bakhtine, 1929/1977), champ à l'intérieur duquel la subjectivité de l'individu et l'objectivité culturelle s'imbriquent mutuellement et que la pensée rencontre son « espace d'action » (Radford, 2011a, p. 4).

Le second niveau de médiation est celui de la culture. Un des rôles de cette dernière est de fournir à l'apprenant des manières de percevoir la réalité et ses manifestations. La culture permet ainsi d'accéder à des modes de visée comme dirait Merleau-Ponty (1945/2010) ou, pour Husserl (1913/1998), à des formes de recours à l'intuition. Les signifiés culturels orientent l'activité sensible de la pensée en lui donnant une certaine forme, agissent comme des liaisons médiatisantes entre la pensée individuelle et la réalité culturelle et, enfin, s'établissent comme des prérequis et des conditions de possibilité de la pensée individuelle (Ilienkov, 1977a). Ces signifiés culturels soutiennent l'activité sensible de la pensée. Il peut s'agir de conceptions autour des objets mathématiques (nature, mode d'existence, applicabilité, etc.) ou autour des modèles sociaux de production de signifié. L'ensemble de cette superstructure symbolique est nommé Système Sémiotique de Signification Culturelle (Radford, 2003).

En interaction avec l'activité (Leontiev, 1984) des individus (objectifs, actions, opérations, distribution du travail, etc.) et ce qui a été appelé plus haut le territoire des artefacts, ce Système Sémiotique de Signification Culturelle génère des modes d'activités spécifiques et, d'autre part, des modes de savoir ou épistémès (Foucault, 1966/1990). La figure suivante montre l'interaction entre ces trois composantes qui permettent de mieux comprendre l'idée de la pensée comme *praxis cogitans* :

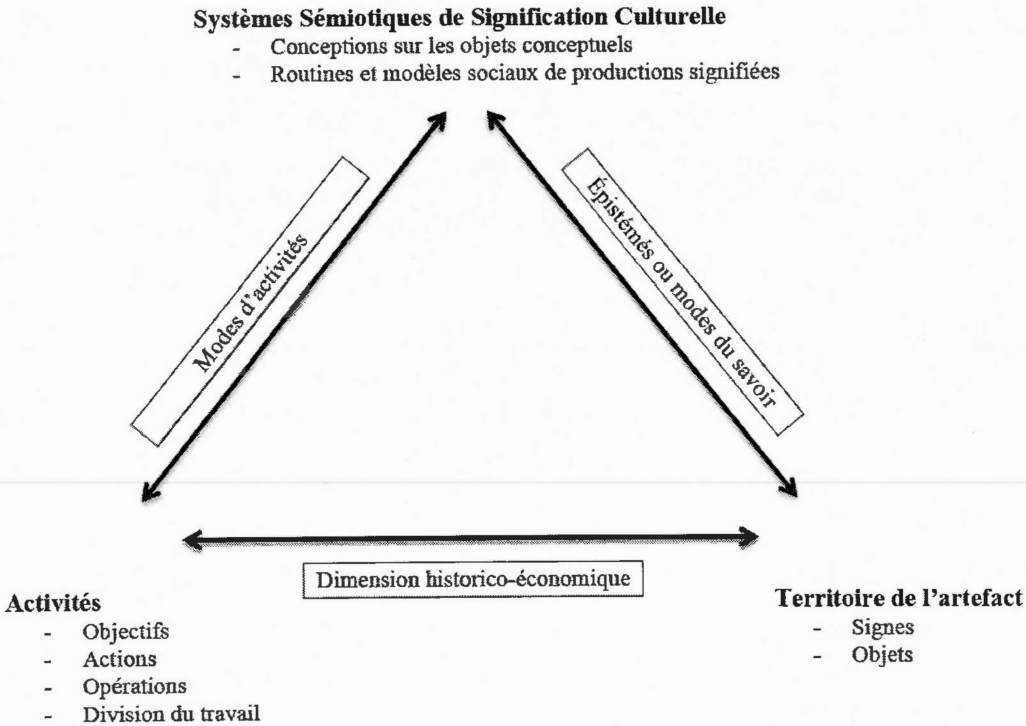


Figure 2.1 Interaction entre le Système Sémiotique de Signification Culturelle, l'Activité et le Territoire de l'artefact (tirée de Radford, 2011a, p. 6).

Dans cette perspective, le sens accordé à l'apprentissage est celui de l'« acquisition ». L'apprentissage est compris comme l'« acquisition par l'apprenant de formes culturelles de réflexions sensibles et d'actions instrumentales qui constituent la pensée » (Radford, 2011a, p. 3). Cependant, l'apprentissage ne se réduit pas ici à une simple acculturation, à la réception passive et mystérieuse du savoir contenu dans la culture. En effet, le mot acquisition doit être pris dans son sens étymologique, c'est-à-dire du latin *adquaerere* qui signifie « chercher ». Le mot acquisition doit donc être entendu en tant que processus d'ouverture, attitude ou manière d'être. L'apprentissage n'est donc pas une soumission à une culture ambiante, encore moins une possession d'un contenu culturel, mais plutôt un mouvement d'ouverture sur le monde et sur les autres, un processus d'élaboration active de signifiés soit le processus d'objectivation.

2.2.2 Assises ontologiques et épistémologiques

Les assises philosophiques de la théorie de l'objectivation s'inscrivent dans la tradition dialectique inaugurée par Hegel (1807/2006, 1837/2009), développée par Marx (1932/2010, 1867/2009) et poursuivie, entre autres, par Ilienkov (1977a), Mikhailov (1980), Bakhtine (1929/1977) et Vygotsky (1999).

La position ontologique de la théorie de l'objectivation s'éloigne du discours réaliste qui considère les objets mathématiques comme indépendants de l'époque et de la culture, précédant l'activité humaine. L'attraction de cette ontologie réaliste réside dans son pouvoir explicatif du miracle de l'applicabilité des mathématiques au monde phénoménal. Cependant, les penseurs réalistes font un acte de foi en croyant que l'accès aux objets véritables est possible. La théorie de l'objectivation suggère plutôt que les objets mathématiques sont « générés historiquement au cours de l'activité mathématique par les individus » et constituent des « schèmes fixes d'activités réflexives incrustés dans le monde changeant de la pratique sociale » (Radford 2011a, p. 7). Comme tous les objets mathématiques, le concept de cercle par exemple est une réflexion du monde dans la forme de l'activité des individus. Ces objets ne sont pas le pur produit de l'individu issu de mécanismes internes, replié sur lui-même, suivant les lois de la logique. Ils ne sont pas non plus atteints par le travail de la raison entendue comme faculté. L'objet cercle est un schème d'activités dont l'origine se perd dans l'histoire de l'humanité. C'est l'activité des individus, pris au sens hégélien, c'est-à-dire l'activité des hommes comme totalité, qui forme la racine génétique de l'objet conceptuel, laquelle renferme une dimension expressive variée qui se décline sous des aspects rationnels, esthétiques et fonctionnels liés à la culture.

2.2.3 L'apprentissage comme objectivation culturelle du savoir

Le problème central est donc d'expliquer comment se réalise l'acquisition du savoir ainsi déposé dans la culture. Avant tout, selon la théorie de l'objectivation, l'apprentissage n'est pas un processus de construction ou de reconstruction personnel de la connaissance. L'apprentissage résulte plutôt de notre contact avec le monde des artefacts culturels de notre environnement (objets, instruments, productions littéraires et scientifiques, etc.) et de l'interaction sociale.

En premier lieu, comme souligné auparavant, la théorie de l'objectivation est sensible à l'influence des artefacts chez l'être humain. Au contact du monde des objets et des signes, l'être humain restructure ses actions (Baudrillard, 1968/1990) et forme des capacités d'actions et des capacités intellectuelles nouvelles. Dans ce sens, les travaux de Vygotsky et Luria (1994) ont montré leur influence, entre autres, sur les capacités liées à la perception et à l'anticipation. Certes, les artefacts ont une importance considérable dans le processus d'apprentissage, mais ils ne se suffisent pas à eux-mêmes. La rencontre avec les objets et leur contenu historique, symbolique et signifiant ne peut se rendre claire d'un seul tenant. L'intelligence des artefacts se doit d'être mise en œuvre dans des activités partagées avec d'autres personnes qui savent déchiffrer ces contenus intellectuels. Par exemple, l'objet que constitue le langage de l'algèbre ne peut être porteur de sens pour l'élève que lorsqu'il est identifié par l'autre[7] au travers de l'activité sociale ayant cours à l'école. Sans

[7] Ici l'autre est perçu dans un sens très large, c'est-à-dire que la lecture d'un livre est entendue comme activité sociale, la méditation dans un contexte des plus reculés l'est aussi. Comme le dit Bakhtine : « le centre nerveux de toute énonciation, de toute expression, n'est pas intérieur, mais extérieur : il est situé dans le milieu social qui entoure l'individu. Seul le cri animal, inanalysable, procède de l'intérieur de l'appareil physiologique de l'individu isolé. C'est une réaction physiologique pure et non marquée idéologiquement » (1929/1977, p. 132).

l'apport d'un autre, le code symbolico-algébrique serait réduit à des hiéroglyphes dont le sens serait totalement à élaborer.

C'est pourquoi la dimension sociale constitue, pour la théorie de l'objectivation, la seconde source essentielle de l'apprentissage. Encore là, il ne faut pas réduire la dimension sociale de l'apprentissage à la négociation de signifié (arrière-plan socioconstructiviste) ou comme une simple ambiance qui offre des possibilités d'adaptation supportant le développement cognitif des apprenants (point de vue cognitiviste ou behavioriste). La classe ne peut non plus être perçue comme un espace neutre et fermé, un monde clos à l'intérieur duquel se négocient les normes, les formes et les valeurs du savoir, car, comme expliqué précédemment, les modes d'activité qui y prennent place sont médiatisés par les objets et la culture, lesquels sont imprégnés de valeurs scientifiques, esthétiques, éthiques, etc., et ces modalités sont, bien entendu, partout présentes dans l'activité de classe. On ne peut donc pas percevoir la classe comme le lieu neutre dans lequel les apprenants agissent selon des mécanismes invariables d'adaptation générale. En effet, l'interaction sociale ne remplit pas une fonction adaptative, catalytique ou facilitante, elle est plutôt « consubstantielle de l'apprentissage » (Radford, 2011a, p. 10).

Or, l'objectivation est précisément ce processus social de prise de conscience progressive de l'*eidos* homérique, c'est-à-dire de quelque chose qui se dresse devant nous, une figure, une forme, quelque chose dont nous percevons continuellement la généralité en même temps que nous lui donnons sens. L'objectivation signifie littéralement la rencontre avec quelque chose, quelque chose qui s'(ob)jecte, qui se donne à voir, s'affirme en tant qu'altérité et qui se présente à nous petit à petit (Radford, 2002). Elle est « le perçu qui se dévoile dans l'intention qui elle-même s'exprime dans le signe ou dans l'action que médiatise l'artefact au cours de l'activité pratique sensorielle [...] quelque chose susceptible de se convertir en une action reproductible, dont le sens vise à ce schème eidétique culturel qui est l'objet conceptuel lui-même » (Radford, 2011a, p. 12).

Ainsi, l'apprentissage comme objectivation culturelle du savoir est à la fois une prise de conscience, entendue comme une (re)connaissance, d'éléments culturels et un processus de développement de nos capacités humaines. Autrement dit, apprendre des mathématiques n'est pas simplement apprendre à « faire » des mathématiques (encore moins à résoudre des problèmes[8] dits mathématiques), mais à « être-en-mathématiques », l'activité mathématique n'étant rien d'autre qu'une manière d'« être-avec-les-autres » (Radford, 2012). Ce basculement de la sphère du « faire » à la sphère de l'« être » en ce qui concerne l'apprentissage aura bien entendu des conséquences importantes sur l'organisation de la classe et des activités, mais aussi sur le rôle de l'enseignant et de l'apprenant.

2.2.4 La classe et le concept du je-communautaire

La classe est le lieu de la rencontre entre le sujet et l'objet de savoir et l'objectivation qui permet cette rencontre est un processus éminemment social. Cependant, cette dimension sociale ne peut être réduite à un marché de la connaissance ou le savoir est transmis, partagé ou négocié dans une optique pragmatique de recherche de satisfaction personnelle, de jeu entre adversaires où chacun s'investit dans l'espoir d'obtenir une plus value, dans le repli de la sphère privée. Même s'il nous faut ramener quelque chose de la classe vers un chez-soi, cela n'implique pas nécessairement de faire de l'Autre un Même pour soi, la possession étant la forme par excellence sous laquelle l'Autre devient un Même (Levinas, 1971/2010). La relation au monde « qui se joue avec l'être, qui se joue comme ontologie, consiste à neutraliser l'étant pour le comprendre ou pour le saisir [...] elle

[8] Sans enlever le mérite aux problèmes dans l'acquisition de connaissances mathématiques, la théorie de l'objectivation ne considère simplement pas la résolution de problème comme une fin en soi, mais un moyen pour atteindre ce type de *praxis cogitans* appelé la pensée mathématique.

n'est donc pas une relation avec l'Autre comme tel, mais la réduction de l'Autre au Même. » (*id.*, p. 36-37.) Dans ce cadre où règne l'objet et où s'exalte la souveraineté des pouvoirs techniques, la liberté consiste à « se maintenir contre l'Autre, malgré toute relation avec l'Autre, assurer l'autarcie d'un moi » (*ibid.*).

A contrario, la socialité du processus d'apprentissage signifie la formation et la transformation de la conscience, qui est justement (con)science, c'est-à-dire « savoir en commun » ou « savoir-avec-d'autres » (Radford, 2011a, p. 12). Transformation des consciences qui est subjectivation, formation de la subjectivité, c'est-à-dire, d'un devenir. Devenir, puisque justement l'apprenant est individu (qui est indivisible, ne peut être réduit, réifié, chosifié par la question du « qu'est-ce que? »). C'est dans cet ordre d'idées que s'inscrit le concept du je-communautaire et se développe celle d'autonomie dans la théorie de l'objectivation. Ici, la théorie de l'objectivation s'éloigne de la conception d'un sujet autorégulé et autoéquilibrant, replié dans un moi-carapace dont la perméabilité se règle aux détours de logiques internes, et à travers laquelle le sujet serait doté des capacités de réfléchir à l'instar d'un scientifique ou d'un enquêteur méticuleux, autrement dit, du sujet souverain kantien autonome.

La sociabilité des élèves est ici pensée autrement. La perspective de la théorie de l'objectivation peut être comprise à travers le rôle de l'élève qui est d'apprendre à être avec les autres, à « être-avec-autres » (Radford, 2009). Cette forme d'être constitue l'essence de ce qui est appelé le je-communautaire (Radford, 2006) et dont l'arrière-plan éthique est celui de l'engagement envers autrui. C'est ici que la thématique éthique de la théorie de l'objectivation s'installe. Radford (2006, 2008, 2009), à travers Bakhtine et Levinas, insiste sur le fait qu'une relation proprement éthique à l'autre, ainsi que l'acceptation d'une véritable responsabilité personnelle, impliquent la présence d'une conscience aimante et l'absence d'un regard réifiant et intéressé. La contemplation abstraite et à distance du monde supplante notre participation active et incarnée au monde sous un horizon commun de valeur et de sens. Arraché au contexte interactif qui met en relation le Moi, l'Autre et le Monde, le sujet succombe au solipsisme. Dans cette mouvance, comme le dit Bakhtine, il « perd pied, devient vide, arrogant, dégénère et meurt » (Bakhtine, 1978/1997, p. 40). Ainsi, un élève qui est capable d'utiliser les outils mathématiques pour résoudre les problèmes proposés, dans la classe ou ailleurs, sans comprendre ou s'intéresser aux solutions des autres ou aider ceux-ci à comprendre la sienne, n'est pas à mi-chemin de ce qu'on peut appeler réussite de l'apprentissage dans la perspective de la théorie de l'objectivation (Radford, 2011a).

Dès lors, le rôle de l'enseignant doit être repensé. Aussi, ce dernier se devra de disposer « d'actions d'inclusion », c'est-à-dire d'actions qui sont dirigées vers l'inclusion de chaque élève dans la communauté. Un élève qui arrive à résoudre des problèmes à sa façon sera donc accompagné par l'enseignant petit à petit à gagner son espace à l'intérieur de la communauté pour à la fois s'y inclure et la transformer.

C'est pourquoi la classe ne peut être perçue comme un milieu clos où les élèves développent des compétences ou une certaine adaptabilité à travers un processus de négociation capitaliste et antagoniste, mais plutôt comme « l'espace de collaboration et de coopération avec l'élève pour que celui-ci se transforme en élément du collectif » (Radford, 2011a, p. 14). L'enseignant n'a donc pas comme rôle de promouvoir l'idée individualiste d'autonomie associée à la philosophie rationaliste, mais plutôt celle conçue comme engagement social. Son rôle est celui de développer une (con)science, c'est-à-dire un savoir-avec, les hommes ne pouvant se libérer qu'ensemble par l'intermédiaire du monde (Freire, 1974). Dans ses travaux sur les cultures anciennes grecque et romaine, Hannah Arendt (1961/1989) a illustré comment, en opposition aux idées de la modernité, la notion d'autonomie avait une connotation civico-sociale encapsulée dans l'idée de citoyenneté chez les Grecs et les Romains. En effet, cette autonomie était intimement rattachée à la sphère publique, étant la caractéristique propre de l'existence humaine dans le monde. Or, toujours selon Arendt, notre tradition philosophique semble avoir plutôt épousé l'idée que la liberté ne commence pas lors de notre association avec les autres, mais quand les individus ont abandonné la sphère politique et, qu'au contraire, elle commence dans l'isolement avec soi-même. C'est justement à l'encontre de cette perspective que s'inscrit l'idée du je-communautaire et se développe celle d'autonomie dans la théorie de l'objectivation.

C'est pourquoi le rôle de l'enseignant est de promouvoir l'idée de la classe comme une « forme de vie » (Radford, 2011a, p. 14), idée qui s'écarte de la conception instrumentale de la classe de mathématiques empruntée au mouvement d'efficacité industrielle et d'une conception bancaire du savoir (Freire, 1974). L'activité de classe comme forme de vie ne peut donc pas être perçue comme un contrôle de variables dans l'optique d'une optimisation de ressources cognitives et matérielles. Cette perspective offre plutôt « des manières d'être et de connaitre selon la façon dont les élèves s'engagent en groupe dans leur quête du savoir culturel visé » (Radford, 2011a, p. 15). L'irréductibilité de la classe, sa résistance, est la manifestation de sa contingence, de son immanence, de son « organicité ». Elle ne peut donc ici être vue que dans une perspective radicalement systémique.

2.2.5 Concepts clés de la théorie de l'objectivation

2.2.5.1 Le Savoir mathématique

Dans le cadre de la théorie de l'objectivation, le savoir est perçu, dans une perspective hégélienne (1830/1990), comme mouvement. Le savoir est abstrait et constitue un « ensemble de processus incarnés, historiquement et culturellement constitués, de réflexions et d'actions » (Radford, 2013, p. 10, traduction libre). Il n'a pas d'existence propre, puisque continuellement changeant, continuellement mouvement. Il est donc irréductible à une séquence particulière d'actions ou d'applications de connaissances, mais codifie culturellement le sens et la manière de l'action des hommes et transcende leurs réalisations concrètes. C'est pourquoi le savoir est général et ne peut être totalisé dans son instanciation. Il est potentiel.

En effet, pour Hegel, la raison et ses pouvoirs (dégagés par Kant et les philosophes des Lumières) ne sont pas figés. Il faut, selon lui, prendre au sérieux l'idée d'une histoire de la raison qui pourrait être celle de la raison comme histoire. Pour Hegel, l'objectif du philosophe consiste à saisir l'absolu dans son autodétermination, c'est-à-dire dans le mouvement de développement et de compréhension de la philosophie par elle-même, et ce, dans le soulèvement du monde et de soi-même comme penseur. La philosophie donc est la conscience pensante de ce mouvement total dans lequel elle est incluse. Autrement dit, Hegel pense le monde en pensant « la marche du monde » (Ruby, 2001, p. 59). La raison fait alors le procès de l'histoire qui va de l'avant en rendant saillants les acquis et en faisant la critique de ce qui est figé et mort. La réalité porte ainsi en elle la possibilité de devenir autre que ce qu'elle est, elle est en marche. C'est alors que l'idée du savoir comme potentialité prend son sens.

Héritier à la fois fidèle et objecteur de Hegel, Marx retiendra de la philosophie hégélienne un espace nouveau pour la critique sociale. Avec Marx et Engels, la philosophie idéaliste de Hegel se fait maintenant concrète et politique. C'est la lutte des classes dans son mouvement réel, concret et effectif qui apparait dorénavant comme le moteur de l'histoire, et non plus la raison dans son autodétermination. D'un point de vue marxiste, le savoir comme potentialité peut alors être entendu comme une « force de travail cristallisée » (Marx, 1832/2010), c'est-à-dire un ensemble de processus déterminés par l'activité des hommes dans leur mouvement de lutte.

Bien que le savoir comme potentialité recèle un aspect idéel, intellectuel ou conceptuel, il n'a rien à voir avec les formes idéales platoniciennes ou encore avec l'idée kantienne de chose-en-soi (noumène). Dans le cadre de la théorie de l'objectivation, cette forme idéelle du savoir comme potentialité doit être entendue comme « prototype général de manière codifiée culturellement de faire les choses » (Radford, 2013, p. 13), et non comme idée éternelle existant au-delà ou en deçà de l'activité humaine.

Ainsi, le savoir se montre dans l'activité et ne prend sens qu'à travers elle. Cette monstration du savoir suggère que celui-ci n'est pas possédé par l'apprenant, ni construit, mais fréquenté. Dans cette perspective, il est attendu que les élèves ou les étudiants d'une classe entrent en relation avec le savoir, puissent possiblement le transformer et se voient eux-mêmes transformés par celui-ci. C'est pourquoi la dimension éthique liée à l'acquisition de connaissance prend, encore là, un sens particulier dans ce cadre. La neutralisation des étants (devenant thèmes ou objets, c'est-à-dire, se plaçant dans la clarté) est précisément leur réduction au Même (Levinas, 1971/2010), autrement dit, violence. Comprendre, c'est possiblement prendre, se saisir de quelque chose, mais aussi réduire. Levinas rappelle que comprendre est une relation à l'Autre et pense celle-ci à travers une philosophie première qui se veut éthique plutôt qu'ontologique. Inspirée par la pensée de Levinas, la théorie de l'objectivation s'écarte de l'adéquation entre apprendre et posséder.

L'exemple de l'utilisation de l'algèbre pour l'étude de suites arithmétiques peut ici éclairer cette perspective sur le savoir mathématique. En effet, il est attendu des élèves du secondaire qu'ils entrent en relation avec ce type de savoir historiquement constitué. Ce savoir est apparu, en tant qu'évènement, dans la civilisation mésopotamienne et fut un sujet important chez les mathématiciens de l'antiquité tardive et chez les néo-pythagoriciens tel Diophante d'Alexandrie. Cette forme de savoir a été successivement modifiée et raffinée à travers l'histoire culturelle des hommes, atteignant des formes qui s'apparentent à la culture de l'école actuelle avec le travail de transformation par, entre autres, Viète et Descartes. Ce sont les instanciations successives de ce savoir qui, tout en l'invoquant, le transforment par l'activité d'une époque. Le savoir, entendu non pas comme résultat, mais comme possibilité, doit donc être perçu comme un phénomène culturel, plutôt qu'un phénomène naturel. C'est dans ce sens que le savoir est mouvement et pur potentiel, c'est-à-dire ayant la possibilité de s'actualiser au moment de ce qu'on peut appeler aujourd'hui le traitement algébrique d'une suite arithmétique.

Lorsque des élèves du secondaire entrent en contact avec cette forme de savoir, d'un point de vue hégélien, ce savoir « général » et « abstrait » devient subséquemment inscrit dans quelque chose de plus spécifique, il devient « singulier » et « concret ». C'est ce qui est appelé, dans la dialectique hégélienne, « l'ascension de l'abstrait au concret » (Hegel, 1837/2009, cité dans Radford, 2013, p. 15). Le savoir mathématique est donc compris comme quelque chose qui serait d'abord abstrait et qui s'incarnerait dans des manières linguistiques, perceptuelles et artefactuelles de faire et de penser les mathématiques.

2.2.5.2 La Connaissance mathématique

Si le savoir mathématique est une forme historiquement et culturellement codifiée de faire, de penser et de réfléchir les mathématiques, la connaissance, quant à elle, est l'instanciation ou l'actualisation de ce savoir. Il faut se rappeler que le savoir est mouvement et que son actualisation n'est pas simplement l'apparition ou la mise en scène, réelle ou approchée, d'un déjà-là, inaltérable et immuable. Ainsi, la connaissance, comme instanciation du savoir, n'est pas pure répétition, car une telle perspective impliquerait un aspect statique du savoir. Comme le faisait remarquer Derrida (1979), c'est dans la répétition que se trouve la possibilité de nouveauté, car réitérer c'est aussi altérer et différer, et c'est possiblement inventer. Précisément parce que la vie surpasse toujours le monde de la pensée.

Or, le savoir en tant qu'inexistant, que pure potentialité qui « n'a pas encore émergé dans l'Existence » (Hegel, 1837/2009, cité dans Radford, 2013, p. 15), se doit d'être actualisé ou instancié pour devenir, justement, actualité. C'est par l'activité des hommes, ce que Hegel nomme le « particulier », que le savoir s'actualise et devient connaissance, ce que Hegel nomme le « singulier ». L'activité (le particulier) effectue la médiation entre le savoir (le général) et la connaissance (le singulier), entre l'abstrait et le concret. La connaissance, comme instanciation du savoir, porte donc la trace de l'activité, le processus inéluctable qui l'a mis en évènements (Ilienkov, 1977b).

La connaissance (le singulier) est donc le mode d'existence du savoir (le général), elle est l'incarnation du savoir, sa manifestation au sens phénoménologique. Ce n'est que par cette incarnation que le savoir peut devenir objet de pensée et éventuellement être modifié ou étendu. Sans la possibilité d'instanciation et d'actualisation du savoir dans la concrétude et le particularisme de l'activité, le savoir resterait immuable. Au lieu d'être pure potentialité, il serait pure possibilité.

D'autre part, le singulier ne peut pas totaliser le général. C'est-à-dire que la connaissance ne recouvre pas dans son entièreté le savoir. Elle incarne plutôt le savoir dans une forme qui est particularisée par l'activité. Puisqu'elle est incapable de le saisir dans son ensemble, l'actualisation du savoir est en même temps l'affirmation de celui-ci, mais, paradoxalement, aussi sa négation. C'est pourquoi l'actualisation du savoir est toujours déficitaire ou partielle. Cependant, c'est cette incomplétude et ce non-recouvrement qui met en évidence la possibilité d'une nouveauté et, de façon consubstantielle, d'être libre. En effet, l'expression de la liberté peut être entendue, avec Arendt, comme la possibilité de faire du neuf (1961/1989). Plus précisément, être libre est « cette capacité à réaliser un commencement, à produire un miracle, c'est-à-dire, quelque chose à quoi on ne pouvait pas s'attendre » (*id.*, p. 220). Cette perspective déloge le déterminisme de l'être-au-monde et avance dans la difficile question de la différence et de l'origine (Deleuze, 1968/2011), car, comme le disait Bateson (1972), pour que quelque chose compte, il faut que ce soit une différence.

Ainsi, lorsque les élèves de secondaire 1 tentent d'utiliser l'algèbre pour l'étude de suites arithmétiques et mettent en évidence les connaissances qu'ils ont développées, ils actualisent des formes culturelles d'actions et de pensées (le général) à travers une activité sensible et matérielle (le particulier) qui fait émerger une réflexion (le singulier), laquelle permet de résoudre les problèmes de mathématiques en question. Ceci s'effectue au travers d'une activité de classe unique, comme tous les évènements du monde. C'est l'évènement unique, situé et particulier de la connaissance, entendue comme la manifestation du savoir médiatisé par l'activité. La figure suivante résume les concepts de Savoir et de Connaissance et montre leur interaction :

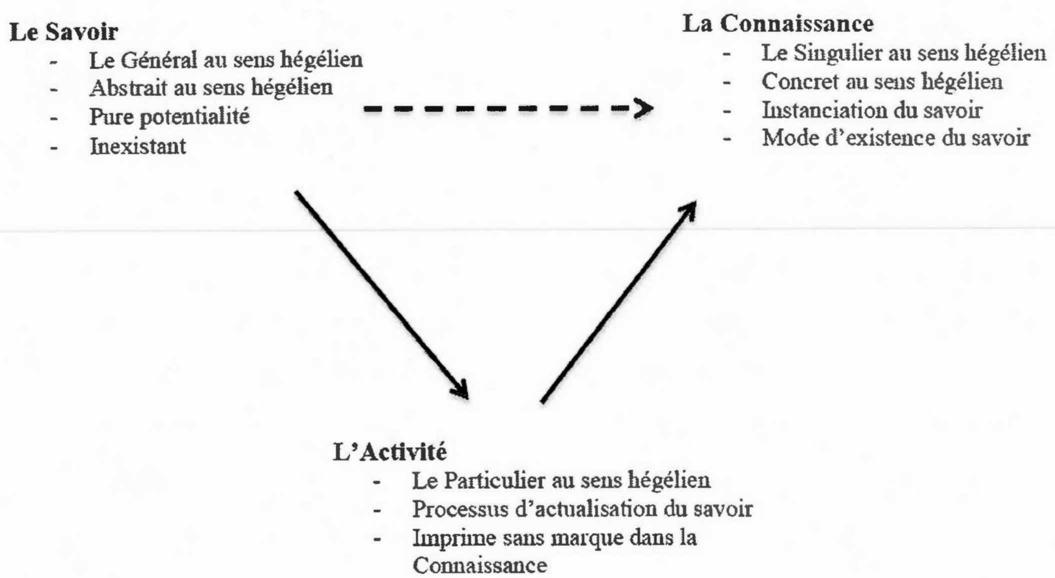


Figure 2.2 Médiation par l'Activité entre Savoir et Connaissance (inspirée de Radford, 2013, p. 19).

2.2.5.3 L'Apprentissage

Comme mentionné plus tôt, le savoir est compris comme séquence d'actions historiquement et culturellement codifiée qui s'instancie continuellement à travers l'activité. Ceci implique une fréquentation du savoir plutôt qu'une possession. En effet, le savoir est plutôt quelque chose que l'on rencontre, puisqu'il s'objecte. Littéralement le savoir s'oppose. Il se présente comme altérité, quelque chose qui n'est pas un Même pour la personne. Le processus d'objectivation, central à l'apprentissage, est justement cette « reconnaissance de ce qui s'objecte en tant que système d'idées, signifiés culturels, formes de pensée, etc. » (Radford, 2013, p. 23). Mikhailov le note bien, « le savoir, les compétences et les habiletés existent sans moi » (1980, p. 200, traduction libre), nous les rencontrons au cours de notre vie comme des objets extérieurs.

Mais ce processus d'objectivation ne se met pas en branle facilement dans la classe de mathématiques. La reconnaissance d'une forme de savoir tel que le traitement algébrique d'une suite arithmétique chez les élèves du secondaire ne se fait pas sans difficulté. Les élèves ne peuvent pas viser directement ce savoir puisqu'il est précisément inconnu pour eux. Ce n'est qu'*a posteriori*, lorsque ce savoir est « venu » à eux, « qu'ils peuvent faire sens avec ce qu'ils ont fait et pourquoi » (Roth, 2012, p. 16, traduction libre). En effet, « l'intuition, qui devient visible par la perception, est toujours en excès de l'intention, de savoirs connus et de l'action » (*ibid.*). Les élèves en situation d'apprentissage ne savent donc pas à l'avance comment orienter leur quête de connaissance, ce qui souligne une limite de la métaphore constructiviste et éloigne la théorie de l'objectivation de cette perspective. Dans ce sens, cette exposition à une tâche mathématique « affecte » les élèves, suscite chez eux de la frustration et des émotions parfois négatives, car les élèves souffrent[9] les objets de savoir (Roth, 2011). Il s'agit de la manifestation du *pathos,* cette forme première de relation affective au monde, étant la condition d'être qui précède l'émergence de toute forme de compréhension (Henry, 2000).

Toujours autour de l'exemple de l'apprentissage du traitement algébrique d'une suite arithmétique chez les élèves du secondaire, Radford décrit, dans une

---

[9] Les apprenants sont dans cette perspective tout aussi « agents » que « patients ».

étude récente (2011b), une situation de classe où l'attention des élèves sur la numérosité (perspective arithmétique) et non sur la spatialité des termes de la suite rend difficile l'apprentissage du savoir algébrique. Ce dernier demeure dans cet exemple séparé des élèves. Il n'a pas pu se montrer. Le savoir demeure, dans ce cas, sans actualité n'ayant pas pu être actualisé, et, par le fait même, devenir connaissance pour les élèves, existant pour eux. Il n'y a donc pas eu apprentissage, car apprendre c'est la transformation subjective et idiosyncrasique du savoir « en-soi » en un savoir « pour-soi », existant pour l'autre, devenu objet de conscience (Radford, 2013). C'est cette transformation qui est appelée objectivation.

L'apprentissage est donc entendu comme le processus social de prise de conscience graduelle d'un savoir culturellement et historiquement encodé. D'une part, il est objectivation puisqu'il est constitué d'actes de sens qui soulignent l'apparition de quelque chose qui se révèle (s'objecte). D'autre part, la conscience aussi se transforme au cours de ce processus, car apprendre signifie fréquenter un savoir, mais signifie aussi devenir. L'apprentissage ne peut donc pas être réduit à l'assimilation ou à l'adaptation. La théorie de l'objectivation se place au centre du spectre entre le Je isolé en proie au phénomène du réel et le Je dissolu horizontalement dans le monde culturel et social. L'apprentissage est dans cette perspective la « fusion entre les modes culturels de faire et de penser et une conscience qui tente de les mettre à jour » (Radford, 2007, p. 1790-1791). C'est pourquoi, il est à la fois processus d'objectivation et processus de subjectivation, c'est-à-dire création d'un Je unique et particulier.

La conception de la conscience sous-jacente à la théorie de l'objectivation tente de s'éloigner de la conception classique du monde et de l'espace intérieur qui remonte à la tradition augustinienne de la pensée et avait été remise à jour à travers le cogito cartésien. Elle tente de dépasser la perspective dichotomique entre l'intériorité (l'esprit, le psyché, le dialogue intérieur) et l'extériorité (le monde matériel, le corps matériel, le monde social). À ce sujet, Bakhtine propose (1929/1977) que :

> Les formes minimales du discours intérieur sont constituées par des monologues entiers, analogues à des paragraphes, ou par des énonciations entières. Mais elles rappellent davantage les répliques d'un dialogue. Ce n'est pas par hasard si les penseurs de l'Antiquité convenaient déjà le psyché intérieur comme un dialogue intérieur. Ce dialogue ne se prête guère à une analyse en constituants grammaticaux (elle s'y prête à la rigueur dans certains cas, avec de grandes précautions) et il n'existe pas entre les unités qui la constituent, tout comme entre les répliques d'un dialogue, de liens grammaticaux; ce sont des liens d'un autre ordre qui les régissent. Ces unités du discours intérieur, qu'on pourrait appeler impression globale d'énonciation, sont liées l'une à l'autre et se succèdent l'une à l'autre non pas selon les règles de la logique ou de la grammaire, mais selon des lois de convergence appréciative (émotionnelle), de concaténation dialogale, etc., et dans une dépendance étroite à l'égard des conditions historiques de la situation sociale et de tout le cours pragmatique de l'existence. Il existe entre le psychisme et l'idéologie une interaction dialectique indissoluble : le psychisme se démet, se détruit, pour devenir idéologie, et réciproquement (p. 63-64).

La conscience est ici plutôt perçue comme « le processus à travers lequel les individus réfléchissent sur le monde et s'orientent à travers lui » (Radford, 2013, p. 27). Elle apparait donc à la fois produite et productrice des relations et de médiations historico-culturelles émergentes et contingentes.

L'apprentissage, comme objectivation et subjectivation, est donc un processus social de prise de conscience graduelle d'un savoir historico-culturellement codé à travers lequel la conscience des individus est formée et transformée.

2.2.6 Sur le *Being* en didactique des mathématiques

Mais que veut bien vouloir dire « être-en-mathématiques » dans le cadre de la théorie de l'objectivation? On peut naïvement entendre l'être-en-mathématique étant la situation particulière d'un individu historique pris dans un processus d'acculturation dont les institutions scolaires seraient garantes, ou encore une forme de sommation de vécus qui déterminent les attitudes, les orientations et les aptitudes d'un apprenant. L'être-en-mathématique pourrait bien être aussi le rapport au savoir que cet apprenant entretient, rapport évalué sur un spectre négatif-positif ou quant à la profondeur de sens plus ou moins grande accordée à la discipline. Ce ne sont peut-être là que les scintillements de surface de ce que le l'idée d'être-en-mathématiques recouvre, il apparait crucial d'entrer plus en profondeur dans cette sphère de l'Être.

Peut-être faut-il commencer par celui qui « est-en-mathématiques »? Quel est ce « je » dont il est question? La pensée moderne, depuis Descartes, ne peut s'adresser au fondement du Je puisqu'elle le prend comme point de départ. Le dualisme entre le Monde des objets et le Je qui pense, atome isolé sans histoire, immuabilité en proie aux lois du phénomène, est partout présent. Le projet husserlien aura été celui de redéfinir l'idéal et le perçu et la relation en eux, mais sans troubler le Je isolé et la logique sujet-objet entendue comme structure de l'exister humain. À l'opposé, Bakhtine (1986/2003) soutient que le dualisme appauvrissant du rationalisme cartésien doit être combattu en répudiant les abstractions de la philosophie idéaliste (dont le sujet transcendantal husserlien est issu), et ce, pour mieux saisir la nature de l'action concrète ou de l'« acte » constituant la « valeur-centre » de l'existence humaine. Le Moi est ici une entité dynamique, corporelle, créative et mouvante, jetée dans un monde qui lui exige réponse. Bakhtine s'efforce de formuler une phénoménologie de « l'acte pratique », une phénoménologie qui se concentre sur nos activités d'êtres corporels dans un monde qui préexiste aux constructions abstraites.

L'idée du *Being* en didactique des mathématiques soutient le projet de maintenir l'équivoque de ce dualisme. Dans cette lignée, on peut penser que les théoriciens de l'objectivation et, plus généralement, les penseurs du socioculturel prennent pour point de départ cette indéniable « facticité » de l'individu et de la communauté et soulignent la particularité de tout instant de leur exister. N'a-t-on pas ici l'idée même du Devenir? L'autarcie d'un moi sous sa carapace de raison se heurte au « Je est un autre » rimbaldien, à l'architectonique de l'être de Bakhtine (*ibid.*), où être signifie être pour autrui et, à travers lui, pour soi.

2.3 Objectif de recherche

Au regard de ces réflexions théoriques et épistémologiques, qu'en est-il alors véritablement de la nature de ce dépaysement épistémologique? Qui se dépayse? Est-ce un phénomène social, psychologique, langagier? La théorie de l'objectivation mettant l'accent sur l'activité médiatisée par l'interaction sociale et les artefacts percevra sans doute le dépaysement épistémologique comme un phénomène éminemment social, un vécu collectif et à la fois ouvert et déterminé historiquement. Une perspective phénoménologique le comprendra comme une expérience, un vécu, une chose intérieure, dont il faudrait découvrir les structures essentielles et les modalités intentionnelles effectives dans son apparition. Bakhtine, à travers une sociolinguistique marxiste, y verrait sans doute un phénomène langagier, un dialogue avec de nouveaux horizons sociaux ou une rencontre avec des thèmes appréciatifs inédits. Et qu'en est-il de la sphère de l'être, de l'éthique et de l'altérité? Où vient-elle s'insérer? Chose certaine, on peut partout ici s'entendre pour affirmer que le dépaysement épistémologique est une expérience qui concerne la classe de mathématiques. Mais quelle est l'essence de cette « expérience »?

Ces questions de départ restent ouvertes et teintent, tout le long, la démarche de cette étude. Que peut donc signifier la rencontre avec l'histoire des mathématiques pour un futur enseignant de mathématiques, notamment par le biais d'une activité particulière, celle de la lecture de textes historiques? En quoi l'étude de l'histoire des mathématiques et le dépaysement qu'elle suscite peuvent s'insérer et prendre sens dans le devenir enseignant de ces étudiants? Comment donner la voix aux apprenants sur ce phénomène? D'ailleurs, que veut dire ici « donner »? Qui donne? Et de quelle(s) voix parle-t-on?

Le dépaysement épistémologique reste un concept large, qui peut englober de nombreuses dimensions de l'apprentissage des mathématiques et mettre au jour des sens pluriels quant à la formation des enseignants de mathématiques. Cette thèse cherche à profiter de l'ambiguïté du concept pour entrer dans une démarche exploratoire et laisser ouvertes les possibilités de découvertes et la sérendipité à son sujet. Armée d'un appareillage conceptuel émergent (savoir, connaissance, apprentissage, être-en-mathématique), tout en étant habitée par les questionnements épistémologiques amenés plus haut, cette étude se donne comme objectif de décrire le dépaysement épistémologique vécu par les futurs enseignants de mathématiques dans le cadre d'activités de formation où intervient l'histoire des mathématiques, en particulier la lecture de textes historiques.

CHAPITRE III

APPROCHES ET ÉLÉMENTS DE MÉTHODE

Dans ce chapitre, un devis méthodologique est mis en place. Avant de faire la description de l'opérationnalisation et l'instrumentation de la démarche, il est question des approches méthodologiques convoquées pour cette étude, ainsi que de la posture du chercheur dans cette optique.

3.1 Choix et justifications des approches méthodologiques

Comme l'objectif de cette recherche se caractérise par le besoin de mieux comprendre un phénomène et de documenter un aspect spécifique d'un champ de savoirs, des méthodes qualitatives de recherche sont employées. En effet, il faut donner du sens à l'objet de recherche par la mise en rapport des activités d'apprentissages proposées et le vécu observé et rapporté par les participants de l'étude. Cet accès à l'expérience de l'autre est central dans l'idée de mieux comprendre le phénomène du dépaysement épistémologique et son déploiement dans le contexte de la formation des enseignants de mathématiques du secondaire.

Ceci dit, quelques particularités de l'objet d'étude orientent les choix d'ordre méthodologique. D'abord, le besoin d'expliciter le sens de l'expérience des apprenants et l'accent mis sur le vécu de l'individu dans la description du phénomène suggèrent d'opter pour une approche phénoménologique. D'autre part, le regard posé sur le dépaysement épistémologique par l'intermédiaire de la théorie de l'objectivation invite à orienter certains éléments de méthodes de sorte que le cadre méthodologique puisse s'harmoniser avec la posture épistémologique sous-jacente.

D'abord, l'approche phénoménologique puise ses racines dans le courant philosophique de la phénoménologie. Essentiellement descriptive et compréhensive, celle-ci met l'accent sur « le vécu de l'individu et sur l'expérience subjective » (Anadón, 2006, p. 19). Elle questionne l'essence des phénomènes et tente de mettre en lumière les structures significatives internes au monde vécu (Van Manen, 1994). Or, le concept de dépaysement épistémologique tel que développé dans la littérature spéculative revêt un aspect à la fois affectif et cognitif. En effet, il est question d'un véritable « choc culturel » et de « malaise épistémologique » suite à la rencontre avec une forme de culture mathématique étrangère (Barbin, 2012). Dès lors, il faut décrire le phénomène à partir de ce qui est ressenti et compris par les futurs enseignants lors de l'étude de l'histoire des mathématiques. L'expression d'une nouvelle manière « d'être-en-mathématiques » (Radford, Furinghetti et Katz, 2007; Radford, 2011a, 2012), comme il en a été question précédemment, révèle fortement le caractère éminemment affectif du phénomène et fait écho à des termes d'analyse typiquement phénoménologique.

L'approche phénoménologique est susceptible de fournir une description du « vécu » de chacun des participants de l'étude. Elle dispose le chercheur dans une attitude d'accueil et d'ouverture envers ces derniers et leur accorde une certaine liberté en laissant le plus longtemps possible dans l'indécision l'établissement de la signification de leur expérience. Ces éléments apparaissent déterminants dans l'idée de décrire finement le phénomène de dépaysement épistémologique en évitant un produit réifié, réducteur ou stérile. Par ailleurs, ce regard porté sur le vécu du dépaysement épistémologique par une approche phénoménologique répond à la problématique de départ, puisqu'il a été mis d'emblée en évidence le besoin de décrire finement « ce qui se passe » plutôt que les retombées de l'étude de l'histoire des mathématiques, et ce, à partir d'un regard « exploratoire » plutôt que « confirmatoire » ou « infirmatoire ». L'exploration des fondements philosophiques de cette approche et des apports importants qu'elle a pu amener en sciences humaines permettra plus loin de mieux comprendre la justification de ce choix d'ordre méthodologique.

D'autres approches ont été envisagées pour l'atteinte de l'objectif de recherche. Une première possibilité aurait été l'étude de cas. En effet, il est possible de tirer profit de l'étude de cas « dans la construction d'une théorie nouvelle, dans l'observation d'un phénomène ou dans la découverte de nouveaux faits » (Karsenti et Demers, 2004, p. 210). La dimension fortement exploratoire de la démarche semble adéquate pour obtenir une description du dépaysement épistémologique. D'un autre côté, ce type d'enquête recèle une dimension « naturaliste » et « s'attarde au sens des choses dans leur contexte » (*id.*, p. 211). Ainsi, la dimension heuristique de l'approche et la nature holistique des résultats escomptés dans le cadre de l'étude de cas (Merriem, 1988) s'éloignent quelque peu de la description désirée. En effet, l'étude de cas permet d'enquêter sur un phénomène quand les frontières entre celui-ci et son contexte ne sont pas clairement définies (Yin, 2003). Or, il apparait peu pertinent de décrire dans une perspective naturaliste ou écologiste le phénomène à investiguer. En effet, le cas du dépaysement épistémologique est plutôt restreint à une portion spécifique du vécu des futurs maitres associée à une expérience précise et particulière dans le cadre de leur formation. Globalement, il serait difficile de rendre utile et efficace la grande portée de l'étude de cas.

Une autre approche possible aurait été celle de l'analyse narrative (Denzin, 1989; Ferraroti, 1983). Comme le souligne Anadón (2006), elle s'intéresse « à analyser le récit en termes de motivations, d'attentes et de pensées propres à l'individu » (p. 22). Cependant, la perspective biographique prend ici une ampleur qui ne semble pas adéquate à l'objectif de recherche. En effet, cette approche, à travers l'analyse du récit des participants, met en relation l'histoire individuelle et celle de la société. Pour y arriver, l'analyste met l'accent sur les rapports sociaux, le sexe, le genre, la classe sociale ou encore l'appartenance sociale de la famille (Ferraroti, 1983). Encore ici, ces éléments semblent dépasser le champ d'investigation associé à l'objet d'étude. En outre, la dimension expérientielle et affective du dépaysement épistémologique serait difficile à atteindre dans un tel cadre. Du moins, elle ne serait pas aussi directement visée que par l'approche phénoménologique.

Cela dit, un questionnement important survient concernant la manière de rendre une description « essentielle et générale » du phénomène comme le propose l'approche phénoménologique. Le point de vue socioculturel que porte la théorie de l'objectivation sur le phénomène invite à interroger ce qu'une description du dépaysement épistémologique peut recouvrir et la manière de rendre une telle description. En effet, le cadre conceptuel développé au chapitre précédent sous-tend une vision particulière du sujet, du savoir et de l'apprentissage. À travers Bakhtine, Heidegger et Levinas, la théorie de l'objectivation souligne la perspective d'un sujet divisé et multiple. Historique, celui-ci est jeté dans un monde qui lui demande réponse. L'apprentissage des mathématiques, comme processus d'objectivation et de subjectivation, implique, comme il en a été question, le développement d'un sujet éthique.

Afin de fournir une description qui soit en phase avec cette perspective, seront mis en place différents moyens de « mailler » les points de vue des participants sur le dépaysement épistémologique, de reconnaitre le savoir en commun qui a émergé de leur expérience. En effet, qui se dépayse lors de l'étude de l'histoire des mathématiques? Les étudiants se dépaysent-ils l'un et l'autre, côte à côte? Sans rejeter d'emblée l'approche phénoménologique qui semble, de prime abord, centrée sur l'individu et son vécu subjectif, il faut trouver les moyens de l'articuler au cadre conceptuel de l'étude qui souligne que le savoir est « savoir-avec-les-autres ». Cette articulation nous apparait possible par le biais d'un dispositif méthodologique concret, comme l'ajout d'une phase de collecte de données tel un entretien de groupe, mais surtout par une réflexion et un travail particulier sur la forme de la description finale du phénomène que propose cette étude.

Cette description, qui doit maintenir la pluralité des discours tout en soulignant leur « perméabilité », a été envisagée dans la perspective de la critique dialogique bakhtinienne (Bakhtine, 1986, 1978/1997, 1963/1998). Dans ce cadre, c'est la rencontre des discours, des « agirs » et des horizons sociaux qui permet de dire quelque chose sur la réalité. C'est la mise en lumière de tensions et de rapprochements entre différentes positions qui permet d'éclaircir un phénomène. L'exploration des fondements de l'approche phénoménologique et de ses applications dans les sciences humaines, ainsi que de la perspective dialogique bakhtinienne et de son arrière-plan épistémologique, permettra de mieux comprendre ces choix d'ordre méthodologiques.

3.2 Sur l'approche phénoménologique

3.2.1 Les fondements philosophiques

Depuis Platon, l'affectivité subit un procès à charge quant à sa relation avec la connaissance. L'accusation se fonde sur une vision dualiste de la nature humaine et sur la thèse en vertu de laquelle la dimension affective serait coupable d'entraver et de troubler la rationalité dans son travail d'élaboration du savoir. Comme le rappelle Pascal, se déroule, de manière inéluctable, une « guerre intestine dans l'homme entre la raison et les passions » (1669/2004, p. 412). Cette conception, faisant partie des lieux communs les plus tenaces de la pensée occidentale, a déterminé une organisation antagoniste du langage et de la réflexion prenant forme dans les couples de notions tels; passion/raison, corps/esprit, intuition/connaissance, irrationnel/rationnel, inconscient/conscient (Lazarus et Lazarus, 1994). La raison est alors le principe théorique qui fonde l'objectivité de la connaissance et l'activité spéculative, l'affectivité nourrissant, quant à elle, la dimension subjective, fermée à tous dires vrais.

Comme Platon, Descartes fonde l'analyse des passions sur un modèle dualiste qui caractérise la nature humaine comme composée de deux substances ontologiquement distinctes. Les passions, terme générique qu'il utilise pour nommer tous les phénomènes affectifs, seraient causées par le corps et reçues de manière totalement passive par l'âme. La volonté, qui fait partie de la substance pensante, a la capacité d'intervenir activement et de les dominer, de les corriger quand elles s'opposent aux principes de la raison (Descartes, 1649/1998). Cependant, les passions ne sont pas forcément négatives chez Descartes. Il leur reconnait un rôle pratique, à savoir le pouvoir d'indiquer ce qui est utile ou nuisible pour la vie de l'organisme. Cette valorisation fonctionnelle de l'affectivité n'a cependant aucune incidence sur la conception qui oppose passions et raison quant aux conditions de possibilité de la connaissance humaine. D'après Descartes, l'exercice de la pensée est éminemment rationnel et n'admet aucune intrusion affective. Le fondement épistémologique du savoir humain, comme il l'énonce clairement dans la deuxième méditation métaphysique, est le *cogito*. L'un des problèmes majeurs du rationalisme cartésien est la compréhension de phénomènes affectifs qui sont complètement inutiles à la vie de l'organisme, par exemple les émotions esthétiques.

À travers la phénoménologie survient une réhabilitation de la dimension affective et sensible de la nature humaine, laquelle ne se trouve plus en porte à faux avec la rationalité quant à l'élaboration d'un savoir. Ainsi, Max Scheler (1923/2003) considère la phénoménologie comme une approche révolutionnaire permettant de comprendre le rapport entre la conscience et le monde et, dès lors, susceptible de donner à l'expérience affective une valeur cognitive. De fait, il est allé encore plus loin, revendiquant l'autonomie de l'affectivité comme mode originaire d'accès au monde. L'affectivité, ou mieux, les phénomènes affectifs ouvrent sur le monde porteur de valeurs, ce qui est possible en vertu de leur caractère intentionnel.

Or, sous l'impulsion de Husserl (1913/1998), la phénoménologie place le sujet ou la subjectivité au fondement de toute science. Il envisage le sujet au moyen du concept d'intentionnalité, d'où la devise qui caractérise son œuvre : « toute conscience est conscience de quelque chose » (cité dans Meyor, 2007, p. 104). Ce concept d'intentionnalité définit la relation du sujet avec le monde. Selon Meyor :

> [L'intentionnalité] rend compte du lien structurel qui noue le sujet au monde : sujet et monde ne sont plus deux entités différentes qui existent sur des registres isolés l'un de l'autre et dont la mise en relation pose problème, ils existent et sont liés sur la base commune de la visée intentionnelle et de la signification (*ibid.*).

Le sujet tel que le perçoit la phénoménologie n'est donc pas le sujet qui pense et formule la science, mais celui qui vit le monde et qui en fait l'expérience dans sa quotidienneté, ce qui inclut toute la texture, l'épaisseur et la densité que cette expérience comporte.

La phénoménologie vise ainsi à décrire les phénomènes du réel tels qu'ils se donnent à la conscience (postulat de l'intentionnalité) et, pour ce faire, il se doit « [...] d'écarter par avance toute présupposition autre que purement formelle » sur celui-ci (Seron, 2001, p. 16). Plus précisément, il doit amorcer une suspension des « engagements implicitement pris depuis toujours à l'égard des choses [...] pour parvenir à une conscience pure et thématique des modes d'être, afin que se donnent à connaitre divers types de choses » (De Monticelli, 2000, p. 52). Cette opération est appelée la réduction phénoménologique ou *épochè,* mot grec qui signifie « brisure » ou « arrêt ». Autrement dit, il s'agit de la mise entre parenthèses de tout présupposés scientifiques, de toutes croyances, de tout jugement de valeur et de toutes formes d'*a priori*, afin de véritablement accueillir le phénomène étudié et le décrire tel qu'il se présente à la conscience sensible. C'est cette réduction qui doit permettre au phénoménologue d'accéder à « la chose même ».

L'intentionnalité est donc cette solution nouvelle et presque miraculeuse. L'alternative idéalisme/réalisme est dépassée et ainsi la dualité subjectif/objectif. C'est cette corrélation préalable, soit l'éclatement de la conscience dans le monde, d'emblée conscience d'autre chose que soi, qui vient se présenter comme la grande idée de la phénoménologie essentialiste husserlienne. Il n'y a pas de conscience pure, car la conscience est conscience de quelque chose, nouée à quelque chose. Or, l'être du phénomène intentionnel n'est pas « chosique », mais comment préserver alors sa transcendance spécifique sans retomber dans l'idéalisme transcendantal? Autrement dit, comment peut-on conserver le style eidétique de la phénoménologie (recherche de structures essentielles) sans réduire la réalité à ce qu'on pourrait appeler de l'« intelligible ». Sartre (1943/1990) soulignait, en ce sens, que Husserl n'aurait pas su, d'une certaine façon, dépasser Kant. Les nombreuses questions philosophiques que soulèvera l'œuvre de Husserl, vont contribuer à la très forte division du courant phénoménologique.

Avec Heidegger (1927/1986b) et son concept de « compréhension préontologique », les apories de la philosophie de Husserl sont fortement mises en évidence. Pour ce penseur, toute compréhension s'élève sur le fond de certaines appréhensions, sur le fond d'un déjà-là. Il souligne que nous sommes des êtres historiques qui habitent le monde, et le langage, qui nous préexiste, est la « maison de l'être ». C'est pourquoi la Culture prendra avec Heidegger une place prépondérante dans la phénoménologie. Pour lui, comprendre c'est « pouvoir » quelque chose, et, comme le dit Grondin : « ce qui est pu dans ce pouvoir c'est toujours une possibilité de soi-même, un se-comprendre » (2011, p. 36). La tâche de la phénoménologie en est maintenant une de rappel, car il faut s'attaquer à un double oubli, celui de soi-même et de sa finitude. La phénoménologie devient ici un projet de compréhension de l'être, une route vers ce qu'il appelle l'authenticité. Ses réflexions sur la compréhension, l'interprétation et le langage vont mener à des développements importants du côté de l'herméneutique. En effet, de ses analyses du *Dasein* (l'être-là), Heidegger descellera que l'existence est, d'une certaine façon, elle-même herméneutique.

On rejoint ici la notion d'« être-en-mathématiques » qui est centrale dans la théorie de l'objectivation. Pour les penseurs de la théorie de l'objectivation, être-en-mathématiques signifie se comprendre comme un être-qui-fait-des-mathématiques-avec-les-autres. Apprendre les mathématiques dans cette perspective, c'est exprimer, avec les autres, son pouvoir de compréhension de soi-même, de sa situation historique, langagière et culturelle. Pour parler comme Heidegger, c'est d'une certaine façon « déconstruire », qui est l'expression d'une liberté.

Globalement, les reprises heideggeriennes (et aussi merleau-pontiennes) de la phénoménologie vont radicaliser le pôle transcendantal de l'intentionnalité jusqu'à libérer la transcendance de toute immanence. Autrement dit, elles donnent la priorité au Monde sur la Subjectivité. Chez Husserl, « c'est la subjectivité, en tant qu'elle est précisément transcendantale, c'est-à-dire lieu de bouclage et de récupération en une immanence à soi, qui a le dernier mot » (Sebbah, 2004, p. 172).

L'œuvre de Husserl en est une fragmentée, non résolue et arborescente. Ses héritiers immédiats tels Martin Heidegger, Maurice Merleau-Ponty, Emmanuel Levinas et Jean-Paul Sartre, ainsi que ceux plus tardifs comme Paul Ricoeur, Hans-Georg Gadamer, Jacques Derrida, Michel Henry et Jean-Luc Marion, ont témoigné à la fois de son étonnante richesse et de son extrême éclatement. Elle aura été durant le 20e siècle, avec l'analyse marxiste et l'épistémologie historique, un courant philosophique dominant dont le style d'analyse teinte encore aujourd'hui la pensée de nombreux scientifiques, littéraires, artistes et philosophes.

3.2.2 L'approche phénoménologique en sciences humaines

À la fin des années soixante-dix, ce courant philosophique a débouché sur le développement d'approches dites phénoménologiques en sciences humaines, notamment en psychologie autour principalement d'Amédéo Giorgi (1975, 1989, 1997) et en éducation dont la figure de tête est Max Van Manen (1989, 1990, 1994).

La querelle entre ces deux penseurs est maintenant devenue légendaire[10]. En effet, les travaux du psychologue Amédéo Giorgi de l'Université Duquesne aux États-Unis ont contribué à l'élaboration d'une « méthode » phénoménologique admise comme « scientifique » dans la communauté des chercheurs psychologues. Dans ce cadre giorgien, l'investigation des phénomènes se suffit du premier mouvement de la réduction, soit la réduction phénoménologique, c'est-à-dire l'*épochè*. Mentionnons que la rigidité du processus d'analyse des données est sujette à des débats virulents chez les chercheurs phénoménologues. En effet, pour plusieurs, dont Van Manen, la méthode sous-tend un arrière-plan positiviste, proposant une manière de faire de la recherche toute faite, sorte de méthodologie formatée et déterminée qui semble à l'opposé de l'attitude d'ouverture propre à l'analyse phénoménologique.

Cette méthode en cinq étapes, reprise notamment par Deschamps (1987, 1993) et Lamarre (2003), constitue couramment, de par son étiquette scientifique, la porte d'entrée à la phénoménologie dans les sciences humaines en général. Les étapes, généralement énoncées, sont : (1) Obtenir des descriptions spécifiques du phénomène considéré à partir de la collecte et de la transcription de données écrites et/ou

[10] Giorgi se revendique de la phénoménologie essentialiste husserlienne et Van Manen de la phénoménologie herméneutique heideggérienne.

verbales. (2) Pour chacune d'entre elles, tirer un sens général de l'ensemble de la description. En effet, une fois les données recueillies et retranscrites pour l'analyse, il faut rapidement prendre connaissance du récit du participant. C'est l'occasion de se familiariser davantage avec le langage utilisé et d'avoir une idée large de la description. (3) Identifier les « unités de sens » qui émergent de la description. Les unités de sens sont des « constituants qui déterminent le contexte du phénomène exploré et dont les sens demeurent inhérents à ce contexte » (Deschamps, 1993, p. 65). C'est-à-dire qu'il faudra diviser la description du participant (le verbatim ou le texte écrit) en courts passages qui semblent présenter une unité de sens. (4) Approfondir le sens de ces unités de sens en leur attribuant une catégorie spécifique. Autrement dit, il faut les « exprimer en termes éloquents qui rendent compte de la maturité des unités de sens dans le processus d'analyse » (*id.*, p. 67). (5) Établir les vécus phénoménologiques associés aux unités de sens. À cette dernière étape, il faut établir, si possible, le vécu affectif (processus, états, conditions) qui sous-tend l'unité de sens. Ici, le chercheur doit tenir compte de tout ce qui s'est dit dans le contexte où l'unité de sens est rapportée. Il doit faire usage de « la variation imaginative, c'est-à-dire prendre appui sur l'expérience originaire du fait tel qu'elle lui est livrée » (*id.*, p. 69). Il s'agit donc d'une phase de recherche où le concept de réduction phénoménologique et la disposition particulière du chercheur phénoménologue entrent fortement en ligne de compte.

Quant à Van Manen, la démarche qu'il propose apparait moins rigide, systématique ou directive. Inspiré par la tradition phénoménologico-herméneutique, autour notamment de la pensée de Heidegger et Merleau-Ponty, ce chercheur canadien de l'Université d'Edmonton établit plutôt les grandes lignes directrices et les thèmes qui lui apparaissent essentiels pour une recherche qui souhaite mettre à profit la phénoménologie. Sa réflexion reste large et n'aboutit à aucune forme de prescriptions méthodologiques, ni à aucune prétention à la scientificité. Ses sujets de prédilection sont : l'orientation vers le phénomène par l'exploration de l'expérience vécue, l'investigation de l'existence, la réflexion phénoménologique et l'écriture phénoménologique (Van Manen, 1994).

Ceci dit, qu'ils soient de la tradition eidétique ou herméneutique, on peut souligner que les différents penseurs s'entendent tout de même sur le fait que le questionnement du chercheur phénoménologue vise essentiellement à cerner la manière dont une expérience de vie a été ressentie et comprise par celui ou celle qui l'a vécue. Une telle recherche consiste donc à explorer comment l'être humain existe dans et par sa relation avec le monde. Dès lors, on ne se limite pas aux faits qui déterminent qu'une expérience se décline sous tels ou tels aspects dans une démarche heuristique aux visées totalisantes, mais plutôt de véritablement « élucider à quoi ressemble cette expérience pour la personne qui la vit et de saisir son incidence sur sa manière d'être pendant et après l'avoir vécue » (Lamarre, 2004, p. 24).

Dans un numéro spécial de la revue *Recherches qualitatives*, Meyor, Lamarre et Thiboutot (2005) donnent la liste de plusieurs exemples de recherche en sciences humaines au Québec dont l'approche est de nature phénoménologique. En éducation, ils soulignent les travaux d'Anne-Marie Lamarre (2004) qui montrent comment la structure fondamentale de l'existence, issue de la pensée de Heidegger sur la conception de l'être, a permis de mieux comprendre la manière dont se manifeste l'expérience de la première année d'enseignement chez des enseignantes débutantes. À partir de descriptions spécifiques résultant des témoignages de cinq enseignantes, la chercheuse a pu dégager une description essentielle de l'expérience de l'enseignante novice au primaire.

Il faut comprendre que cette approche ne constitue aucunement une « méthodologie » de recherche en elle-même. Elle serait plutôt une disposition de recherche particulière et fournirait un certain regard au chercheur en recherche qualitative. Comme développé plus haut, ce regard du chercheur phénoménologue se démarque lorsqu'il se pose sur les participants de l'étude. En effet, l'approche phénoménologique sous-tend une certaine réhabilitation du sujet à qui l'on consent dans cette perspective « une reconnaissance de droit » (Meyor, 2007, p. 105). On saisit alors toute la différence entre le sujet pensé et formalisé par la science et le sujet en acte dans la réalité et la concrétude de son expérience.

Ainsi, les mises en garde sont clairement établies : la phénoménologie n'est pas une méthodologie fournissant grilles de lecture, outils d'interprétation, etc. « La méthodologie s'apparente au sens étymologique contenu dans le mot *metodos*, qui signifie chemin, route. Elle est le chemin à parcourir soi-même comme chercheur vivant le phénomène » (*id.*, p. 112). En fonction de l'objet de recherche et de la posture épistémologique du chercheur, ce regard phénoménologique pourra « contribuer à expliciter des phénomènes humains à la lumière des concepts tels l'existence, l'être-au-monde, l'historicité, la disposition affective, la compréhension, le discours et le processus dialectique » (Meyor, Lamarre et Thiboutot, 2005, p. 3). L'approche phénoménologique laisse donc, en quelque sorte, une grande place à l'invention méthodologique et ne prescrit aucunement de devis précis de recherche.

3.3 Sur la perspective dialogique bakhtinienne

Cette étude se donne l'objectif de produire une description d'un phénomène particulier. Comme il en a été question précédemment, l'approche phénoménologique doit mener à une description générale du phénomène investigué à partir des descriptions spécifiques obtenues auprès de chaque participant de l'étude. Or, comment obtenir une description générale à partir de descriptions spécifiques? Comment éviter la simple observation de redondances dans les descriptions spécifiques, comme si, par accumulation, une description générale et finale pourrait émerger? Ceci ne risque-t-il pas de réduire la participation des sujets de l'étude à de simples exemplarités quant à l'expérience du dépaysement épistémologique? Une démarche naïve pourrait mener à une simple énumération de constats isolés du genre : celui-ci a vécu ça comme ça, celui-là autrement, celle-là se démarque par ceci, etc.

En accord, avec les présupposés épistémologiques qui sous-tendent la théorie de l'objectivation, ainsi que la perspective du *Being* en didactique des mathématiques décrite au chapitre précédent, il nous a fallu repenser, pour notre compte, ce que peut vouloir dire « description générale du phénomène » et, plus largement, éclaircir ce qui caractérise une telle description. Pour ce faire, il faut entrer dans la sphère de l'écriture et de la relation qu'elle entretient avec la recherche. Ces éclaircissements s'appuient sur des éléments de la philosophie sociolinguistique et de la théorie du roman de Mikhaïl Bakhtine, un des penseurs centraux de la théorie de l'objectivation.

De ses analyses de Freud, de Saussure et de la théorie linguistique générale, Bakhtine développe un mode critique d'analyse fondé sur le principe dialogique qu'il applique à l'analyse littéraire et plus généralement à l'analyse de l'idéologie (Sabo et Nielsen, 1984). Brièvement, le principe dialogique souligne que chaque énoncé d'un discours est nécessairement une réponse à d'autres énoncés dans une sphère donnée de communication (Morris, 1994). Un discours est alors perçu comme un dialogue, mais ce dialogue n'est pas entendu comme un simple enchainement d'énoncés constituant une forme d'échange ou de conversation. Ces aspects ne seraient que la manifestation superficielle du dialogisme qui « dépasse de très loin les relations entre les répliques d'un dialogue formellement construit », car « il est quasi universel et traverse tout le discours humain [...] d'une façon générale, tout ce qui a un sens et une valeur » (Bakhtine, 1963/1998, p. 77). Très globalement, nous pouvons donc parler de dialogues tant au niveau de la langue qu'au niveau des idées. Confrontée à la critique[11] dialogique, une œuvre scientifique, littéraire ou philosophique peut être dite « polyphonique » dans la mesure où elle offre une forte pluralité de discours et de compréhensions du monde.

[11] L'expression « critique » est entendue dans un sens très vaste et évoque les problématiques de recherche qui se lient à la visée émancipatoire. Il est ainsi possible de placer la théorie de l'objectivation dans une épistémologie dite critique en éducation.

À titre d'exemple, peuvent être soulignés les premiers travaux de Bakhtine portant sur l'œuvre de Dostoïevski. Le roman *Les frères Karamazov*, considéré comme le chef d'œuvre de l'auteur, est porté comme l'emblème du roman polyphonique. En effet, Dostoïevski y dépeint de nombreux personnages habités par des personnalités singulières qui tiennent des rôles finement établis (le bourgeois, le libéral athée, le savant, etc.). Ce sont des personnages agissant en tant que « porte-parole de visions du monde » (Sabo et Nielsen, 1984, p. 80) que l'auteur fait dialoguer. La confrontation de ces individualités douées d'une forte ipséité, et qui s'émancipent de l'auteur à travers la narration, met en relief l'épaisseur existentielle, idéologique et sociohistorique de l'époque. Pour Bakhtine, c'est cet aspect polyphonique du roman qui permet de rendre compte de la réalité de Dostoïevski, dans ce cas, la Russie au lendemain des réformes de 1860.

Dans la perspective dialogique, le travail de l'auteur/chercheur est de percevoir les « grandes idées » et les « représentations des hommes qui parlent de leur univers idéologique » (Bakhtine, 1978/1997, p. 182) tout en favorisant l'aspect polyphonique de son œuvre. À l'intérieur d'une œuvre polyphonique, « la réalité perd de son statisme, de son naturalisme [...] le futur commence à y pénétrer sous la forme de tendances, de possibilités, d'anticipations » (Bakhtine, 1970/1982, p. 129). Une telle œuvre « comporte des vues essentielles sur la liberté, surmonte le déterminisme et le mécanisme étroit » (*ibid.*).

Toute explication est par définition un processus de réduction, mouvement du dialogique vers le monologique, et comme le dit Bakhtine : « lorsque nous tentons de limiter l'objet de recherche, de le ramener à un complexe objectif [...] nous perdons l'essence même de l'objet étudié, sa nature sémiotique et idéologique » (1929/1977, p. 72). Cette perspective dialogique sur le produit de notre recherche invite à engendrer la multiplicité plutôt qu'un monologue linéaire sur le réel. Or, nous considérons notre travail de recherche comme un travail d'auteur. Étant habité comme auteur/chercheur par ces éléments critiques fondamentaux, certains éléments de méthode ont été mis en place, mais surtout la description du dépaysement épistémologique proposée prend une forme particulière, celle d'une narration polyphonique.

L'idée de l'écriture d'une narration polyphonique est arrimée au besoin de rendre compte de la multiplicité des vécus du dépaysement épistémologique. Multiplicité qui cherche non pas à présenter côté à côte, en rangées, les vécus de chacun des participants, mais à offrir véritablement le « monde en commun » (Derrida, 1996) qui a émergé lors des expérimentations, monde en commun pouvant prendre des directions inattendues, enchevêtré et tissé d'éléments descriptifs qui se répondent et se font écho. En ce sens, Bakhtine dirait que tout mouvement de conscience est lui-même dialogique, pénétré par et en dialogue avec ceux des autres, et ne peut donc être abordé en dehors des mouvements de conscience auxquels il répond, et qu'il permet en guise de réponse.

L'objectif de la narration polyphonique est donc de restituer, à travers l'écrit[12], le monde en commun qui a émergé lors de ces activités d'apprentissage, un monde dans lequel nous habitons aussi comme formateur/chercheur, monde de sens qui a émergé à partir du moment où nous avons rencontré les participants. Pour cette étude, la narration polyphonique est un moyen de mettre en scène ce monde en commun que nous leur avons proposé de vivre mathématiquement. Cette proposition suppose pour nous tous, chercheurs et participants, une exploration aux frontières de nos horizons, dans le cadre de la rencontre avec d'autres individus présents et historiquement présents.

Or, la narration polyphonique telle que pensée dans le cadre de la critique dialogique, et que Bakhtine trouve chez Dostoïevski, est bien située sur cette brèche

[12] L'objectif de recherche pourrait être à partir de maintenant : de « d'écrire » le dépaysement épistémologique.

du « moi », lequel ne peut, dans cette perspective, être abordé que par une architectonique de l'être, un moi multiplié. Brèche où explose par ailleurs la littérature contemporaine : « pluralité des langues, confrontation des discours et des idéologies, sans conclusion, sans synthèse, sans monologisme, sans point axial [...] une polyphonie non finie, indécidable... » (Bakhtine, 1963/1998, p. 77). À l'opposé de l'idée d'un Je isolé, le discours polyphonique bakhtinien vise la multiplicité et évite la culmination dans un « je-stable », le « je-stable » qui serait celui de l'auteur monologique.

Dans une œuvre polyphonique, « le héros et l'auteur s'expriment conjointement [...], on entend alors raisonner les accents de deux voix différentes. Le discours fonctionne à visage découvert, bien qu'ayant deux visages, comme Janus » (Bakhtine, 1929/1977, p. 198). Nous sommes donc nous-même comme auteur/chercheur impliqué dans ce tissu de sens qui lie l'ensemble des « acteurs » des évènements; nos mots, bien que ne nous appartenant pas, sont ceux aussi des participants. Dès lors, il nous faut éviter de placer la sensibilité sympathisante envers les participants d'un côté et une certaine distanciation de l'autre, mais chercher, comme le souligne Bakhtine, à joindre « les accents du héros et ceux de l'auteur[13] dans les limites d'une seule et même construction linguistique » (*id.*, 214). Il s'agit de repérer les gestes, les mots et les réactions, autrement dit le style, dont les témoignages portent « la trace » (Levinas, 1971/2010), de chacun des participants pour mieux les faire dialoguer, les faire se répondre. Il apparait alors possible de rapporter le « savoir-avec-les-autres » qui a émergé, le vécu collectif, le tissu de sens partagé sur le dépaysement épistémologique, monde de sens auquel nous avons contribué comme auteur/chercheur.

Pour résumer, cette étude emprunte à la démarche phénoménologique en science humaine le regard exploratoire sur l'objet de recherche et l'attitude

[13] Ici, les personnages sont associés aux participants et l'auteur à nous-même comme chercheur.

d'ouverture face aux participants, lesquels sont perçus dans leur existence concrète. Sans rejeter la « méthodologie » proposée par Giorgi et les psychologues phénoménologues, elle s'en inspire afin de structurer les phases d'analyses de données. Dans un second temps, sont empruntés à la perspective dialogique bakhtinienne, les concepts de polyphonie et de discours indirect libre. Ceux-ci permettent de dégager les moyens nécessaires à l'élaboration d'une description du vécu du dépaysement épistémologique qui puisse nous inclure comme formateur/chercheur. C'est-à-dire, une description qui puisse rendre compte de la parole rapportée et des gestes posés par les participants, non pas tant grâce à divers sens pris isolément, mais avant tout grâce aux intonations et accentuations, à l'orientation appréciative du discours, et comment ces accents venus de l'extérieur interfèrent avec les accents et les intonations des autres participants et des nôtres. Le tout est chapeauté par les concepts de la théorie de l'objectivation qui participent *a priori* de notre propre discours sur le dépaysement épistémologique et de notre propre orientation appréciative concernant l'éducation mathématique.

3.4 Opérationnalisation et instrumentalisation

3.4.1 Les sources de données

3.4.1.1 Le contexte de l'étude

La sélection des participants de l'étude a été faite parmi les étudiants inscrits au cours *MAT6221 Histoire des mathématiques*. Ce cours est offert lors de la dernière année de formation au baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire à l'Université du Québec à Montréal. Il est normalement dispensé chaque hiver au département de mathématiques de l'université. Au tout début de la session d'hiver 2013, tous les futurs maitres inscrits au cours ont reçu un courriel d'invitation (*voir* app. A) les invitant à participer à la recherche. Une première invitation, qui reprenait les mêmes informations que dans le courriel, avait été faite lors du tout premier cours de la session. Une première rencontre individuelle avec les étudiants intéressés a eu lieu. Celle-ci a permis de faire connaissance, mais surtout de clarifier ce que la participation au projet impliquait et de s'assurer que les participants s'inscrivaient au cours pour la première fois.

Compte tenu de l'approche méthodologique choisie et de la profondeur des analyses qu'elle suppose, un minimum de quatre et un maximum de six participants étaient escomptés en vue de rendre possible l'élaboration de la description du phénomène à partir d'un nombre raisonnable de descriptions spécifiques (Deschamps, 1993). En d'autres mots, pour décrire le phénomène de dépaysement épistémologique en profondeur, il faut décrire le vécu de plusieurs sujets, mais leur nombre, d'une part, ne doit pas être trop élevé compte tenu de la lourdeur des analyses et, d'autre part, être suffisant pour que le phénomène puisse être appréhendé. Lors de l'annonce en classe du projet, six étudiants se sont montrés intéressés par le projet et ces six étudiants ont été recrutés. Ceux-ci ont participé de manière satisfaisante à l'ensemble des activités de recherche prévues, et ce, jusqu'à la fin du processus de collecte de données.

Le cours *MAT6221 Histoire des mathématiques* est dispensé depuis plusieurs années par le professeur Louis Charbonneau, membre du comité de recherche qui encadre cette étude. Lors de la session d'hiver 2013, chacune des séances de cours a été partagée en deux parties d'environ 75 minutes (à l'exception du premier cours, des deux cours réservés aux examens et des cours dans lesquels les étudiants présentent leurs travaux de session). La première partie portait sur l'évolution des mathématiques au fil des âges (suivi chronologique allant de 3000 av. J.-C. jusqu'à aujourd'hui) avec le souci de créer des liens entre le développement de la discipline et l'histoire des hommes, des cultures et des sociétés. Elle a été dispensée par le professeur Charbonneau et prenait généralement la forme d'exposés magistraux, d'exploration de documents audiovisuels et d'échanges en groupe. Nous avons pris en charge la seconde partie de chaque cours. Ce fut alors l'occasion pour les étudiants de se livrer à des activités de lecture de textes historiques. Sept activités de lecture ont été élaborées pour le cours (*voir* app. B). Elles portent sur les écrits de mathématiciens (A'hmosè, Euclide, Archimède, Al-Khwarizmi, Chuquet, Roberval, Fermat), associés aux différentes époques qui ont été abordées lors de la première partie de chaque cours. Ces activités de lecture comportaient une phase de présentation de l'auteur du texte, de lecture individuelle et de plénière.

Comme nous accompagnions ponctuellement l'ensemble des étudiants du groupe lors des activités de lecture, ces derniers risquaient de nous percevoir principalement comme « formateur » et comme partie prenante de l'équipe enseignante. Avant de débuter les phases de terrain de l'étude, le comité de recherche était conscient que cette perception aurait pu entrainer un rapport d'autorité néfaste du chercheur envers les étudiants et amener une pression indue à la participation au projet. Or, le comité a tenu à ce que le chercheur s'éloigne le plus possible de l'administration et de l'évaluation du cours. Dans ce sens, les mesures suivantes ont été prises : (1) Seul le nom du professeur Charbonneau figurait comme responsable sur plan de cours. (2) L'entente d'évaluation a été établie entre les étudiants et le professeur Charbonneau. (3) Les activités d'évaluation ont été entièrement assurées par le professeur Charbonneau. (4) Les activités d'évaluation n'ont porté que sur les éléments du cours abordés par le professeur Charbonneau. Les activités de lecture ont été présentées comme complémentaires à l'apprentissage de ces éléments et ne pouvant pas faire l'objet d'une évaluation. (5) Les étudiants ont été invités à contacter le professeur Charbonneau pour toutes questions concernant le contenu, les activités d'apprentissage et l'évaluation du cours. (6) Si le professeur Charbonneau venait à s'absenter, le chercheur ne viendrait pas le remplacer pour donner les séances de cours prévues. (7) Si le chercheur se devait de remplacer le professeur Charbonneau, il le ferait seulement lors de cours sans contenu pédagogique comme, par exemple, la présentation du plan de cours. Chacun de ces éléments a été clairement discuté avec les étudiants du groupe avant le recrutement des participants lors de la présentation du projet de recherche.

D'autre part, le comité de recherche était aussi conscient des risques de pressions implicites que pouvait induire le fait que le professeur du cours est aussi le directeur de recherche associé au projet. En effet, les étudiants du cours auraient pu sentir le besoin de participer à la recherche afin d'obtenir l'assentiment du professeur Charbonneau, l'autorité pédagogique responsable. C'est pourquoi il a été entendu entre les membres du comité de recherche que l'identité des participants de l'étude resterait inconnue du professeur Charbonneau, et ce, jusqu'à la remise des résultats du cours au département de mathématiques. Cette entente a aussi été divulguée aux étudiants du groupe lors de la présentation du projet de recherche. Il a été ainsi possible de minimiser le risque implicite de pression indue envers les étudiants.

3.4.1.2 Les lectures de textes historiques

Comme il en a été question au premier chapitre, pour Fried (2007, 2008b), la lecture de textes historiques apparait comme l'approche à privilégier lorsqu'il s'agit d'utiliser l'histoire pour susciter ce dépaysement épistémologique. Mais il souligne que cette lecture ne doit pas se faire n'importe comment. Pour Fried, l'objectif de l'historien est de se plonger dans l'époque du mathématicien, de percevoir les idiosyncrasies de ce dernier et de situer l'ouvrage dans un continuum de développement des mathématiques. Le regard du mathématicien, quant à lui, tente de décoder les symboles désuets, de les restituer au langage moderne et de saisir l'aspect essentiellement mathématique des propos de l'auteur. Il qualifie de *diachronique* la lecture de l'historien et de *synchronique* la lecture du mathématicien, termes qu'il emprunte à Ferdinand de Saussure.

Pour Fried, la lecture synchronique des textes mathématiques est trop souvent renforcée par les enseignants et les mathématiciens. Aussi, le rôle de l'enseignant serait de faire basculer l'apprenant constamment entre ces deux visions. C'est ce travail de va-et-vient continuel qui permettrait de faire émerger chez l'apprenant une certaine conscience de ses propres conceptions des mathématiques, de ses compréhensions personnelles et de la possibilité pour lui de les confronter de façon constructive avec celles des autres.

Dès lors, il apparait important d'éclaircir ici cet emprunt des termes synchronique et diachronique. Ces éclaircissements semblent nécessaires, car, d'une part, il apparait d'emblée exister un fossé important entre la sémiologie et l'histoire dans l'enseignement des mathématiques et, d'autre part, cette lecture de Saussure par Fried peut être comparée à celles faites par d'autres chercheurs du même domaine de recherche pour en en approfondir le sens et en saisir davantage toute la richesse.

D'abord, l'œuvre majeure de Saussure est le *Cours de Linguistique Générale* (1967/2005) qui prend la forme de notes rassemblées en plusieurs chapitres et qui reprend le contenu des cours de l'auteur. L'ouvrage traite bel et bien de linguistique comme le titre l'indique, mais De Saussure y décrit une « linguistique générale ». En effet, il étudie, non pas une langue ou les relations entre différentes langues, mais le langage en tant que tel, ce qui l'amène à se situer dans un cadre plus vaste, celui de la sémiologie, c'est-à-dire la science des signes. Il souligne qu'« on peut donc concevoir une science qui étudie la vie des signes au sein de la vie sociale; elle formerait une partie de la psychologie sociale, et par conséquent de la psychologie générale; nous la nommerons sémiologie » (*id.*, p. 33).

Or, il nous faudrait savoir ce qu'il entend par signe. De Saussure amène les notions de « signifiant » et de « signifié » qui, isolées dans un système fermé, formeraient un signe. Le « signifiant » correspond à l'image acoustique (le son ou le mot ou l'ensemble de sons ou l'intonation, etc.) et le « signifié » est l'objet visé, le concept existant pour lui-même.

Cependant, le plus important chez De Saussure reste le caractère essentiellement arbitraire du signe. Ce qui rend compte, d'abord, de la diversité des langues et, d'un autre côté, de l'aspect paradoxal de la pensée de Saussure recherchant une linguistique « générale ». Aussi, il souligne que les signes évoluent à travers le temps et sous l'influence de la communauté d'usagers qu'il nomme la « masse parlante ». Ce qui l'amène à dire que :

> Dès lors la langue n'est pas libre, parce que le temps permet aux forces sociales s'exerçant sur elle de développer leurs effets, et on arrive au principe de continuité, qui annule la liberté. Mais la continuité implique nécessairement l'altération, le déplacement plus ou moins considérable des rapports (*id.*, p.113).

À ce stade, il semble y avoir encore une fois un aspect paradoxal entre le système encapsulé du signifiant et du signifié que constitue le signe et l'aspect évolutif et social de ce dernier. Comment un signe peut être à la fois variable et invariable? Sur ce point, De Saussure mentionne que :

> Si on prenait la langue dans le temps, sans la masse parlante [...] on ne constaterait peut-être aucune altération; le temps n'agirait pas sur elle. Inversement, si on considérait la masse parlante sans le temps, on ne verrait pas l'effet des forces sociales agissant sur la langue (*ibid.*).

On distingue ici deux perspectives : une perspective anhistorique où l'on observe comme une photo les signes effectifs dans la masse parlante et une perspective historique où les signes sont en perpétuel changement. Quand l'histoire entre dans le tableau, le tableau change complètement. Dès lors, il apparait que « le fleuve de la langue coule sans interruption » (*id.*, p. 193). C'est ici que De Saussure introduit les termes synchronique et diachronique pour distinguer respectivement la perspective anhistorique et historique.

Enfin, ces deux concepts apparaissent aussi chez d'autres auteurs et dans d'autres contextes. Ils sont présents chez Jahnke, qui comme Fried, s'intéresse à la lecture de textes historiques et à l'utilisation de sources originales dans la classe de mathématiques. Pour lui, le terme synchronique renvoie au discours autour des mathématiques faites dans la classe et aux rôles que ces dernières jouent dans la vie publique actuelle en économie, en sciences, en technologie, etc. Le terme diachronique, quant à lui, est associé aux discours qui concernent le développement de ces aspects à travers l'histoire (Jahnke et *al.*, 2000). Lui aussi souligne l'importance de ces deux aspects dans l'interprétation des textes étudiés. Globalement, il s'agit ici, pour Jahnke, d'ouvrir et d'élargir la compréhension de l'apprenant sur les propos de l'auteur qui sont indissociables de leur contexte d'apparition. On sent un rapprochement avec les idées de Fried, mais Jahnke tente de fonder théoriquement ces considérations dans la tradition herméneutique.

En effet, dans un son acception classique, l'herméneutique peut se définir comme « l'art d'interpréter des textes » (Martineau, Simard et Gauthier, 2001, p. 12). Dès que la distance géographique, temporelle ou culturelle sépare un texte de son lecteur, un art particulier s'impose pour éviter la mécompréhension : l'herméneutique serait cet art (Ricoeur, 1986). Jahnke propose d'emprunter les processus d'interprétations issus de la tradition herméneutique pour construire une réflexion sur le « comment » de l'utilisation de textes historiques dans l'enseignement des mathématiques. Le travail d'interprétation s'apparente alors à un processus cyclique de formulation d'hypothèses quant aux intentions de l'auteur en rapport avec son contexte historique et de validation de celles-ci à travers le texte (Jahnke et *al.*, 2000). La tradition herméneutique cherchera dans ses développements récents à réduire cette dichotomie diachronique/synchronique et tentera de formuler une démarche renouvelée tournée vers le chercheur herméneute lui-même. Elle deviendra avec Gadamer, mais surtout avec Ricoeur, une herméneutique de la conscience historique.

Quant à Bakhtine, il s'oppose à toute forme de perspective synchronique. Elle est pour lui un leurre, une illusion qu'il faut dépasser. Concernant cette perpective, il souligne que :

> Pour l'observateur placé au-dessus de la langue, le laps de temps dans les limites duquel on peut construire un système synchronique de la langue est une fiction. Le système synchronique ne correspond à aucun moment effectif du processus d'évolution de la langue (Bakhtine, 1929/1977, p. 97).

Pour lui, le système synchronique n'appartient qu'à la conscience subjective du lecteur qui appartient à une communauté donnée, à un moment spécifique de l'histoire. Ce système synchronique n'est pas effectif, puisque la langue, dans son évanouissement continuel ne peut pas être saisie effectivement. Une telle perspective synchronique « n'est qu'une abstraction, dégagée à grand-peine par des procédures cognitives bien déterminées » (*id.*, p. 98). Elle constitue pour Bakhtine une des erreurs les plus grossières de la perspective saussurienne puisqu'elle institue une séparation de la langue comme abstraction et de son contenu idéologique. Cette séparation est pour lui impossible.

En s'inspirant de ces considérations théoriques et épistémologiques, les activités de lecture de textes ont été menées en articulant constamment deux pôles : un pôle que l'on pourrait qualifier de « traductif » qui visait essentiellement à extirper et à travailler les mathématiques que convoquaient les textes et un second plus « interprétatif » qui visait à mieux comprendre l'auteur en lui réservant un accueil qui ne le déracinait pas de son contexte sociohistorique et culturel.

Bien entendu, cet accueil nécessitait de la part de l'apprenant de nombreuses connaissances et une vision riche de l'époque dont était tiré le texte. D'ailleurs, cette nécessité d'un fort ancrage dans l'époque étudiée est affirmée couramment dans la littérature (Jankvist, 2009b). Dans le contexte de l'étude, cet ancrage a été assuré par la première partie du cours qui fournissait les repères historiques et culturels importants et tentait de fournir une certaine « saveur » de l'époque en question. Ces deux pôles concernant la lecture des textes ont été explicités avec les étudiants du groupe.

3.4.2 La collecte des données

Trois instruments de collecte de données ont été retenus : des captations vidéo des activités menées en classe[14], des entretiens individuels menés à la fin de la session d'étude et un entretien de groupe mené à la suite des entretiens individuels. Les bandes vidéo ainsi que les transcriptions écrites des entretiens individuels et de l'entretien de groupe[15] constituent les données de l'étude. Globalement, les captations vidéo visaient à dégager les moments clés de l'activité de classe. Il s'agit de gestes ou d'expressions particulières qui émergent de la rencontre avec les textes historiques et qui témoignent du processus d'objectivation ayant cours. Les entretiens individuels visaient à donner de manière plus explicite la voix aux participants de l'étude sur leur vécu du dépaysement épistémologique. Ces entretiens avaient pour objectifs d'aller au plus près des participants, d'aller à leur rencontre et de témoigner du processus de subjectivation associé à ce vécu. Enfin, l'analyse de l'entretien de groupe visait à peaufiner l'analyse des entretiens individuels et à constituer une structure de base pour l'élaboration de la description finale. Cette dernière, qui prend la forme d'une narration polyphonique, tire sa densité des phases d'analyse précédentes.

3.4.2.1 Les captations vidéo

Des captations vidéo ont été prises en ciblant le travail de chaque équipe lors des activités de lecture. Pour chaque activité de lecture, les six participants étaient réunis en deux groupes de trois coéquipiers. Lors de chacune des séances filmées, un consentement (*voir* app. C) pour les captations vidéo était signé par les participants, ainsi que tous les étudiants du groupe présents pour l'activité. Les phases de travail

---

[14] Quatre des sept séances de lectures de textes historiques ont été filmées. En effet, ces captations vidéo n'étaient initialement pas prévues. La nécessité de cet outil méthodologique nous est apparue lors de la tenue des activités de classe. Elles sont apparues nécessaires afin de rendre compte avec acuité d'éléments descriptifs pouvant être observés « à chaud » (gestes, postures, expressions, signes, échanges entre étudiants, etc.).

[15] Les transcriptions des entretiens individuels et de l'entretien de groupe sont disponibles sur demande auprès de l'auteur.

en groupe et les phases de plénières de chacune des activités ont été filmées à l'aide de deux caméras numériques.

3.4.2.2 Les entretiens individuels

Les entretiens individuels ont duré environ 75 minutes et ont eu lieu dans un des locaux de rencontre du département de mathématiques de l'UQAM qui assurait l'intimité, le matériel et l'espace nécessaires. La durée prévue pour chacune de ces entretiens individuels était d'environ une heure. C'est lors de cette phase de la collecte que les participants ont signé un formulaire de consentement pour la participation à l'étude (*voir* app. D). L'enregistrement audio numérique des discussions a été fait avec succès et qualité pour chacun des six entretiens. Les thèmes de l'entretien et les orientations larges ont tout de même été dégagés, malgré la perspective exploratoire et libre dans laquelle elles ont été menées (*voir* app. E). Globalement, elles ont porté sur trois thèmes : leur expérience générale du cours, leur expérience des activités de lecture de textes historiques et spécifiquement leur expérience du dépaysement épistémologique. Pour chacun de ces thèmes, il leur était demandé de décrire avec le plus de précision possible leur expérience de ces trois volets. Les questions de relance suivantes étaient prévues : Qu'as-tu éprouvé au moment de cet évènement? Que ressentais-tu à ce moment-là? À quoi pensais-tu la plupart du temps? Que te venait-il en tête à ce moment-là? Quelles sont les images qui te viennent spontanément à l'esprit quand tu y penses? Quels sont les mots qui te viennent spontanément à l'esprit quand tu y penses? Que peux-tu dire de ta relation avec les autres de ton équipe ou de la classe à ce moment-là? Comment ces expériences ont-elles fait évoluer ton rapport aux mathématiques?

3.4.2.3 L'entretien de groupe

L'entretien de groupe a été effectué avec les six participants de l'étude deux semaines après la fin des entretiens individuels. L'entretien a duré environ 90 minutes. L'ensemble des thèmes abordés lors des entretiens individuels a été repris pour la discussion de groupe. Cette fois-ci l'objectif était d'amener les participants à partager leur expérience du dépaysement épistémologique. La consigne était de ne pas nécessairement chercher le consensus, mais plutôt de chercher à peaufiner la description de son expérience à travers l'écoute de celle des autres. Ainsi, les participants étaient amenés à réagir aux propos de leurs collègues dans le but de s'y reconnaitre ou, au contraire, d'affirmer sa différence. Un nouveau protocole d'entretien (*voir* app. F) a été construit spécifiquement pour l'entretien de groupe afin de communiquer le plus clairement possible ces consignes aux participants. L'entretien de groupe a été filmé en plan large et enregistré sur bande audio numérique avec succès et qualité. Un formulaire de consentement (*voir* app. G) pour la captation vidéo a été signé par les participants.

3.5 Traitement et analyse des données

3.5.1 Traitement et analyse des captations vidéo

Les captations vidéo visaient à rendre compte de la manière dont les activités affectent les apprenants, ainsi qu'à obtenir des éléments descriptifs du dépaysement épistémologique obtenus sur le champ, éléments qui sont susceptibles de se retrouver aussi dans les entretiens individuels et dans l'entretien de groupe. Globalement, il s'agissait de capter les moments clés du « particulier » (de l'activité de classe) et de l'apparition du « singulier » (connaissance), soit de l'apparition de l'historicité des mathématiques, des moments de dépaysement. Il s'agit de gestes ou d'expressions particulières qui ont émergé lors de la rencontre avec les textes historiques.

La composition des équipes a varié durant la session d'étude, de sorte que chacun a pu travailler pratiquement avec tous. Les interactions, ainsi que le partage de gestes et de mots ont été analysées séance par séance. En outre, il ne faut pas oublier que nous faisons partie nous-mêmes des sujets analysés. Participant pleinement aux ateliers de lectures, nous ne nous sommes pas exclus des descriptions qui ont émergées des analyses des vidéos.

3.5.2 Traitement et analyse des entretiens individuels

Ces analyses phénoménologiques visaient à reconnaitre plus finement le vécu de chacun des participants de l'étude, toujours dans l'optique d'obtenir, non pas un descriptif synthèse et global, mais des notes d'écriture en vue de la narration polyphonique finale. Le processus de subjectivation associé aux activités de lecture de textes historiques était ici visé, car la conscience aussi se transforme au cours du processus d'apprentissage. Comme il a été souligné, l'apprentissage signifie fréquenter un savoir, mais signifie aussi devenir. Dans la perspective de la théorie de l'objectivation, l'apprentissage est la « fusion entre les modes culturels de faire et de penser et une conscience qui tente de les mettre au jour » (Radford, 2007, p. 1790-1791). C'est pourquoi l'apprentissage est à la fois processus d'objectivation et processus de subjectivation, c'est-à-dire création d'un Je unique et particulier. C'est lors de cette phase de la recherche que l'approche phénoménologique s'est déployée pleinement. Il n'était pas question ici d'établir des faits, mais bien d'investiguer un phénomène précis, celui du dépaysement épistémologique.

Afin d'illustrer les différentes étapes d'une analyse phénoménologique typique en sciences humaines, voici un exemple d'un extrait textuel qui pourrait être traité lors de ce processus. Imaginons un extrait d'une transcription fictive dans lequel le participant dirait : « ouf, je n'ai pas du tout compris la démarche du mathématicien, il y a certains passages que oui, mais d'autres que je n'ai pas réussi à comprendre, sauf que… ». Il pourrait s'agir d'une unité de sens qui pourrait être tirée (étape 3) de la description si elle présente une certaine unité de sens à l'intérieur du contexte. Ensuite, pour s'aider dans la démarche d'analyse, il faudra accueillir l'unité de sens (étape 4) en lui associant une phrase plus simple ou plus éloquente, par exemple « il n'a pas saisi entièrement la démarche », et en lui apposant une catégorie, par exemple : « bilan, négatif ». Enfin, un vécu phénoménologique sera associé à l'unité de sens (étape 5), par exemple : « il constate qu'il n'a pas encore éclairci la démarche ». Notre démarche d'analyse s'est fortement inspirée de celle-ci et est exposée en détail au prochain chapitre afin de mieux présenter les résultats.

Suite à l'extraction des unités de sens, un court texte synthèse est habituellement produit. C'est ce qui est appelé le dégagement d'une description spécifique du phénomène (Deschamps, 1993, Giorgi, 1989). Pour réaliser cette opération cruciale, il est important d'abord d'identifier le sens qui persiste pour chacune des unités de sens. C'est le cumul et la redondance du sens souligné qui « se porteront garant de la cohérence interne de la description spécifique » (Deschamps, 1993, p. 73). Van Manen (1989) rappelle l'importance de l'écriture pour le chercheur phénoménologue, il souligne entre autres l'usage « d'anecdotes » et de « métaphores ». La puissance évocatrice doit accompagner l'acuité du regard et la sensibilité du chercheur. La capacité de décrire de façon fine à l'écrit la structure du phénomène est une qualité essentielle.

3.5.3 Traitement et analyse de l'entretien de groupe

Comme le rappel Derrida « l'écriture se destine comme d'elle-même à l'anamnèse » (1996, p. 22), elle nous emporte vers le monde de la (re)connaissance, de la métaphore et de la logique du rêve. Pour cette phase de la recherche, nous nous sommes éloigné d'une attitude mécaniste et systématique et avons cherché plutôt à raconter, à évoquer (Van Manen, 1994). Comme il en a été question plus haut, l'objectif était de restituer, à travers l'écrit, le monde en commun qui a émergé de ces activités d'apprentissage, monde dans lequel nous habitons aussi comme chercheur, monde de sens qui a émergé à partir du moment où nous avons rencontré les participants. Il s'agissait de mettre en scène ce monde en commun que nous leur avons proposé de vivre mathématiquement (proposition d'exploration aux frontières de nos horizons), un monde qui a pu se déployer dans des directions inattendues.

Une des principales constructions linguistiques faisant raisonner le caractère polyphonique d'une œuvre est le discours indirect libre. À travers ce style de narration, « le héros et l'auteur s'expriment conjointement [...] on entend alors raisonner les accents de deux voix différentes. [Le discours] fonctionne à visage découvert, bien qu'ayant deux visages, comme Janus » (Bakhtine, 1929/1977, p. 198). Ceci implique une perspective sur le sujet qui ne serait donc pas entièrement déterminé et dissolu horizontalement dans la culture et le social et ni entièrement livré ou jeté, libre et autosuffisant, dans le monde des phénomènes. La culture, la science, les structures sociales, ne sont qu'un des visages de Janus qui, dans tout acte, regarde dans des directions opposées. L'immédiateté de la vie, l'unicité de la présence dans l'existence, l'ici et maintenant, est cette autre direction, la seule d'où la nouveauté, un nouveau radical, et non un simple déploiement, puisse venir. D'ailleurs, Bakhtine dira que : « L'auteur participe de l'intérieur aux actes et aux paroles de ses héros, il se pose comme leur agent et leur défenseur » (*id.*, p. 207). Le héros conserve sa liberté puisqu'il s'émancipe de l'auteur, bien que ce dernier participe à ses paroles et gestes, là se montre le visage Janus de l'exister. Bakhtine ajoute que :

> Nous identifions la parole rapportée non pas tant grâce au sens pris isolément, mais avant tout grâce aux intonations et accentuations propres au héros, grâce à l'orientation appréciative du discours. Nous saisissons comment ces accents venus de l'extérieur interfèrent avec les accents et les intonations de l'auteur (*id.*, p. 214).

C'est une nouvelle voie pour l'analyse des entretiens individuels qui s'est déployé dans l'écriture de cette narration polyphonique, une voie pour aller à la rencontre « des participants », non pas de chacun d'eux, mais d'eux. Ce que nous avons recherché à titre d'auteur, ce n'est pas de relater quelques faits ou quelques produits de notre pensée, mais de communiquer nos impressions, éveiller chez le lecteur des images et des représentations vivantes (Van Manen, 1994).

3.6 Produit final escompté

Cette narration du vécu collectif du dépaysement épistémologique tire sa densité de la description fine de chacun des personnages/participants issus des analyses précédentes. Cette description doit permettre de faire émerger des tensions, des points de vue qui s'éloignent et se rapprochent, qui s'interpénètrent et s'influencent mutuellement, sorte de siphonophore, à la fois singulier et pluriel, à l'image de la tension épistémologique centrale de la thèse. Par ailleurs, l'importance de développer des moyens discursifs pour rendre compte d'un phénomène est couramment rapportée par les chercheurs phénoménologues (Balleux, 2007; Depraz, 2010; Paillé et Mucchielli, 2010). Or, la narration polyphonique doit permettre de faire émerger les tensions et les différences de points de vue. À l'encontre du courant positiviste qui vise à éliminer les discours alternatifs sur l'objet d'étude et la posture subjective du chercheur, cette étude cherche plutôt à les intégrer, afin de dissoudre, comme le dit Adorno, « la rigidité de l'objet bloqué dans l'ici et maintenant [...] dans un champ de tension entre les pôles du possible et du réel » (1979, p. 60).

3.7 Portée scientifique de la recherche et impacts éducatifs

La description rendue cherche à fournir une multiplicité de regards, lesquels, mis en tensions, seront porteurs d'un discours fécond sur le phénomène. Plus spécifiquement, elle veut donner la possibilité au lecteur d'en dégager des phases ou structures importantes, et ce, autant du point de vue affectif que cognitif. Aussi, elle souhaite que le lecteur puisse établir des liens entre ces différentes phases ou structures (établies en termes de vécus phénoménologiques) et la rencontre d'éléments spécifiques au contexte de l'étude (étude de l'histoire des mathématiques). Par l'articulation de ces deux dimensions, cette thèse souhaite alimenter la réflexion quant aux pratiques de formation des maitres en mathématiques dans un tel cadre.

Plus largement, l'étude cherche à enrichir la réflexion sur l'important concept de dépaysement épistémologique et à répondre aux besoins de recherche actuels en fournissant une analyse novatrice sur le terrain dans une perspective d'interfécondité entre recherches spéculatives et recherches empiriques. Enfin, elle cherche à peaufiner les discours concernant l'apport de l'histoire des mathématiques dans la formation des maitres en mathématiques.

3.8 Aspects éthiques et déontologiques

Dans le cadre de cette étude, la classe est perçue comme un espace politique et éthique dans lequel les apprenants sont amenés à s'engager envers les autres et à entretenir l'idée d'une communauté d'apprentissage « flexible et ouverte à la résistance et à la subversion dans l'idée d'assurer changements, modifications et transformations » (Radford, 2008, p. 229). Ces éléments s'articulent au concept du « je-communautaire » (Radford, 2009) qui se fonde sur la réflexion de Bakhtine (1990) et de Levinas (1971/2010) sur l'altérité, et qui constitue le substrat éthique de la théorie de l'objectivation. D'autre part, concernant la relation entre chercheur et participants, Boutin (2008) rappelle, plus prosaïquement, que le respect de ces derniers se manifeste lorsqu'ils sont considérés en premier quant il y a conflit d'intérêts, que leurs droits et leur sensibilité doivent être sauvegardés en tout temps, que les objectifs de recherche doivent être communiqués clairement avant la collecte de données et que l'anonymat des participants doit être protégé par une entente explicite et une vigilance constante du chercheur. Ces éléments ont animé les activités de recherche qui entourent cette étude depuis ses débuts.

CHAPITRE IV

RENCONTRES

Dans ce quatrième chapitre, sont présentées les descriptions obtenues à partir des captations vidéo des activités de classe, ainsi que les descriptions spécifiques obtenues pour chacun des six participants à partir de la transcription des entretiens individuels. Ces deux mouvements descriptifs visaient à mettre en évidence des éléments d'objectivation et de subjectivation concernant l'apprentissage des participants. Le travail d'analyse et les descriptions qui en ont émergé sont entendus comme un moyen d'aller à la rencontre des participants, de leurs vécus et de leur devenir enseignants. Il s'agissait d'un moyen d'aller au plus près des participants, de mieux les connaitre et de faire en sorte qu'eux-mêmes se connaissent et reconnaissent leurs vécus. Ces rencontres ont permis de mieux alimenter la description finale du dépaysement épistémologique qui prend la forme d'une narration polyphonique. La dernière section de ce chapitre montre comment ces rencontres préliminaires ont servi la rédaction de cette narration polyphonique.

4.1 Les étudiants participants

Comme mentionné précédemment, six participants étaient escomptés et six participants se sont portés volontaires. Ils ont tous les six été recrutés. Parmi eux se trouvent deux hommes; Aliocha et Mitia et quatre femmes; Grouchenka, Katia, Martha et Ninotchka. Les participants ont tous la vingtaine et sont inscrits à temps plein au programme de baccalauréat en enseignement secondaire (concentration mathématique) de l'UQAM. Ils sont tous à leur quatrième année de formation, à l'exception de Grouchenka et de Katia qui en sont à leur deuxième année de formation.

Grouchenka était absente lors de la lecture du texte de Chuquet et de Fermat. Ninotchka et Martha étaient absentes pour la lecture du texte de Roberval.

4.2 Descriptions des activités de lecture

Sept activités de lecture ont été menées en classe avec les participants. Les autres étudiants du groupe étaient aussi invités à participer aux activités, mais très peu d'entre eux étaient présents. Deux caméras étaient installées à des points raisonnablement éloignés dans la classe et pointaient sur des ilots constitués de deux ou trois pupitres. Les participants étaient invités à chaque séance à se séparer en deux équipes, chacune prenant place sur un ilot.

L'enregistrement vidéo et audio a été fait pour les quatre dernières activités. La nécessité de faire ces captations nous est apparue au cours de la session d'étude, trois activités de lecture avaient alors déjà été mises en œuvre.

Pour l'analyse de ces captations vidéo, un visionnement attentif séance par séance et équipe par équipe a été fait. Le but était de capter les moments d'objectivation nous apparaissant lors des activités de lecture, c'est-à-dire les moments de rencontre avec quelque chose qui s'(ob)jecte, qui se donne à voir à travers les activités de lecture. Quelque chose qui s'affirme en tant qu'altérité et qui se présente à eux petit à petit. Une attention particulière était donc donnée aux gestes, postures, attitudes et réactions diverses des participants, ainsi qu'aux échanges et réflexions émergentes en relation avec les textes.

En parallèle à ce visionnement, un texte descriptif a été produit pour chacune des équipes de chaque activité de lecture. Ces textes sont présentés plus loin dans cette section. Des captures d'écran y ont été incluses, elles mettent en évidence, sous forme de saynètes, ces moments de rencontre. Il est à noter que ces captures d'écrans ont été modifiées à l'aide du logiciel SketchPen afin de donner un aspect « croquis de crayons » aux images retenues. Ces modifications permettent de garder l'anonymat des participants tout en laissant visibles leurs postures, gestes et réactions.

Ces textes ont permis d'enrichir la narration polyphonique se voulant la description finale du dépaysement épistémologique vécu par les participants.

4.2.1 Lecture du texte d'al-Khwarizmi

4.2.1.1 Équipe Grouchenka - Katia - Mitia

Grouchenka surligne des bouts de phrase du premier extrait. Katia est tournée vers Mitia et Grouchenka. Une lecture attentive est faite individuellement pendant les cinq premières minutes.

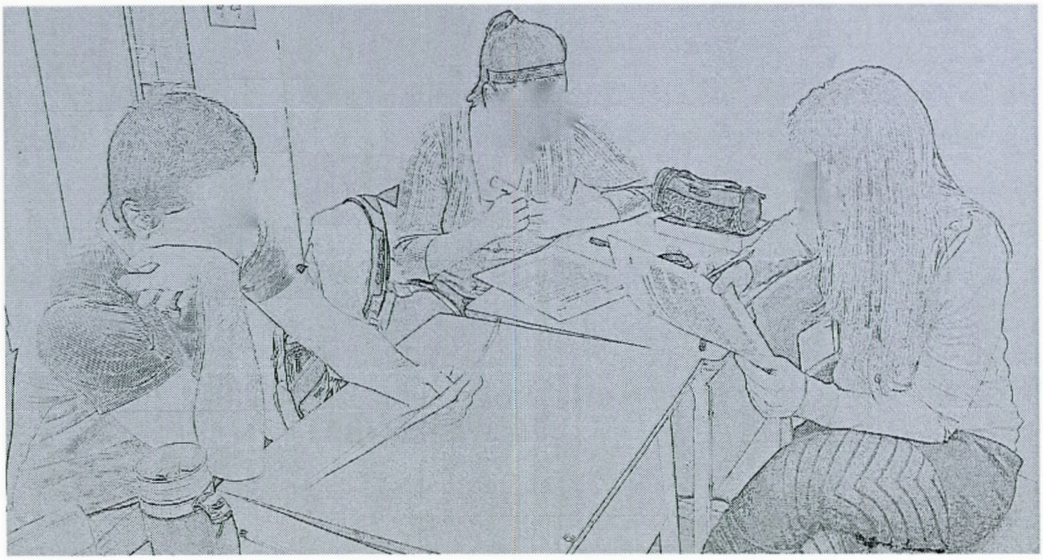


Figure 4.1 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (1).

Mitia observe l'avancement de la lecture de Katia. Grouchenka se questionne sur la toute première phrase du premier extrait, Mitia l'aide à démarrer. Katia et Grouchenka se concentrent sur le texte et suivent les étapes de l'auteur, alors que Mitia tente de résoudre le problème par lui-même à l'aide de la figure fournie avec le texte.

Katia comprend soudainement le texte et l'explique au groupe.

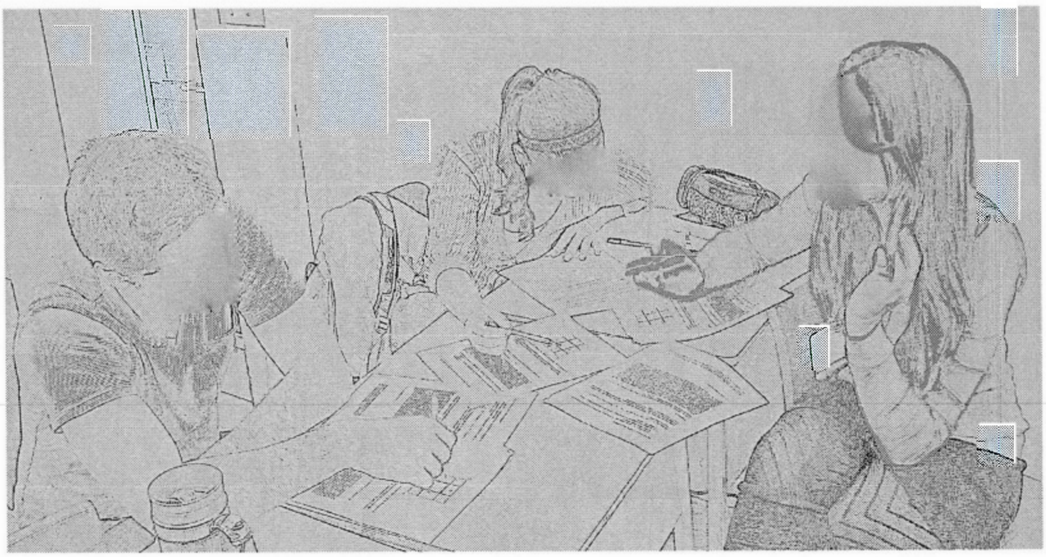


Figure 4.2 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (2).

Elle l'explique à Mitia qui approuve avec réticence, tandis que Grouchenka exprime son incompréhension. Mitia retourne à son dessin.

Katia s'adresse à nouveau à Mitia qui ne saisit pas son idée sur la figure. Elle redessine la figure d'al-Khwarizmi. Après que Katia ait exprimé le problème de manière algébrique, Grouchenka comprend que la figure représente un polynôme.

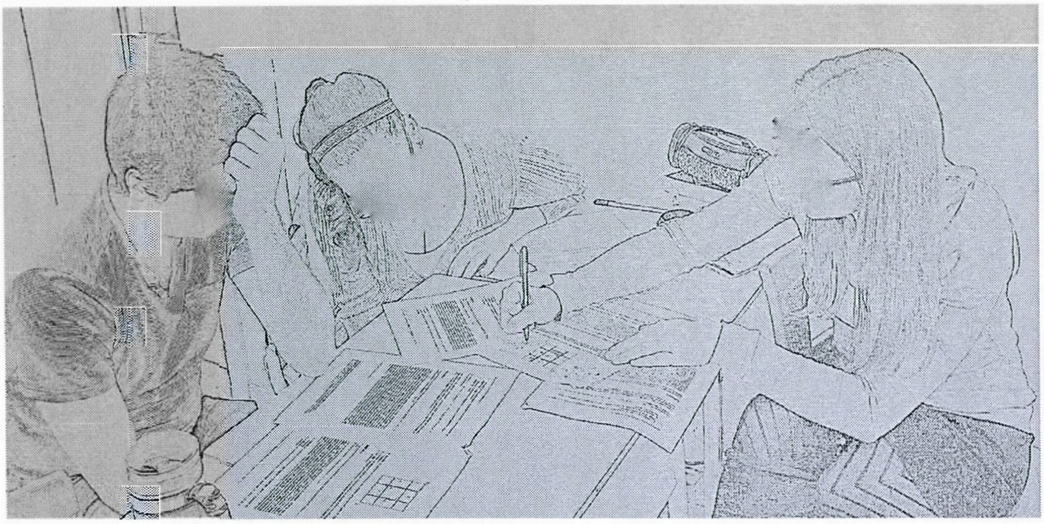


Figure 4.3 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (3).

Grouchenka se questionne sur le sens du nombre 39 dans le problème, Katia rétorque qu'elle n'est pas encore rendue à cette étape du problème. Grouchenka demande à Katia si le traitement de l'équation par l'auteur est un exemple qui peut être généralisé à tous les cas semblables. C'est alors que Katia évoque la méthode algébrique de la complétion de carré. Mitia se questionne à son tour sur l'aspect généralisable du problème.

Mitia demande de l'aide au formateur. Celui-ci reprend la lecture avec Mitia.

Figure 4.4 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (4).

Mitia questionne le formateur sur le fait de prendre le quart de la valeur du terme en x, tandis que Katia et Grouchenka continuent leur lecture. Katia exprime à nouveau une compréhension soudaine et le formateur quitte le groupe avant qu'elle exprime son idée. Katia souligne qu'il fallait continuer à lire pour comprendre les premières étapes de raisonnement. Elle leur dit : « C'est fou les enfants, je vous le dis, je capote! ». Elle leur propose de leur expliquer en entier et « d'un coup » le raisonnement de l'auteur une fois sa lecture terminée. Ils reprennent tous ensuite leur lecture individuellement.

Katia, ayant terminé sa lecture, propose à Mitia de lui exposer son interprétation. Elle reprend donc la démarche sur une nouvelle feuille.

Figure 4.5 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (5).

Grouchenka l'accompagne dans ses explications. Mitia découvre une étape de raisonnement que Katia n'avait pas saisie, ils avancent dans la résolution sans suivre le texte. Les calculs numériques de l'auteur sont vérifiés à la calculatrice par Grouchenka et Katia.

Figure 4.6 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (6).

Ils terminent la résolution du problème. Mitia souligne que le raisonnement est facile. Grouchenka rétorque que le raisonnement est facile à comprendre, mais que la lecture n'est pas évidente.

Katia tente ensuite de répondre à la deuxième question de l'activité et reprend la démarche avec les outils algébriques modernes. Elle retourne sur sa feuille de travail, Mitia et Grouchenka l'accompagnent pour l'élaboration de la résolution algébrique. Katia fait référence au « bien » qui désigne l'inconnu au carré pour parler de l'expression algébrique obtenue.

Mitia lit la troisième question de l'activité. Grouchenka y répond adéquatement en soulignant la primauté de la géométrie dans les mathématiques de la Grèce antique. Mitia confirme et Katia accepte la réponse. Katia souligne que « le point de vue mécanique » n'est pas présent dans la démarche d'al-Khwarizmi. Mitia comprend la référence de Katia aux travaux d'Archimède, mais ne trouve pas la réponse satisfaisante. Celle-ci comprend qu'il faut trouver un élément de réponse plus général pour satisfaire le groupe. Ils abandonnent ensuite leurs réflexions sur ce qui rapproche et ce qui éloigne la démarche d'al-Khwarizmi de celles des mathématiciens grecs. Mitia amène ses coéquipiers à passer au prochain extrait.

Avant de continuer la lecture, Katia se dit surprise des liens qui unissent algèbre et géométrie, liens qu'elle met en lumière à travers les propos de l'auteur. Mitia, qui est plus avancé dans la formation, leur illustre le potentiel du support visuel géométrique pour l'enseignement de l'algèbre au secondaire. En guise d'exemple, il représente la multiplication de deux binômes sur une nouvelle feuille de travail. Katia et Grouchenka le regardent effectuer la multiplication et acquiescent quant à la valeur pédagogique de la représentation géométrique.

Figure 4.7 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (7).

Ils reprennent ensuite la lecture et débutent la seconde partie de l'activité. Grouchenka se remet à surligner des passages du second extrait. Chacun de leur côté, Katia et Mitia tentent d'articuler la démarche de l'auteur à une nouvelle représentation géométrique. Grouchenka s'y met aussi et jette un œil sur la démarche de Mitia. Ils se questionnent ensemble sur une possible représentation géométrique du raisonnement d'al-Khwarizmi et tentent de s'inspirer de la représentation précédente, tandis que Katia travaille seule de son côté.

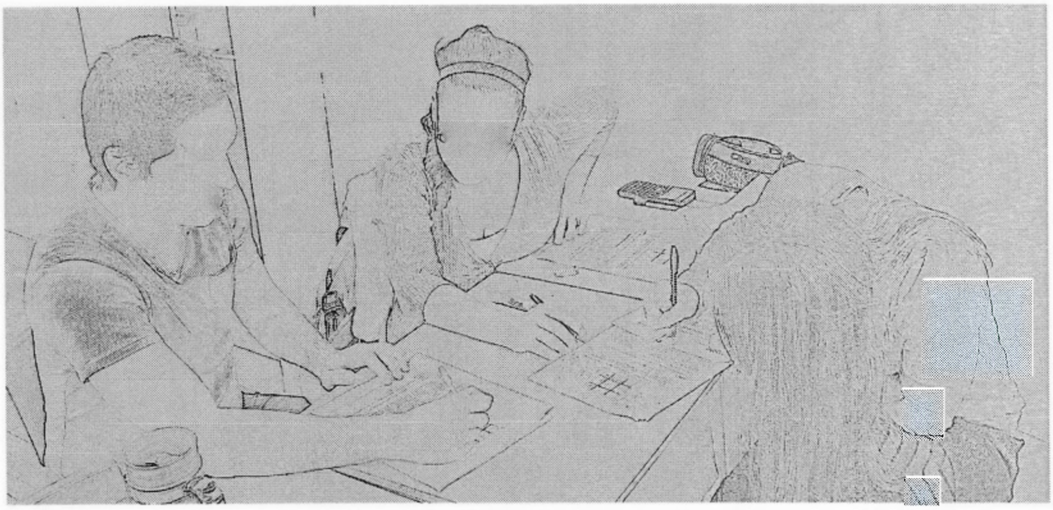


Figure 4.8 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (8).

Mitia et Grouchenka font face à une impasse et doutent de plus en plus de leur approche géométrique. Mitia s'adresse au formateur et souligne que le second extrait lui apparait plus difficile que le premier. Grouchenka explique qu'ils ont opté pour une approche géométrique. Le formateur leur rappelle que l'auteur ne fait référence à aucune figure dans le second extrait. Katia émerge de son travail et annonce qu'elle est prête à leur communiquer ses interprétations. Le formateur se retire aussitôt.

Katia entreprend une nouvelle démarche géométrique en reprenant l'extrait dès le début.

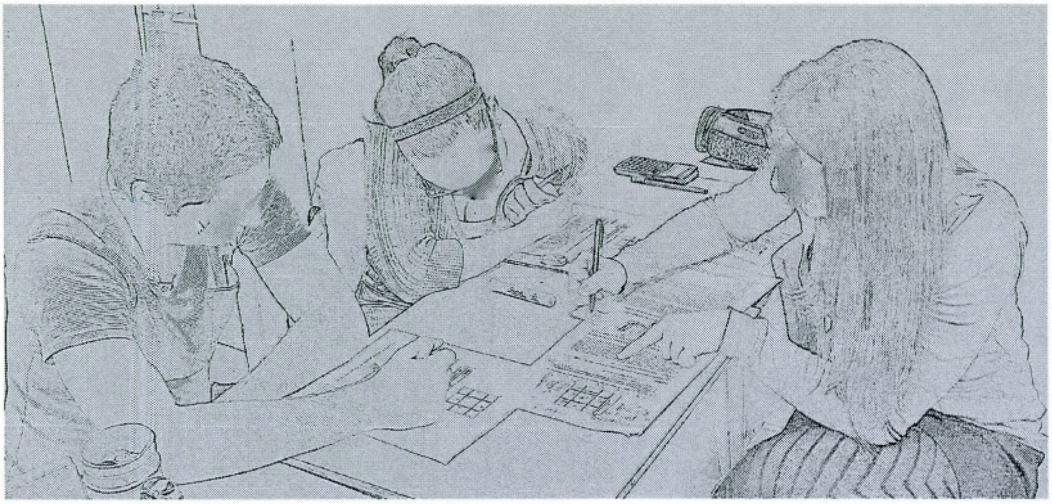


Figure 4.9 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (9).

Elle explique sa stratégie de résolution qui se distingue de celle du premier extrait dans l'agencement de la figure géométrique. Elle souligne un passage dont elle ne saisit pas le sens, mais persiste dans ses explications. Mitia perd le fil des explications de Katia et reprend sa lecture individuellement. Il exprime de l'impatience et regarde de plus en plus autour de lui.

Figure 4.10 Al-Khwarizmi : équipe Grouchenka - Katia - Mitia (10).

Ils reprennent tous leur lecture avec résignation pour encore quelques minutes. Katia tente de continuer la lecture et avance malgré l'incompréhension de plusieurs passages.

Mitia, après avoir entendu la discussion ayant eu cours dans l'autre équipe, souligne qu'il ne faut possiblement pas associer de représentation géométrique à la démarche de l'auteur. Katia se lance alors dans une exploration algébrique du problème. Grouchenka et Mitia l'accompagnent en réinterprétant chacun des passages de l'extrait.

Dans ce nouveau cadre, Katia se souvient de la possibilité de plusieurs solutions dans le cas d'une résolution d'équation du second degré. Elle explique ainsi pourquoi al-Khwarizmi propose plusieurs cheminements possibles pour le calcul des solutions. Mitia et Grouchenka acquiescent aussitôt. Mitia associe alors la « mise en garde » d'al-Khwarizmi au cas où l'équation n'a pas de solution. Katia reprend le texte et interprète ce passage à la lumière des propos de Mitia.

La séance de lecture est suspendue par le formateur.

4.2.1.2 Équipe Aliocha - Martha - Ninotchka

Martha a retourné son pupitre pour faire face à Ninotchka et Aliocha. Ils débutent individuellement la lecture pendant près de cinq minutes. Martha surligne quelques passages des consignes et du premier extrait.

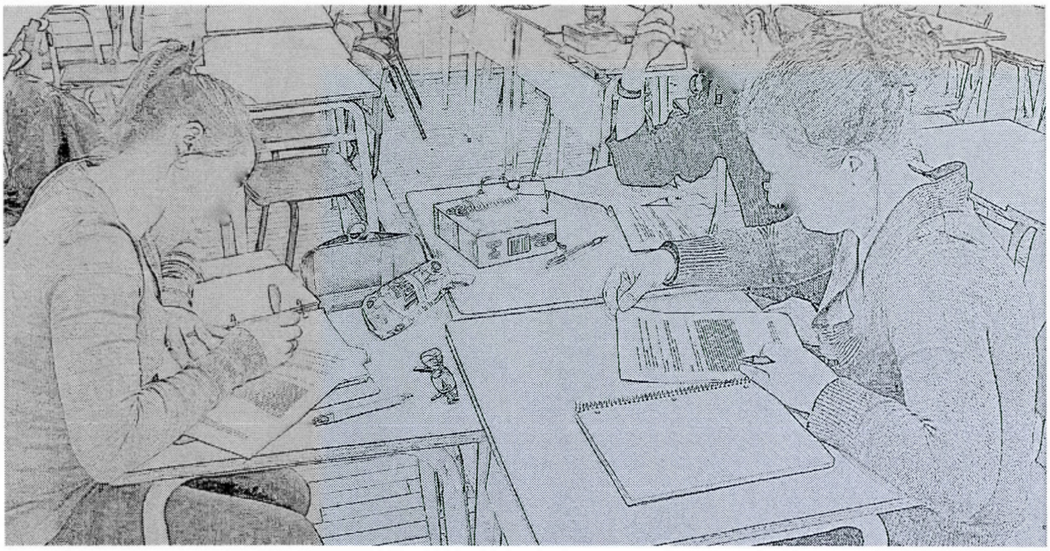


Figure 4.11 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (1).

Martha demande au formateur si la « comparaison » invoquée dans le texte correspond à la comparaison telle qu'elle est comprise aujourd'hui. Le formateur explique que le mot « comparaison » est issu de la traduction du texte original d'al-Khwarizmi et qu'il ne s'agit pas de la même chose. Ils reprennent ensuite tous leur lecture.

Nonotchka et Martha organisent leur espace de travail, détachent les feuilles du document, tandis qu'Aliocha est plongé dans sa lecture. Le travail se poursuit individuellement pour encore plusieurs minutes.

Martha questionne Ninotchka sur ce que représente la figure dessinée par l'auteur. Elles reprennent ensemble la signification des différents éléments de la figure et retournent rapidement à leur lecture. Chacun se concentre sur le premier extrait.

Martha demande à ses coéquipiers pourquoi al-Khwarizmi prend le quart de la valeur du terme en x. Elle souligne que cette question a aussi été soulevée par l'autre équipe.

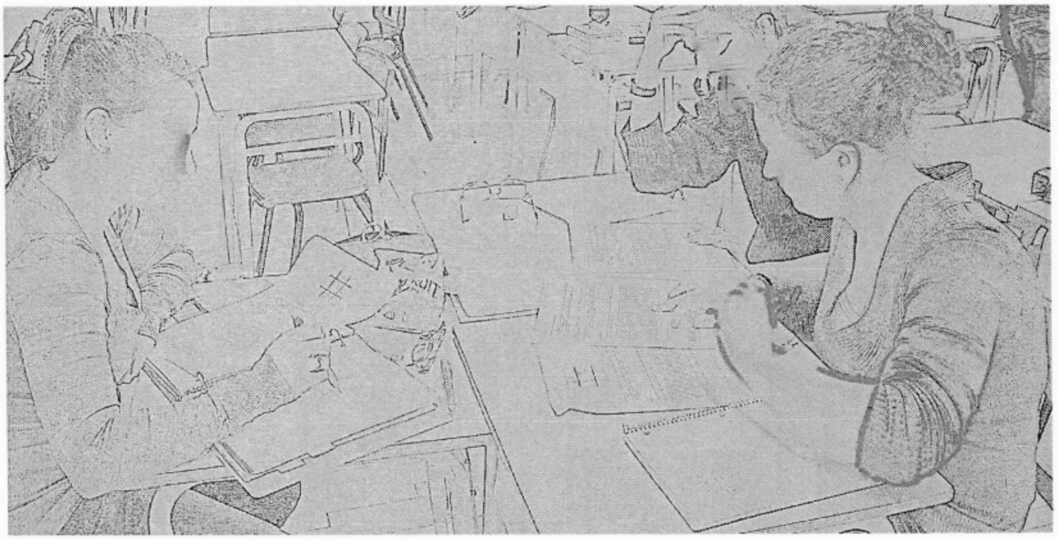


Figure 4.12 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (2).

Aliocha lui explique que, puisque la figure initiale de l'auteur est un carré, il lui faut ensuite ajouter quatre rectangles autour, lesquels sont associés au terme en x. Ce dernier doit donc être divisé en quatre. Aliocha pointe les quatre rectangles sur la figure dessinée par Martha.

Figure 4.13 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (3).

Martha souligne la perspicacité d'Aliocha. Elle écrit ce raisonnement sur sa feuille de travail. Martha demande ensuite : « La longueur 10, comment on la connait? ». Aliocha exprime son incompréhension. Elle ajoute : « Dans mon schéma, comment je sais combien ça mesure 10/4, je me donne une unité de référence? ». Les deux autres acquiescent. Aliocha souligne que l'auteur parle du « dirham », une monnaie qui peut ici être considérée comme l'unité.

Martha souligne que la démarche de l'auteur ressemble à la méthode algébrique de la complétion de carré. Ils reprennent individuellement leur lecture. Aliocha résonne dorénavant sur la figure, tandis que Ninotchka et Martha relisent l'extrait mot à mot tout en augmentant leur dessin de nouveaux éléments. Martha surligne à nouveau des passages de l'extrait, tandis qu'Aliocha tente de résoudre algébriquement le problème.

Aliocha se lève et demande de l'aide au formateur. Ce dernier propose à Aliocha de réfléchir à une solution qui serait normalement proposée aujourd'hui. Aliocha rétorque qu'il faudrait appliquer la formule quadratique. Ninotchka propose la complétion de carré comme stratégie de résolution et montre ses démarches à Aliocha.

Figure 4.14 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (4).

Martha se rapproche alors et le groupe tente ensuite de concilier la démarche de Ninotchka avec celle de l'auteur, il est question d'abord du traitement du terme en x.

Figure 4.15 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (5).

Le groupe ne réussit pas à concilier les deux démarches. Le formateur quitte alors le groupe et laisse les participants à leurs réflexions. Ils reprennent chacun leur travail individuellement.

Ninotchka se souvient alors qu'à la complétion de carré est associée habituellement une figure géométrique. Elle montre son dessin au groupe et demande l'avis d'Aliocha sur son approche.

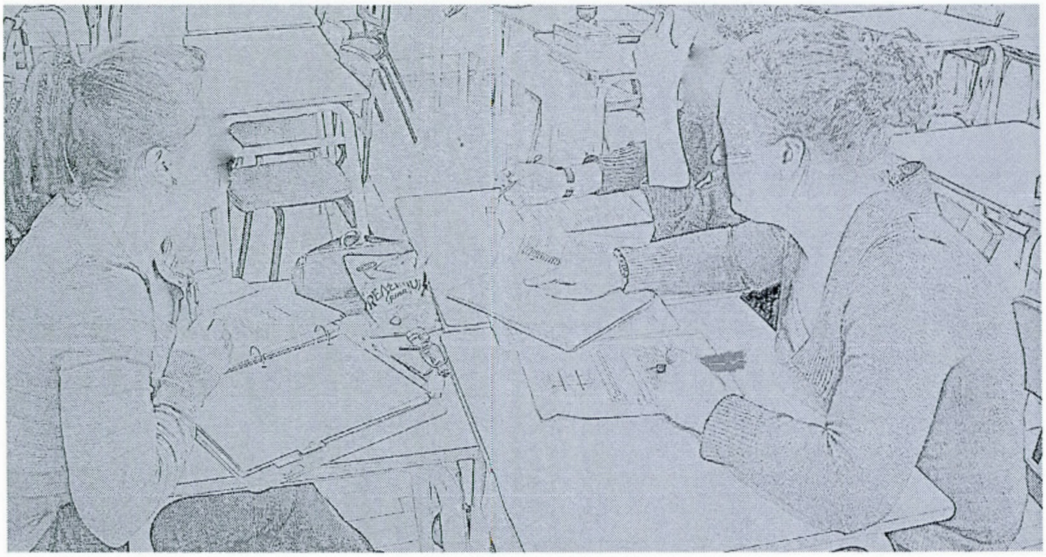


Figure 4.16 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (6).

Elle souligne que dans ce cas-ci, il faut diviser par deux et non par quatre comme le fait al-Khwarizmi. Martha explique qu'al-Khwarizmi ajoute quatre rectangles autour de son carré plutôt que deux comme il est habituellement fait lors de la complétion de carré. Elle pointe alors chacun des côtés du carré.

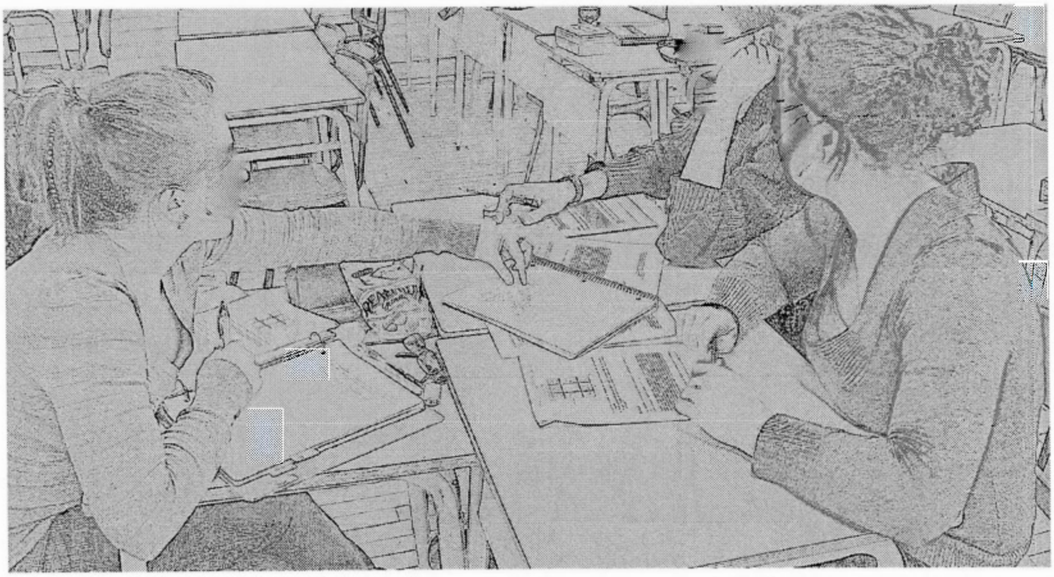


Figure 4.17 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (7).

Aliocha explique donc que si l'on veut suivre la méthode de l'auteur, il faut alors diviser le terme en x par quatre. Martha poursuit en expliquant que les rectangles couvriront au total la même surface, mais seront simplement disposés différemment. Aliocha est d'accord et ajoute que la démarche algébrique associée sera alors différente. Ils se lancent à nouveau dans l'exploration algébrique de la démarche de l'auteur. Ninotchka partage ses résultats avec Aliocha, Martha avance seule.

Martha tente de généraliser le cas traité par l'auteur à l'aide d'une expression algébrique. Elle explique comment elle a obtenu son expression à Aliocha. Ce dernier généralise davantage l'expression de Martha et l'accompagne dans le peaufinement de sa démarche. Après quelques avancées, Aliocha conclut cependant que le travail de généralisation de Martha ne les avance pas dans la compréhension et la validation de la démarche de l'auteur.

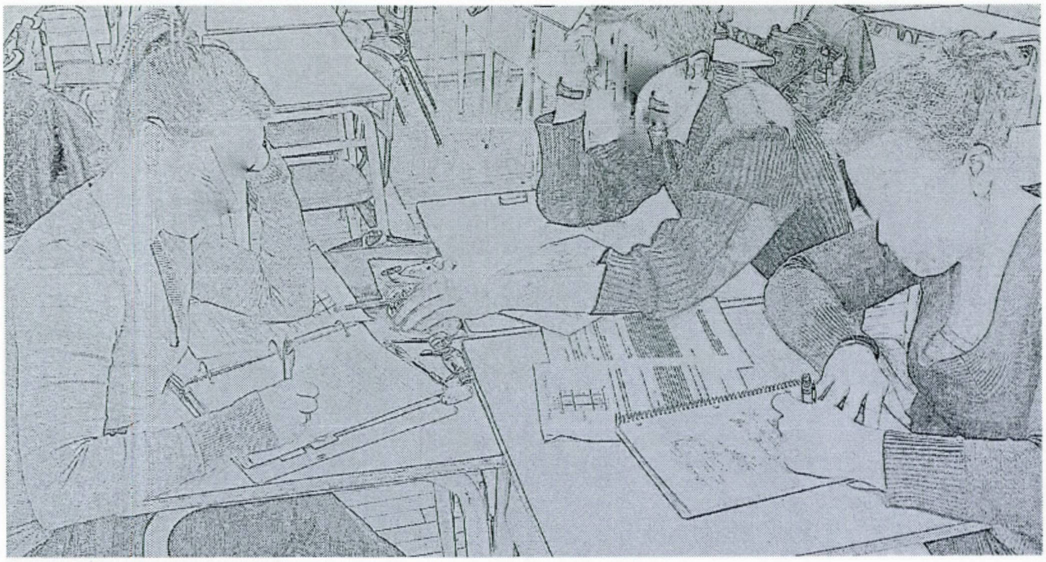


Figure 4.18 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (8).

Aliocha continue alors la démarche sur sa feuille et annonce qu'il croit s'approcher de la formule quadratique, formule qu'il appelle « grosse Bertha ».

Figure 4.19 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (9).

Le groupe accompagne alors Aliocha dans cette recherche. Aliocha conclut qu'il a réussi à concilier la démarche de l'auteur avec la formule quadratique, à l'exception du signe d'un des termes de son équation. Il se lève et demande alors de l'aide au formateur pour expliquer cette différence et compléter sa démarche. Avec le groupe, le formateur reprend alors plus en détail le raisonnement associé à l'application de la formule quadratique.

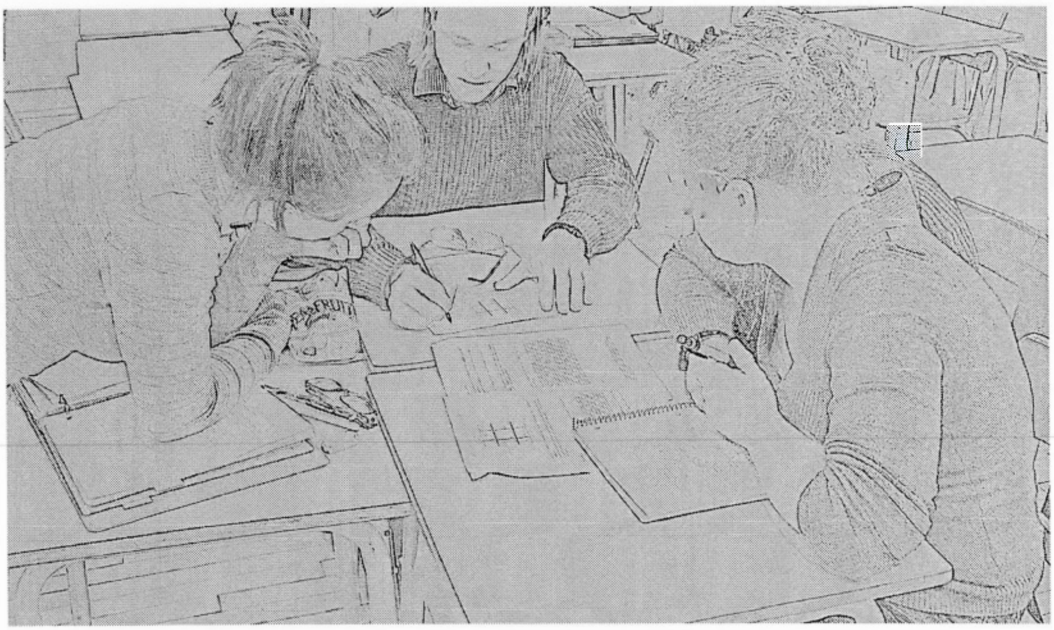


Figure 4.20 Al-Khwarizmi : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (10).

C'est alors que subitement Ninotchka comprend que le signe est inversé dans l'application de la formule quadratique à partir du cas général, ce qui explique le problème soulevé précédemment par Aliocha. Le groupe se remet ensuite au travail individuellement.

Aliocha souligne maintenant qu'il leur faut répondre à la troisième question portant sur le premier extrait. Aliocha explique alors que la manipulation des irrationnels éloigne le texte des mathématiques de la Grèce antique. Avec Martha, Aliocha conclut que l'utilisation de la géométrie rapproche la démarche à celles des mathématiciens de la période hellénistique. Aliocha souligne aussi qu'al-Khwarizmi procède d'un exemple particulier pour discuter d'un résultat général.

Martha explique alors que, durant un stage en enseignement secondaire, elle devait enseigner les propriétés des logarithmes. Son superviseur lui avait suggéré de partir d'un cas particulier pour aboutir au cas général, alors qu'elle avait prévu l'inverse dans ses planifications. Aliocha souligne que, malgré les liens établis avec les mathématiques de la Grèce antique, les Grecs ne proposaient pas cette démarche pédagogique d'accompagnement du lecteur et que celle-ci est importante pour les élèves.

La séance de lecture est suspendue par le formateur.

4.2.2 Lecture du texte de Nicolas Chuquet

4.2.2.1 Équipe Katia - Mitia

Mitia a retourné son pupitre pour faire face à Katia. Ils débutent leur lecture individuellement, Katia souligne des passages du premier extrait.

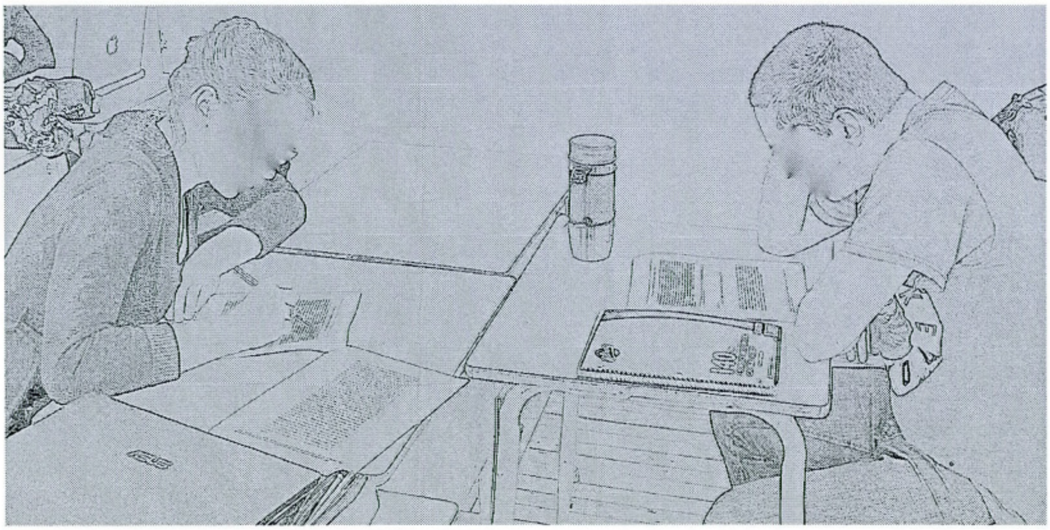


Figure 4.21 Chuquet : équipe Katia - Mitia (1).

Mitia s'intéresse aux calculs numériques de Chuquet et en vérifie l'exactitude. Quant à Katia, elle se questionne sur le contexte du problème et demande l'avis de Mitia qui lui demande du temps pour terminer de lire. Ils reprennent aussitôt leur lecture.

Ils tentent ensemble d'interpréter le vocabulaire ancien du texte et se questionnent sur le sens des différentes données du problème et leurs relations. Ils s'entendent sur une interprétation du problème et sur sa solution. Mitia propose alors de confirmer leur interprétation auprès du formateur. Ce dernier invalide leur interprétation des premiers passages du texte qui concernent le contexte initial du problème. Le formateur reprend la lecture en explicitant le sens de plusieurs mots.

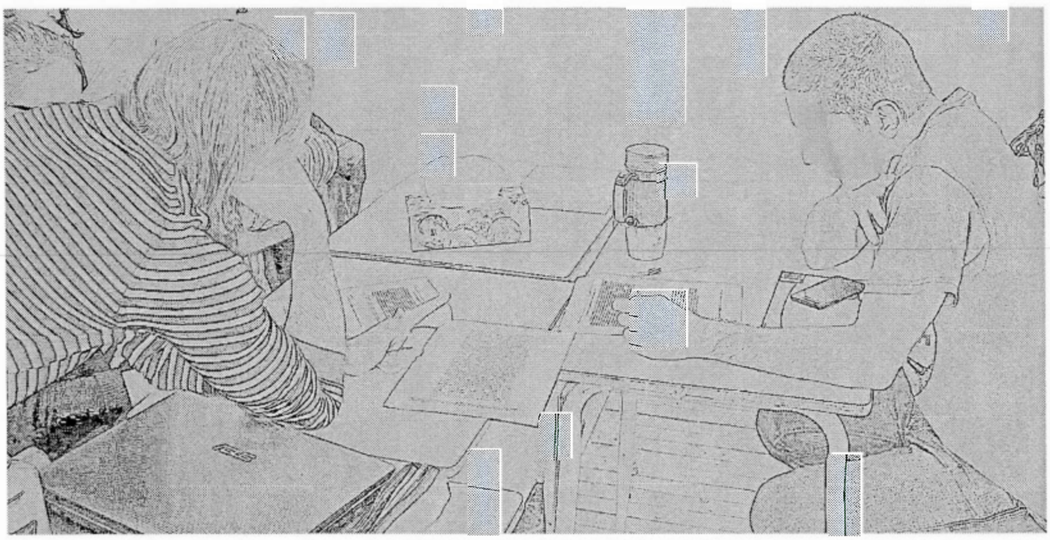


Figure 4.22 Chuquet : équipe Katia - Mitia (2).

Le problème est alors exposé plus explicitement par le formateur. À la lumière de ces éclaircissements, Mitia reprend alors le raisonnement de Chuquet et propose une interprétation de la solution proposée par l'auteur.

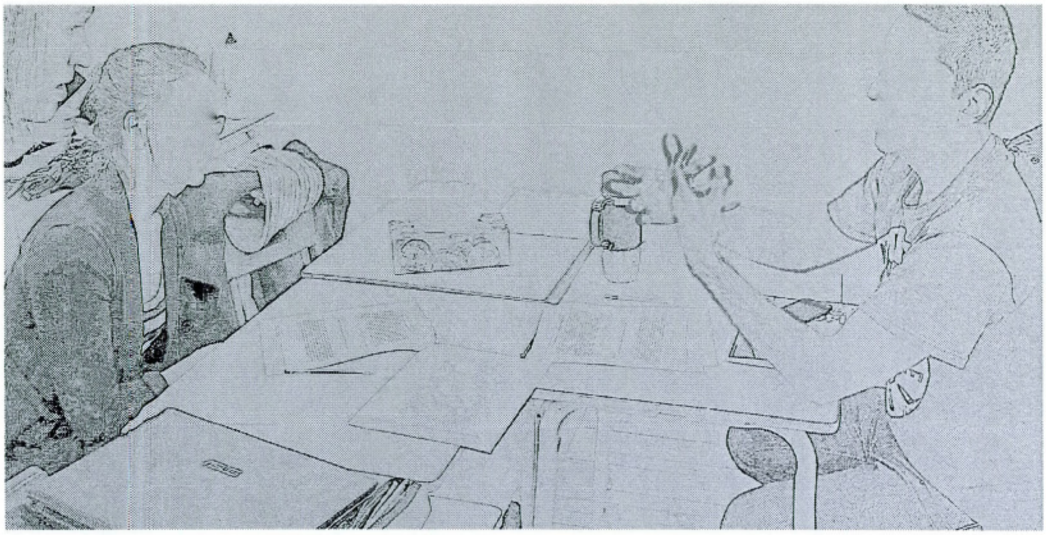


Figure 4.23 Chuquet : équipe Katia - Mitia (3).

Une discussion s'amorce avec le formateur, afin de mieux comprendre le calcul suggéré dans l'extrait. Mitia et le formateur valident ensemble la proposition de Chuquet. Le formateur quitte alors le duo qui entreprend la lecture du second extrait.

Mitia se lance directement dans la lecture, tandis que Katia parcourt d'abord les consignes. Le formateur remarque le comportement de Mitia et lui propose de lire d'abord les consignes, Mitia rétorque qu'il les a déjà lues. Ils reprennent leur lecture.

Katia mentionne qu'elle apprécie la manière dont le mot diamètre est écrit par Chuquet, Mitia acquiesce en souriant.

Après quelques instants, ils tentent tous deux, de leur côté, de dessiner la figure décrite par Chuquet dans le second extrait. Mitia observe ensuite le dessin de Katia et conclut qu'ils ont compris à peu près la même chose du texte jusqu'à maintenant. Mitia se questionne sur l'agencement des données de la figure décrite par l'auteur, en particulier sur la position d'un segment. Il demande de l'aide au formateur. Celui-ci l'informe qu'il peut trouver, au verso du texte, la figure telle que dessinée par l'auteur.

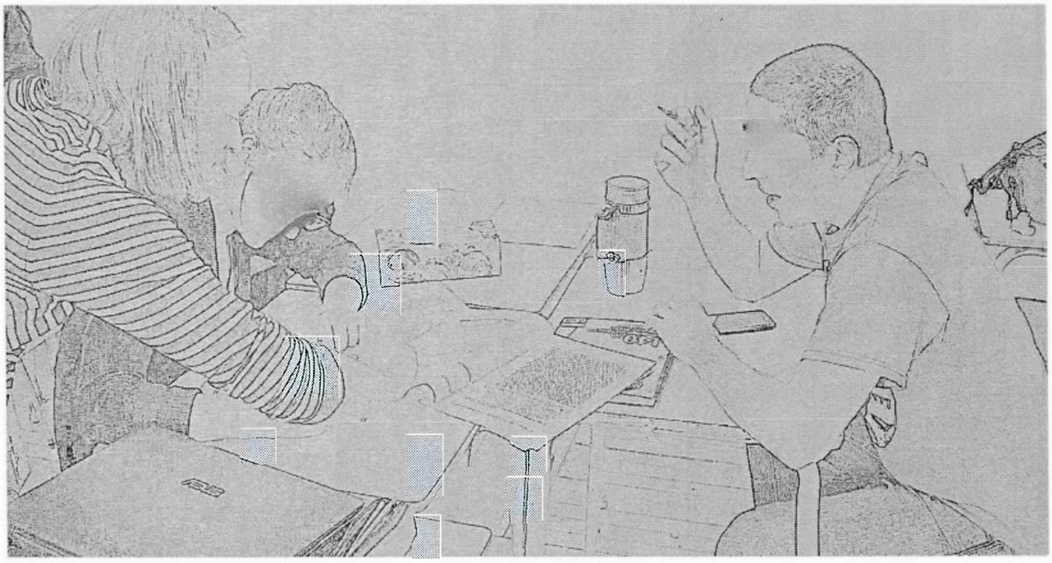


Figure 4.24 Chuquet : équipe Katia - Mitia (4).

Mitia demande à nouveau de l'aide pour identifier les lettres sur le dessin de Chuquet. Avec l'aide de Katia, il identifie correctement les éléments de la figure. Suite à ce contrôle, ils se lancent à nouveau dans la lecture de l'extrait.

Katia se questionne sur la signification du symbole 1^1. Mitia l'interprète en se référant aux consignes qui précèdent le texte. Ils poursuivent alors en interprétant plus librement la démarche. Après quelques instants, Mitia résume la stratégie algébrique de l'auteur et explique les différents termes de l'équation à résoudre à partir de la figure fournie par Chuquet.

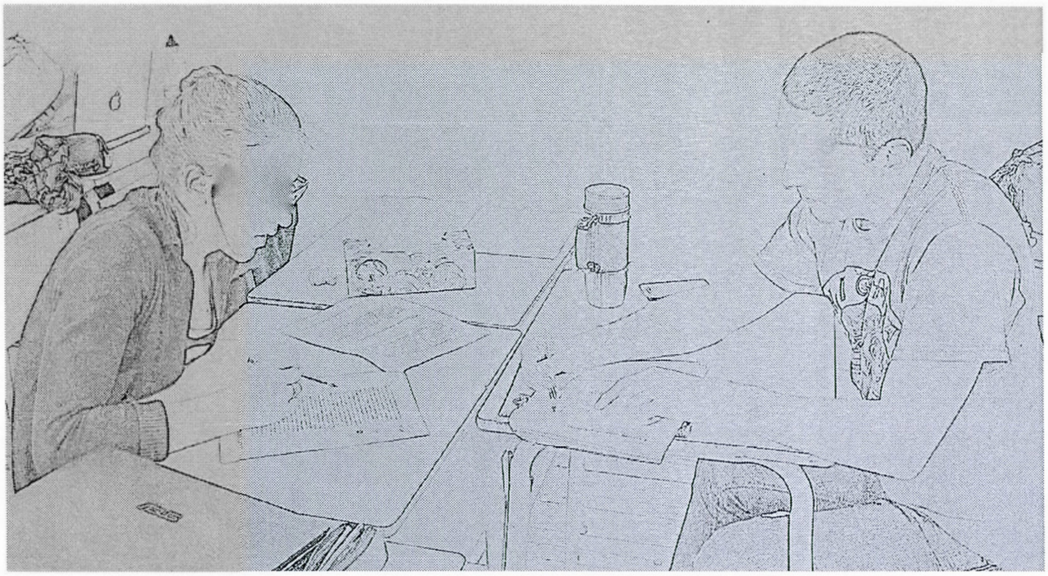


Figure 4.25 Chuquet : équipe Katia - Mitia (5).

Katia acquiesce et ils continuent leur lecture individuellement.

Après quelques instants, Mitia comprend que l'auteur est en train d'« isoler son x ». Katia rétorque qu'elle ne saisit pas l'expression « monte tout ». Mitia trouve l'expression dans le texte et explique que l'auteur est simplement en train de poser son équation. Mitia poursuit sa lecture et avance avec l'auteur dans la résolution de l'équation. Il cherche par la suite à accompagner Katia dans l'interprétation des étapes de résolution.

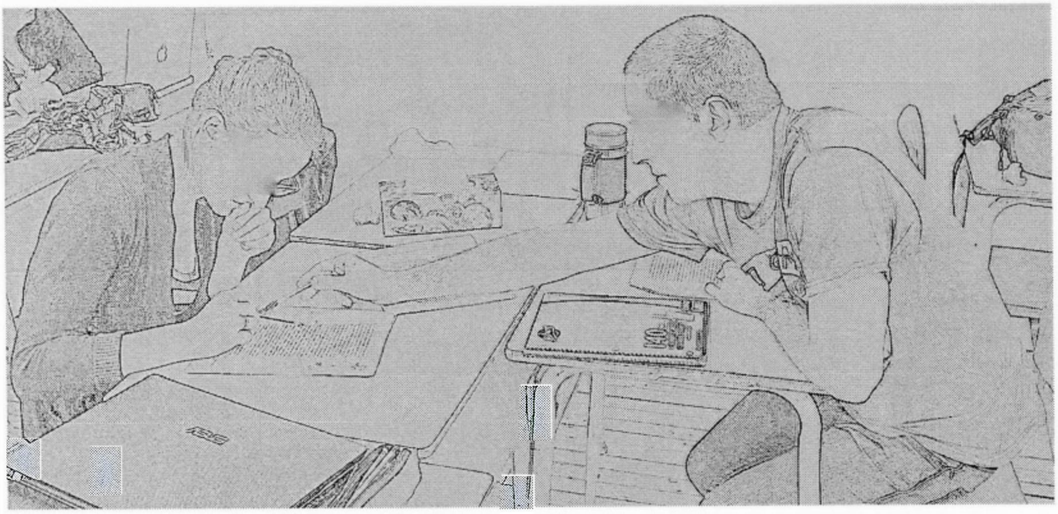


Figure 4.26 Chuquet : équipe Katia - Mitia (6).

Katia acquiesce et ils continuent leur lecture individuellement.

Mitia demande de l'aide auprès du formateur et le questionne sur le sens de l'expression : « les canons de la rigle des premiers ». Le formateur reprend la démarche de Chuquet avec Mitia et met en évidence le besoin de l'auteur d'obtenir une forme particulière pour son équation. Mitia comprend alors qu'il s'agit selon lui d'une référence aux différents modèles d'al-Khwarizmi et rappelle le lien qui unit le développement de l'algèbre dans le monde arabo-musulman et le développement de l'algèbre à travers le mouvement des abacistes. Le formateur se dit d'accord avec l'interprétation de Mitia. Celui-ci reprend alors sa lecture.

Katia continue de suivre le traitement de l'équation par Chuquet, tandis que Mitia aborde déjà la partie de l'extrait où l'auteur valide sa solution. Il passe rapidement sur cette partie et passe aussitôt à la prochaine question. Il y répond promptement. Ayant alors un peu d'avance sur Katia, il consulte ses messages sur son téléphone.

Après quelques minutes, Katia questionne Mitia à propos de la deuxième question suivant le deuxième extrait. Cette question concerne l'expression : « les canons de la rigle des premiers ». Mitia lui explique alors ses hypothèses quant aux liens qui unissent les mathématiciens du mouvement abaciste à ceux du monde arabo-musulman. Il fait notamment référence au développement de la notation algébrique et aux six modèles d'al-Khwarizmi. Katia est d'accord et ils entreprennent la lecture du troisième et dernier extrait.

Mitia comprend le caractère troublant du troisième extrait et souligne que les Juifs ont été malmenés dans l'histoire. Il parcourt rapidement le texte, ainsi que les questions qui l'accompagnent, pour retourner à son téléphone. Katia souligne : « Avec Constantinople, je comprends pourquoi ils voulaient tuer les Turcs ».

Katia demande à Mitia s'il reconnait le caractère mathématique du texte. Celui-ci rétorque que Chuquet propose un algorithme afin de se débarrasser des Juifs sans que ceux-ci se rebellent. En guise de réponse aux questions qui suivent l'extrait, Mitia mentionne que l'activité mathématique est neutre moralement en elle-même, mais que les contextes qui y sont ajoutés ne le sont pas. Il souligne que l'ajout de contextes fait partie de la culture du secondaire.

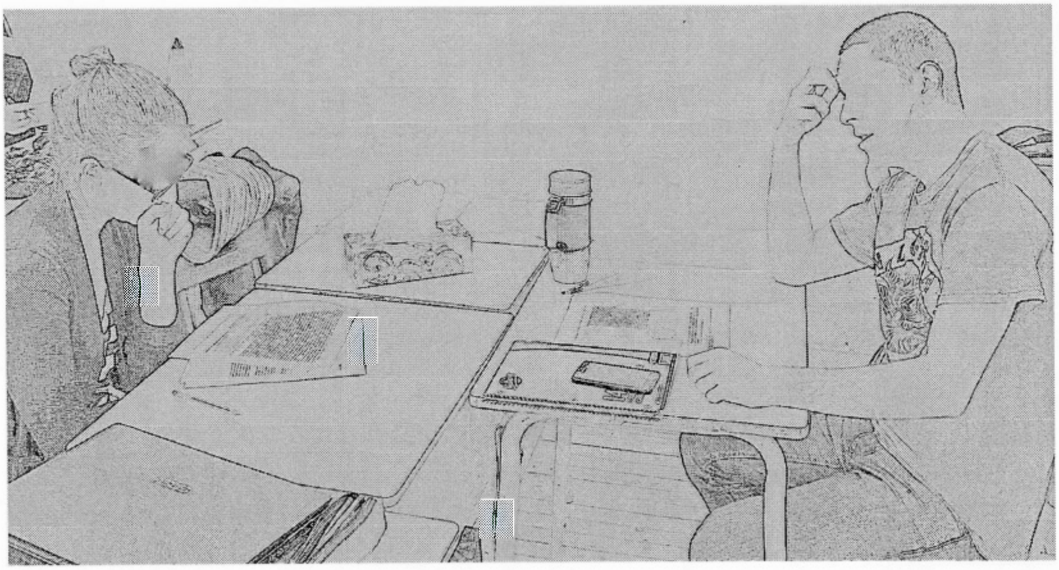


Figure 4.27 Chuquet : équipe Katia - Mitia (7).

Selon lui, ce sont les applications qui ne sont pas neutres moralement. Il termine en soulignant, à titre d'exemple, que les mathématiciens ont contribué à la création de la bombe atomique et que cette invention a fait beaucoup de victimes. Il indique alors au formateur qu'ils ont terminé l'activité.

Katia en profite pour demander au formateur de lui illustrer le caractère mathématique de la démarche de Chuquet. Le formateur leur montre alors le dessin fourni par l'auteur. Celui-ci y présente la configuration nécessaire pour l'atteinte de ses objectifs.

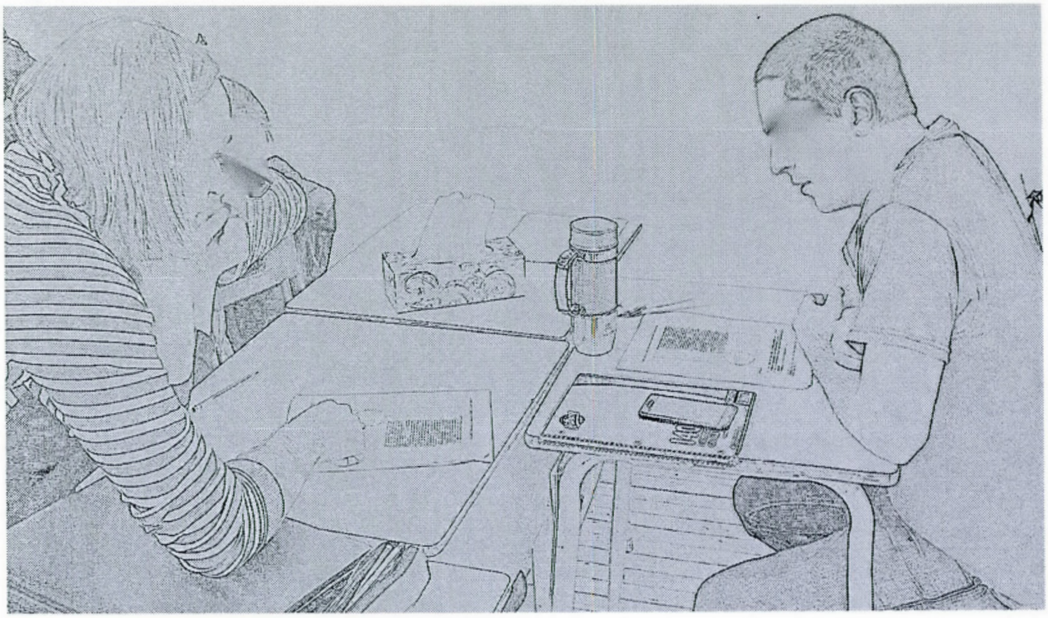


Figure 4.28 Chuquet : équipe Katia - Mitia (8).

Le formateur souligne que les thèmes des discussions visées par cette lecture sont davantage d'ordre éthique que mathématique.

Le formateur suspend ensuite la séance de lecture.

4.2.2.2 Équipe Aliocha - Martha - Ninotchka

Martha a retourné son pupitre pour faire face à Aliocha et Ninotchka. Ils amorcent leur lecture individuellement.

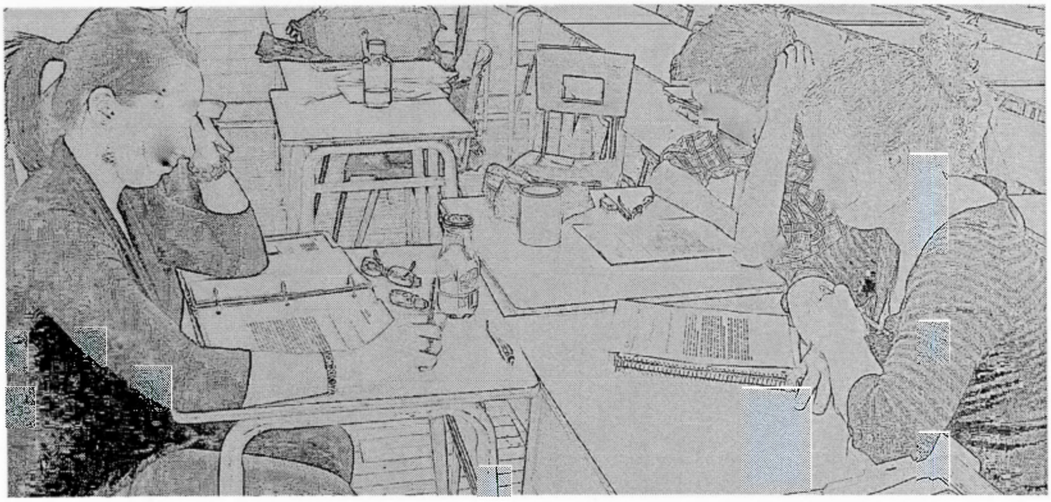


Figure 4.29 Chuquet : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (1).

Martha cherche à identifier la question soulevée par Chuquet dans le premier extrait. Aliocha parcourt le texte et identifie la question du problème avec elle.

Martha interpelle le formateur et lui demande de valider son interprétation du contexte et du problème soulevé par Chuquet. Le formateur peaufine les interprétations de Martha avec l'aide de Ninotchka et ils établissent ensemble le contexte de la problématique présentée dans l'extrait.

Figure 4.30 Chuquet : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (2).

Après avoir continué leur lecture individuellement un moment, Ninotchka et Aliocha se mettent à travailler ensemble afin de représenter par un dessin les différents éléments du problème. Martha s'intéresse et est à l'écoute de leurs avancées. Martha leur signifie qu'elle ne comprend pas le texte. Aliocha utilise un exemple pour lui expliquer le contexte, le problème et la solution. Il conclut que le facteur fait une bonne affaire et met en évidence ses intérêts.

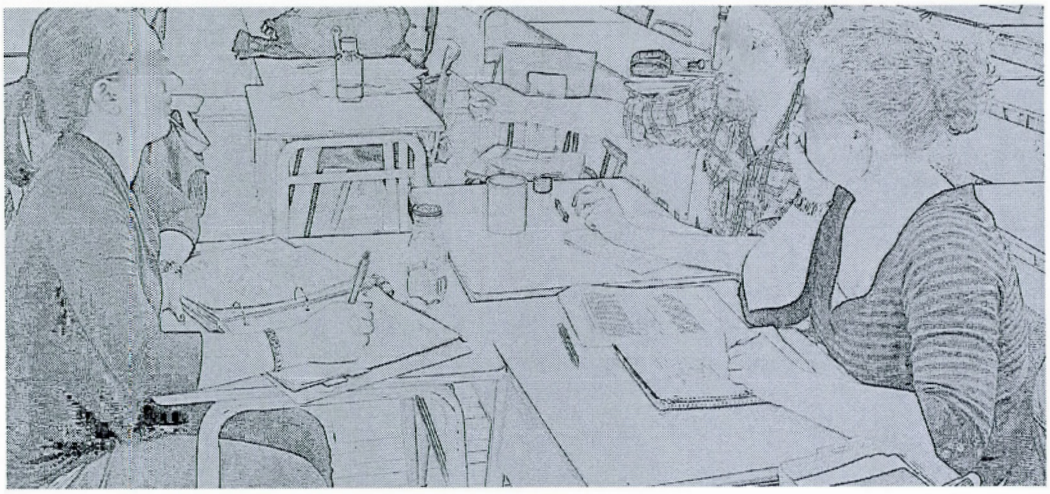


Figure 4.31 Chuquet : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (3).

Ninotchka résume l'extrait au groupe et chacun explicite les données du problème sur sa feuille de travail. Ils abordent ensuite le second extrait du texte.

Chacun reproduit sur sa feuille de travail la figure géométrique dont il est question dans le second extrait. Aliocha et Ninotchka tentent de mettre en place l'ensemble des données du problème géométrique.

Figure 4.32 Chuquet : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (4).

Ninotchka valide alors leur production à partir de la figure fournie par Chuquet. Ils avancent ensuite individuellement dans la lecture pendant près de 10 minutes et traduisent petit à petit la démarche algébrique de Chuquet en symboles modernes.

Martha souligne qu'elle apprécie l'expression : « multiplie ores chascune partie en soy ». Elle dit à Aliocha qu'elle la trouve poétique. Aliocha réplique qu'il trouve bien, quant à lui, l'expression : « les canons de la rigle des premiers ».

Soudainement, Aliocha montre à la caméra ce qu'il a écrit en guise de réponse à la seconde question qui suit le second extrait. On peut y lire : « Grosse Bertha ».

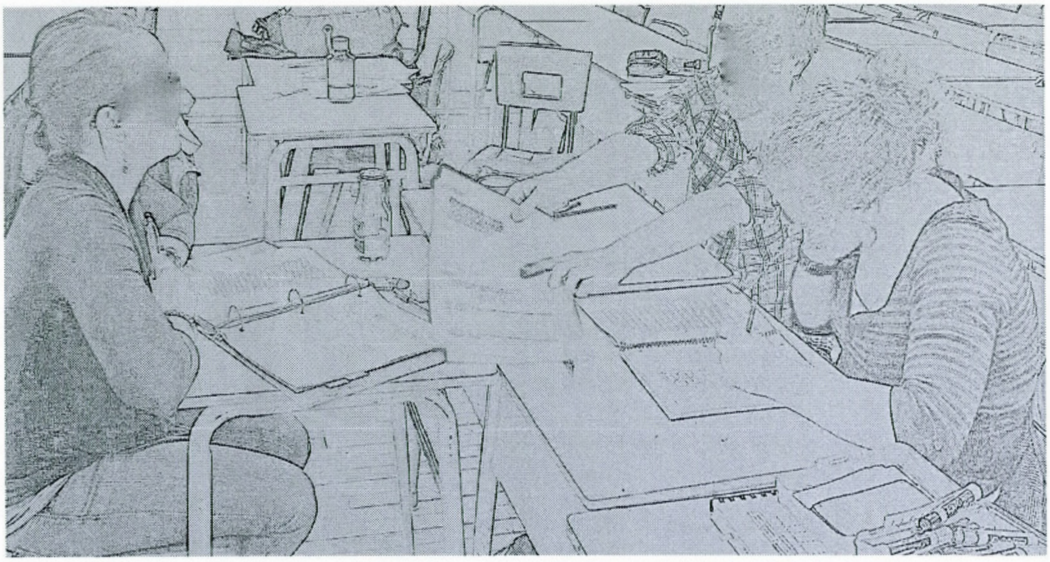


Figure 4.33 Chuquet : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (5).

Martha lui demande la signification de cette expression. Il explique qu'il s'agit de la formule quadratique pour la résolution des équations du second degré. Aliocha vérifie les calculs de Chuquet à l'aide de sa calculatrice.

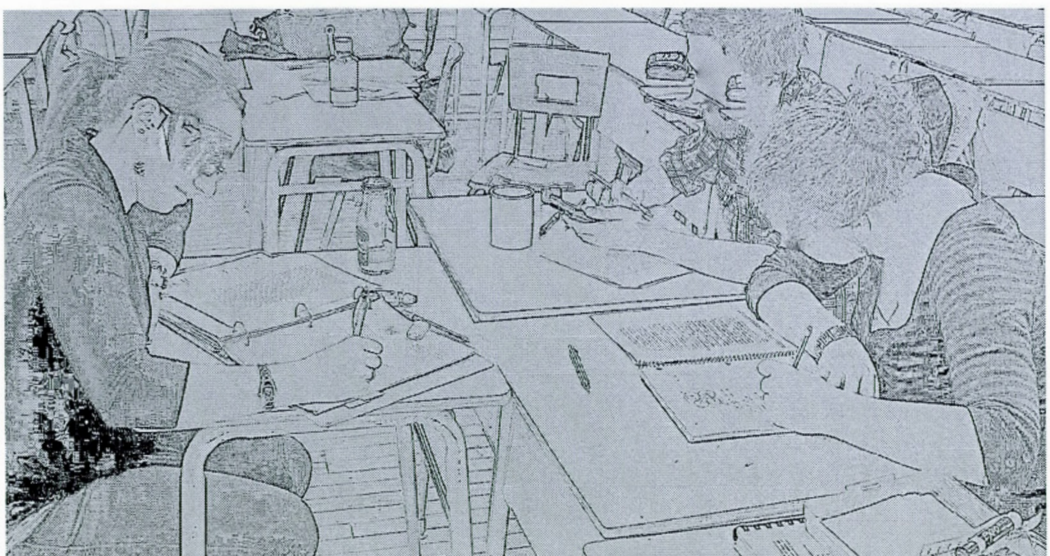


Figure 4.34 Chuquet : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (6).

Aliocha remarque que Chuquet traite les radicaux à l'inverse de la manière dont lui l'a appris dans un de ses cours. Au lieu de réduire le plus possible la valeur du nombre sous la racine, comme on peut s'y attendre, Chuquet, au contraire, maximise sa valeur.

Martha interroge Aliocha sur la validation de la solution par Chuquet. Elle se demande si cette validation prend la forme de la démarche inverse de la résolution. Ninotchka et Aliocha reprennent alors pas à pas la validation proposée par Chuquet. Aliocha vérifie à nouveau les calculs de l'auteur à la calculatrice.

Ninotchka entreprend la lecture du troisième extrait, Martha fait de même. Aliocha travaille encore sur la validation du problème du second extrait. Il explique qu'il ne comprend pas un passage en particulier. Ninotchka et Martha reviennent alors sur le passage en question. Aliocha vérifie son interprétation à partir de celle de Ninotchka.

Figure 4.35 Chuquet : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (7).

Martha lui fait remarquer qu'il s'agit possiblement d'une racine double. Aliocha émet l'hypothèse que l'auteur voulait possiblement indiquer par le soulignement que la racine est double. Martha se lève pour venir expliquer son interprétation de la notation de Chuquet, elle lui montre l'importance des points pour désigner les valeurs sur lesquelles est appliquée la racine carrée.

Figure 4.36 Chuquet : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (8).

Aliocha est d'accord avec elle et conclut que l'auteur souligne simplement pour aider à la lecture. Ils reprennent ensuite la lecture du troisième extrait.

Aliocha remarque rapidement la note en bas de page. Ils interprètent ensemble les mots de vocabulaire « chrétien » et « côte à côte ». Martha souligne que les juifs ont été persécutés durant toute leur existence. Elle lit le texte à haute voix pour s'aider.

Le formateur suspend la séance de lecture.

4.2.3 Lecture du texte de Gilles Personne de Roberval

4.2.3.1 Équipe Grouchenka - Katia

Katia et Grouchenka débutent la lecture individuellement. Katia parcourt d'abord rapidement l'ensemble du texte.

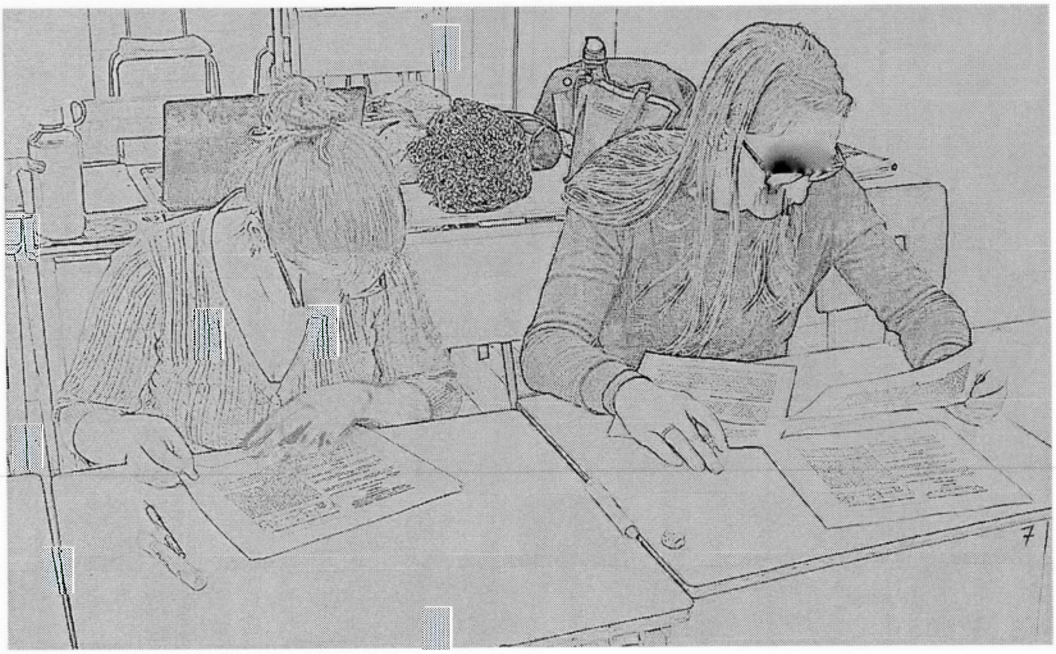


Figure 4.37 Roberval : équipe Grouchenka - Katia (1).

Grouchenka questionne Katia sur le mot « touchante ». Katia lui explique qu'il s'agit de la tangente à une ligne, elle dessine un exemple sur sa feuille. Elle donne quelques exemples de lieux géométriques qu'elle a rencontrés dans son cours de géométrie, notamment la cardioïde. Elle associe alors la tangente à la direction d'un point en mouvement.

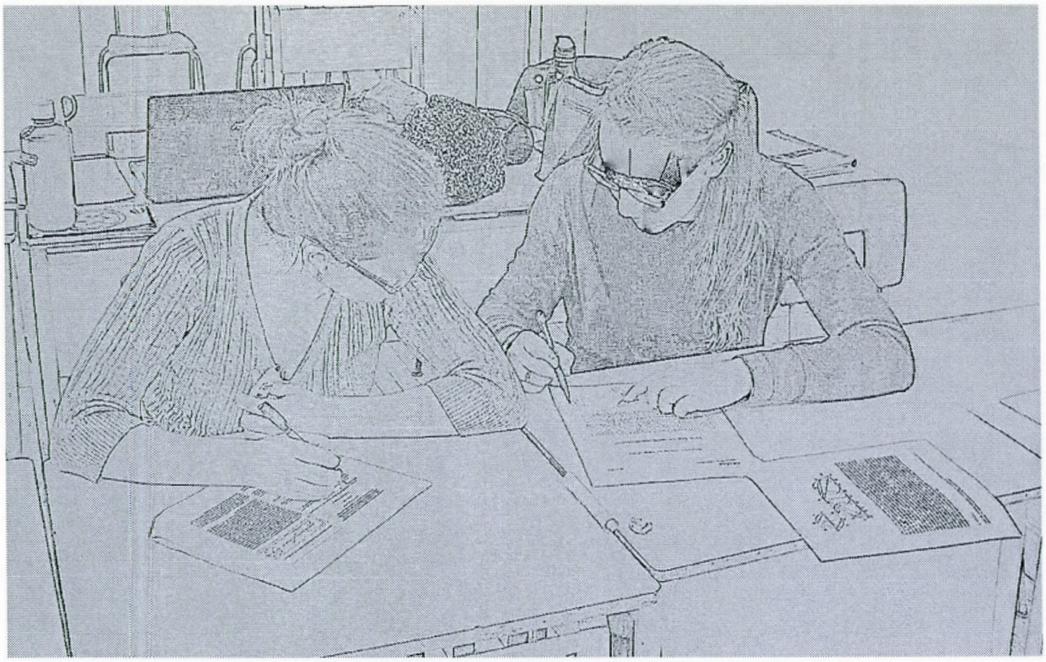


Figure 4.38 Roberval : équipe Grouchenka - Katia (2).

Après avoir lu le « principe d'invention » de Roberval, Grouchenka signifie à Katia que sa conception de la tangente correspond à celle de Roberval. Katia acquiesce et reprend ses explications à partir du dessin de la cardioïde. Elle fait référence à la fonction « trace » de Géogébra pour illustrer la notion de lieu géométrique. Elles reprennent alors leur lecture.

Elles identifient ensemble, les différents éléments de la première figure de Roberval. Après quelques minutes de lecture, Grouchenka questionne Katia sur la position du point qui se meut sur le cercle en même temps que celui-ci se déplace horizontalement. À partir de la figure de Roberval, elles établissent alors les différentes positions successives de ce point dans le « mouvement mêlé ». Katia pointe les différentes positions sur la figure.

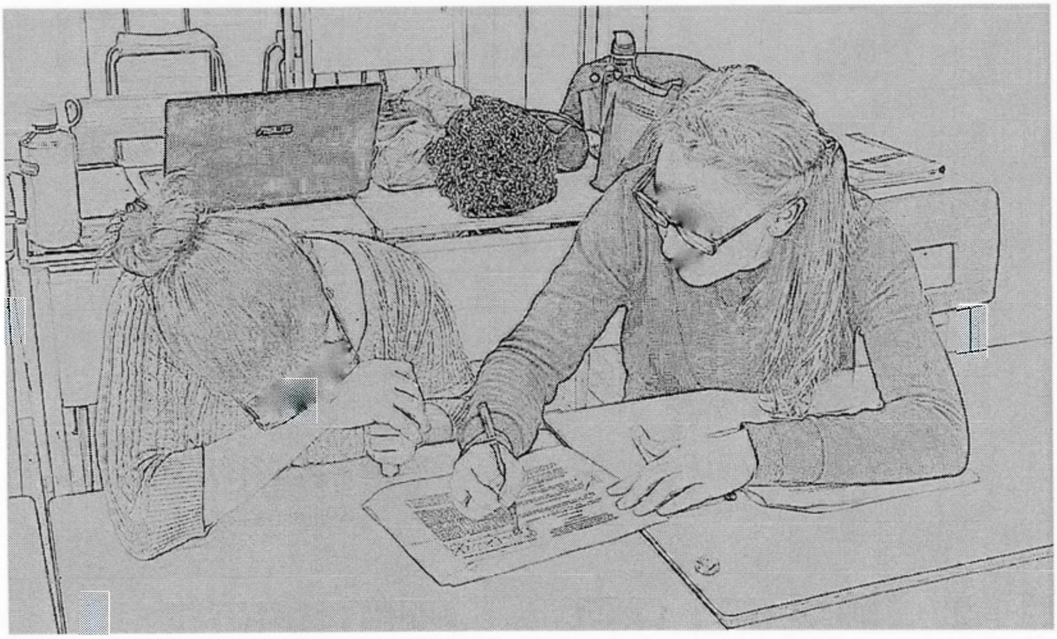


Figure 4.39 Roberval : équipe Grouchenka - Katia (3).

Elle souligne que, comme mentionné par Roberval, la cycloïde obtenue peut présenter différentes formes selon l'égalité ou non des vitesses des mouvements. Elles continuent ensuite leur lecture individuellement.

Elles travaillent toutes deux à la construction de la cycloïde avec Roberval. Katia finit sa lecture du paragraphe qui porte sur cette construction et décide de résumer les propos de Roberval à Grouchenka. Dans ses mots, elle reprend la démarche de Roberval sur la figure fournie par celui-ci. Pour s'aider, Grouchenka dessine des cercles associés aux positions successives du point mouvant.

Avant de continuer la lecture, Katia fait part à Grouchenka de ses hypothèses concernant la détermination de la « touchante » à un point donné de la cycloïde, et ce, à partir de la construction de Roberval. Elle explique qu'il faut tracer des perpendiculaires pour chacun des cercles associés aux différentes positions successives du point mouvant. Grouchenka est d'accord et confirme que la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon qui comprend le point de tangence.

Elles questionnent ensuite les différents cas de cycloïde. Elles émettent l'hypothèse que le raisonnement de Katia tient toujours pour tous ces différents cas.

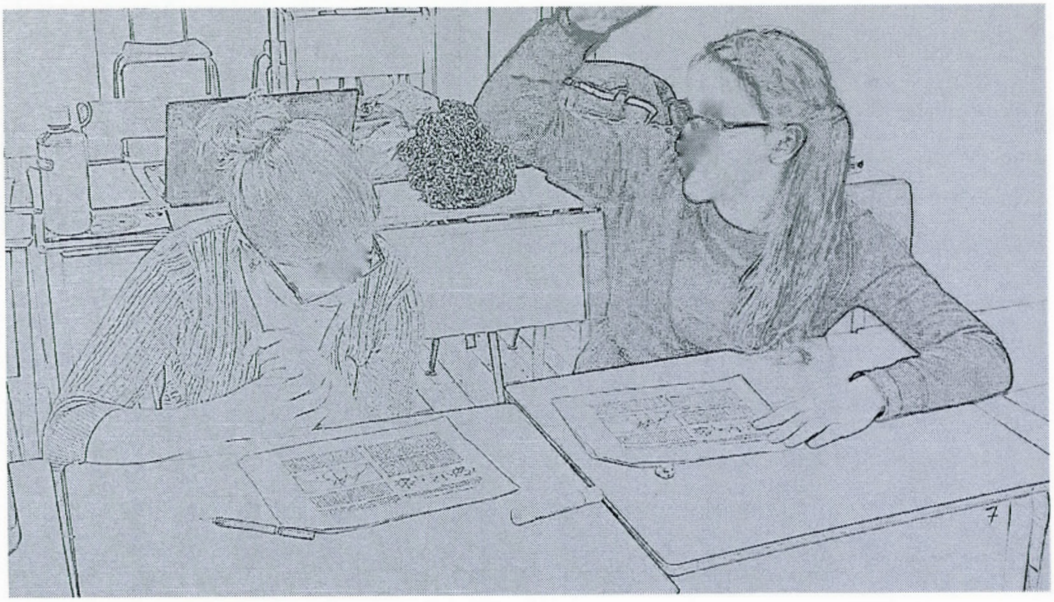


Figure 4.40 Roberval : équipe Grouchenka - Katia (4).

Grouchenka mentionne, sur un ton de plaisanterie, qu'elle se sent : « presque brillante ». Elles continuent la lecture de l'extrait.

Katia mentionne qu'elle a dorénavant de la difficulté à lire. Grouchenka tente d'établir les liens entre les deux figures de Roberval, Katia l'accompagne. Grouchenka demande alors au formateur si les éléments de la première figure se retrouvent aussi dans la seconde. Le formateur lui répond que non.

Katia surligne la droite du second dessin qui, « selon sa théorie », correspond à la tangente. Grouchenka lui fait remarquer que cette droite ne correspond pas à la tangente du cercle associé. Katia se questionne alors sur l'origine de la droite qu'elle a surlignée. Elle remet en question son raisonnement et retourne à la première figure. N'ayant rien pu trouver de plus, Katia décide de continuer à lire, Grouchenka fait de même.

Elles identifient d'abord l'ensemble des éléments de la seconde figure, ainsi que leurs relations. Elles se rendent compte que le texte ne fait aucune référence au point P qui se trouve pourtant sur la figure de l'auteur. Elles reprennent ensuite individuellement une lecture plus minutieuse du paragraphe concernant la détermination de la tangente.

Katia appelle le formateur. Elle lui explique sa compréhension du raisonnement de Roberval. Le formateur l'accompagne dans ses explications et lui demande pourquoi, dans le cas présent, le parallélogramme tracé par Roberval est un losange. Ils questionnent alors ensemble les différents cas pour la cycloïde, selon les vitesses de mouvement. Le formateur explique que, pour le cas présent, où les vitesses sont les mêmes, le parallélogramme permettant de déterminer la tangente est un losange. Le formateur explique que les côtés adjacents de ce parallélogramme peuvent être associés à des vecteurs déplacements de même norme.

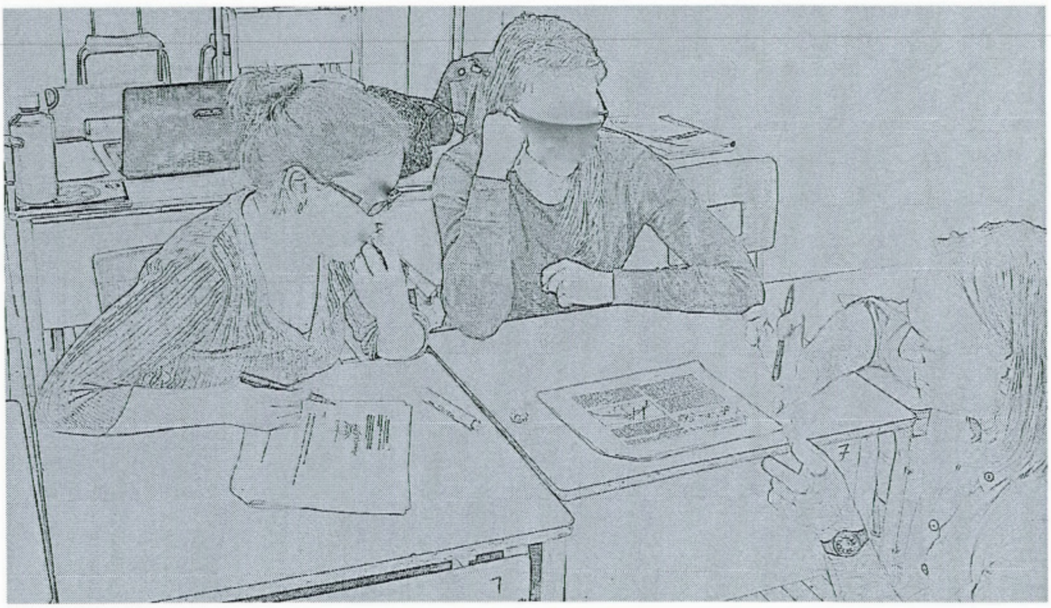


Figure 4.41 Roberval : équipe Grouchenka - Katia (5).

Le formateur attire alors leur attention sur le passage où Roberval évalue le rapport entre les deux vitesses et fait correspondre ce rapport avec celui des mesures des côtés adjacents du parallélogramme.

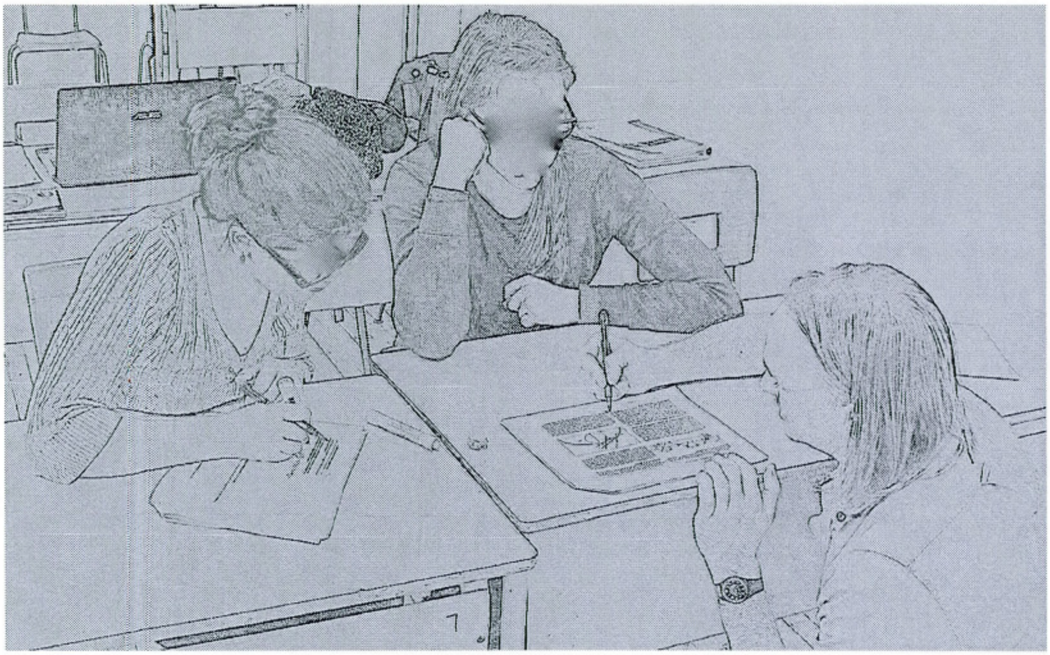


Figure 4.42 Roberval : équipe Grouchenka - Katia (6).

Il explique alors à partir de quelles longueurs de segments Roberval établit ce rapport. Katia rétorque qu'elle comprend maintenant comment a été déterminé le point H pour la construction du parallélogramme dont est issue la tangente recherchée.

Le formateur se questionne ensuite sur le cas où l'une des vitesses est plus petite et réfléchit sur les longueurs de segments alors engendrés. Katia propose alors d'imaginer le cas où le cercle sera plus petit. Ils se questionnent alors ensemble sur l'influence de la taille du cercle sur la forme de la cycloïde. Le formateur conclut que l'auteur a une perception physique de l'objet mathématique et qu'il faut s'en tenir aux vitesses. Katia reconnait le caractère accessible et compréhensible du raisonnement de l'auteur. Le formateur les félicite et quitte le duo. Elles entreprennent alors de répondre à la seconde question portant sur le premier extrait du texte.

Katia tente de comprendre la construction de Fermat permettant de déterminer aussi la tangente recherchée.

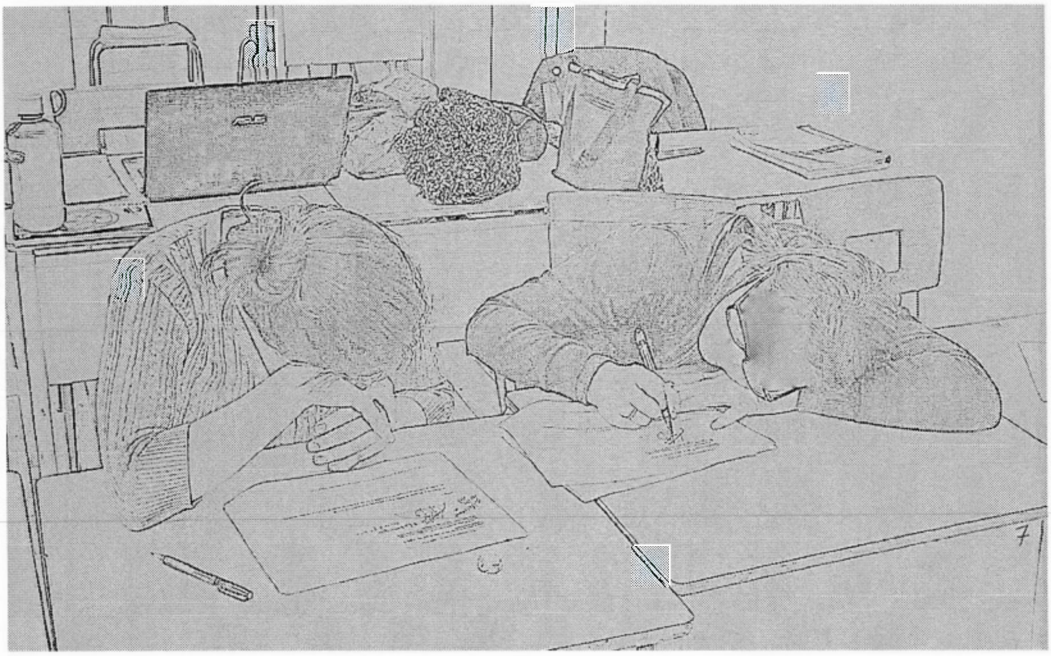


Figure 4.43 Roberval : équipe Grouchenka - Katia (7).

Elles utilisent les mots de Roberval (« touchante » et « tirer une ligne ») pour discuter de la figure. Katia reprend la construction de Fermat à partir d'un nouveau dessin.

Figure 4.44 Roberval : équipe Grouchenka - Katia (8).

Elle comprend qu'il est alors question de la bissectrice d'un angle et associe cette dernière au « rapport de force résultant ».

Le formateur suspend la séance de lecture.

4.2.3.2 Équipe Aliocha - Mitia

Mitia a retourné son pupitre pour faire face à Aliocha. Ils amorcent leur lecture individuellement, Mitia souligne des passages du premier extrait.

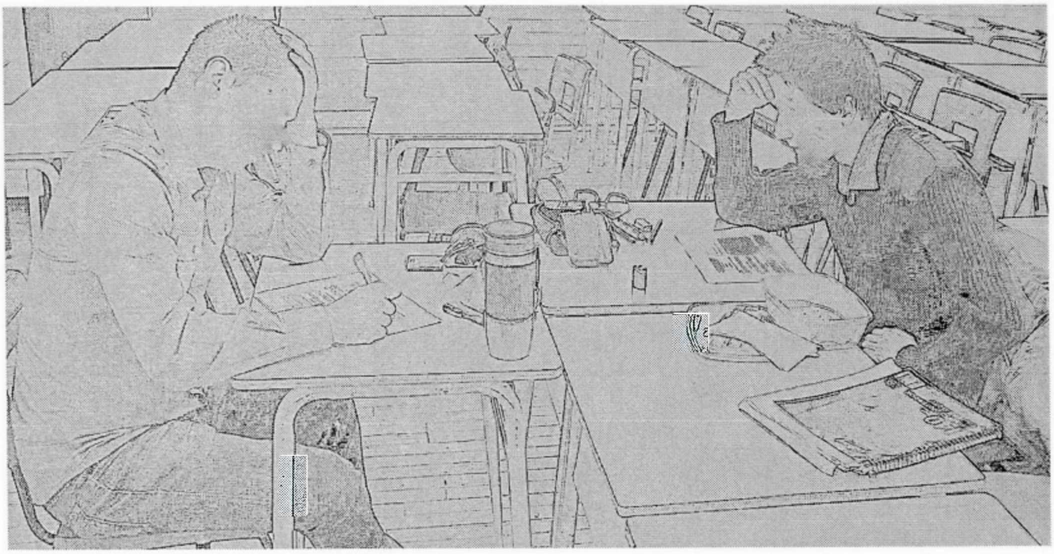


Figure 4.45 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (1).

Après quelques minutes de lecture, Mitia questionne Aliocha sur la position d'un point de la première figure de Roberval. Il le questionne ensuite sur l'arc de cercle EG, Mitia lui explique que Roberval établit un rapport entre cette longueur et la circonférence du cercle et que celui-ci établit ensuite une proportion avec le rapport *ao* sur *ad*. Ils continuent leur lecture individuellement.

Mitia confirme avec Aliocha le processus de construction de la cycloïde de Roberval. Il pointe les rayons correspondant aux différentes positions successives du point qui se meut sur la roulette.

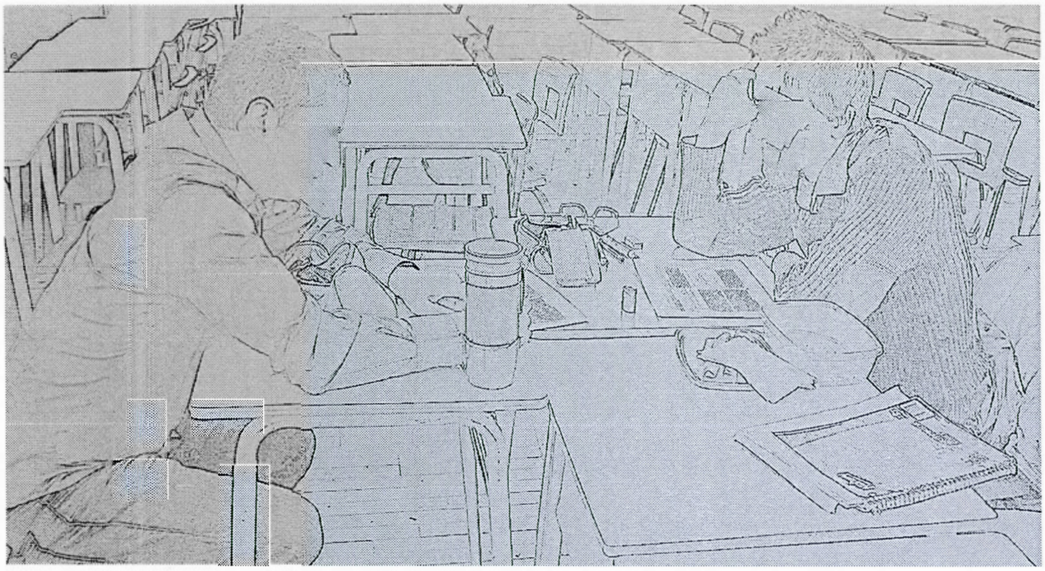


Figure 4.46 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (2).

Aliocha est d'accord. Ce dernier ajoute que Roberval se sert d'un deuxième dessin pour tracer ces rayons. Ils continuent leur lecture.

Aliocha mentionne que le vocabulaire utilisé dans le texte se rapproche davantage du leur. Mitia est d'accord et ajoute que la lecture en est facilitée.

Après quelques minutes de lecture, Mitia interpelle Aliocha et tente de lui résumer son interprétation de la méthode de Roberval pour déterminer la tangente en un point de la cycloïde. Aliocha lui souligne que la dernière figure illustre la méthode de Fermat, faite à partir du « produit vectoriel », et non celle de Roberval. Mitia rétorque que les deux figures sont pratiquement identiques et pointe d'abord la tangente déterminée à titre d'exemple par l'auteur.

Figure 4.47 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (3).

Aliocha n'est pas d'accord et pense que Roberval détermine la tangente d'une autre manière. Il ajoute que Roberval construit plutôt un parallélogramme dont les mesures des côtés sont dans un certain rapport. Mitia est d'accord. Aliocha reprend le texte pour revenir sur la construction de ce parallélogramme, et se questionne sur l'origine du point H.

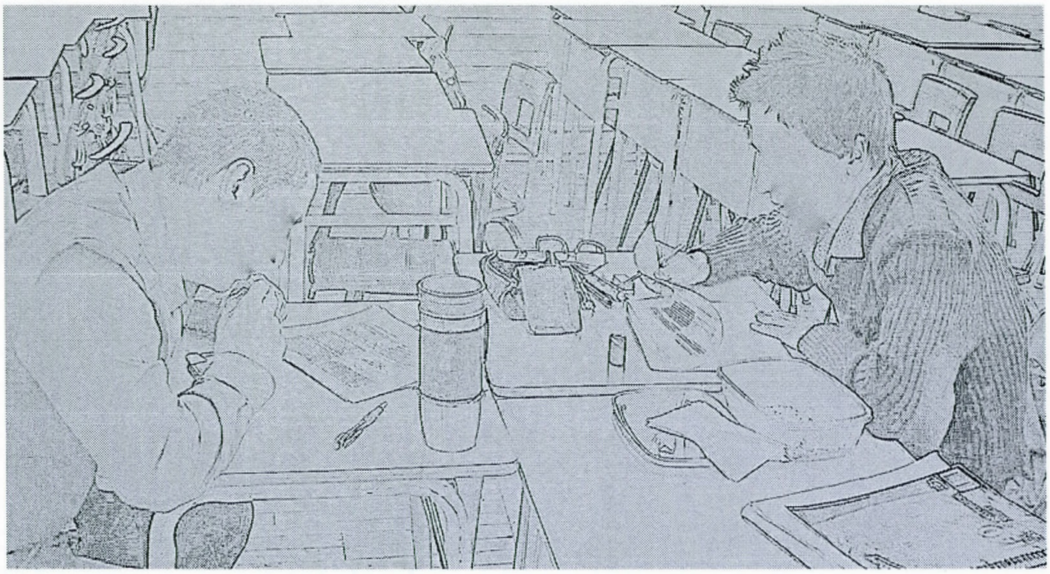


Figure 4.48 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (4).

Aliocha montre ensuite à Mitia où se termine le raisonnement de Roberval et où commence celui de Fermat à la toute fin de l'extrait.

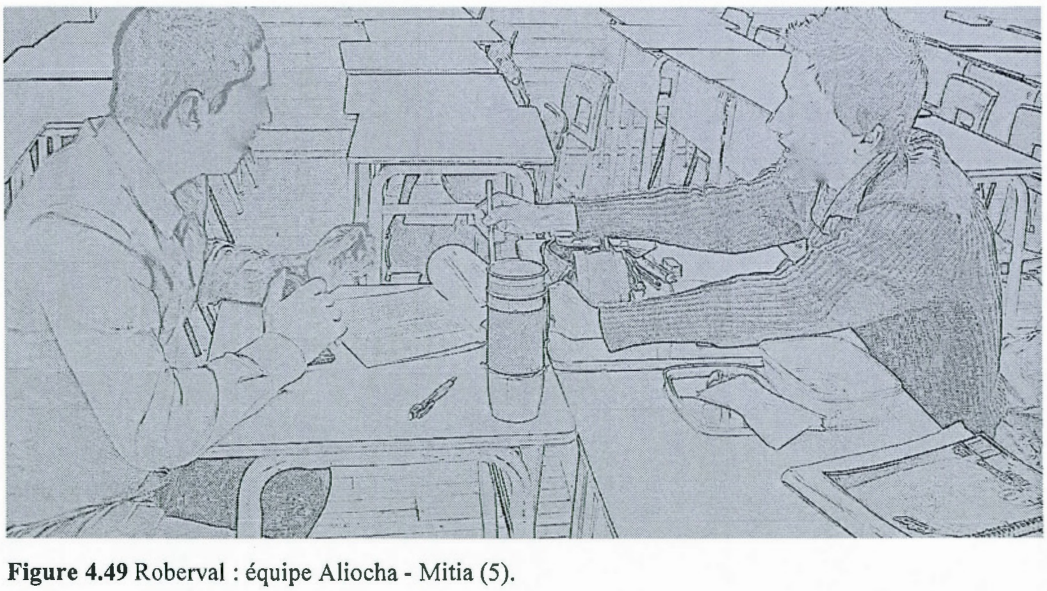


Figure 4.49 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (5).

Mitia résume alors le raisonnement de Roberval en décrivant le parallélogramme construit. Aliocha ajoute qu'il leur faut maintenant comprendre la proportion établie par l'auteur entre les côtés adjacents de ce parallélogramme. Ils pointent et relisent ensemble le passage où il en est question.

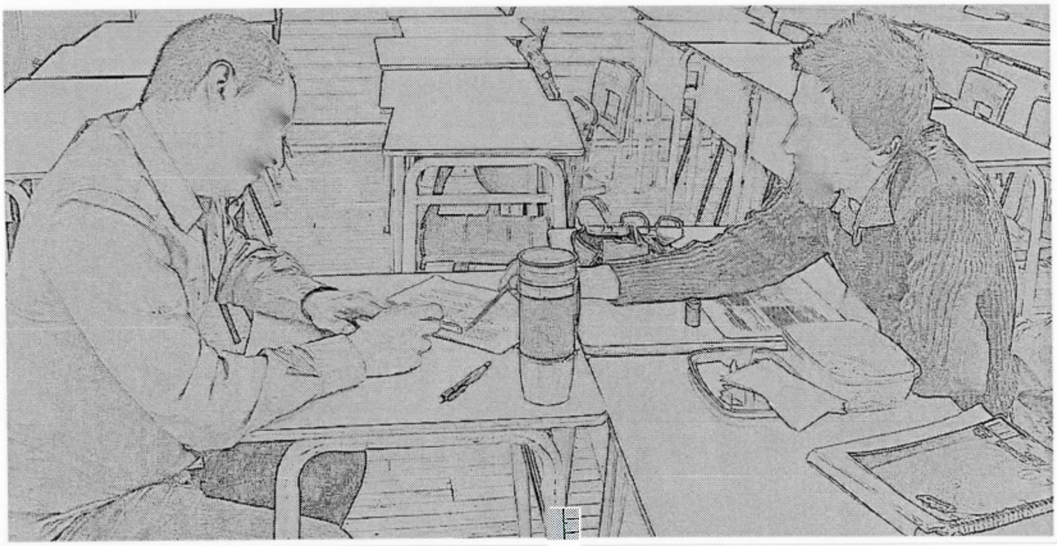


Figure 4.50 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (6).

Ils se questionnent sur le fait que la proportion implique la circonférence du cercle. Ils s'écartent et reprennent leur lecture individuellement.

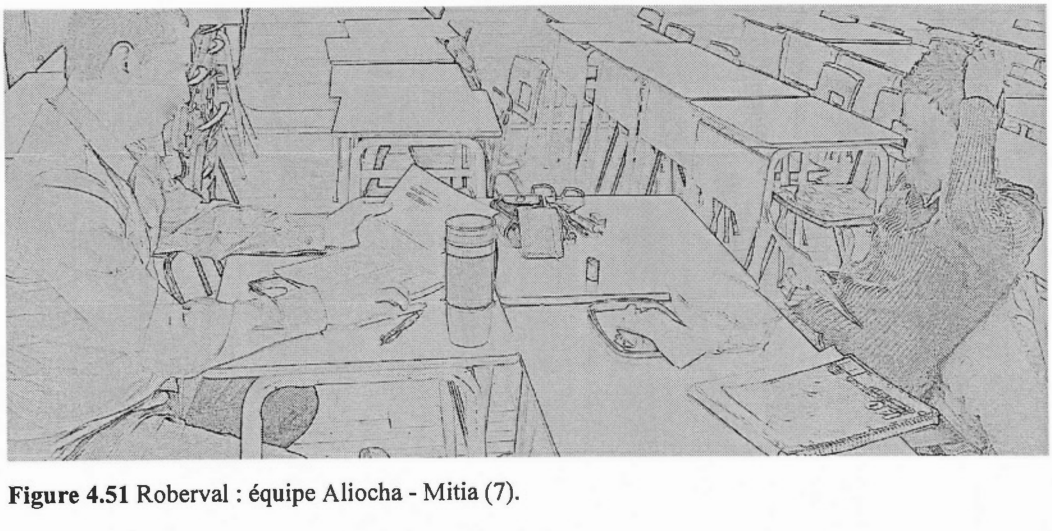


Figure 4.51 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (7).

Aliocha écrit l'égalité des deux rapports sur sa feuille. Ils tentent ensemble de déterminer chacun des quatre éléments de la proportion. Mitia indique que la mesure AC correspond à la diagonale du rectangle dans la deuxième figure de l'extrait. Aliocha propose plutôt que AC indique le long segment horizontal de la troisième figure.

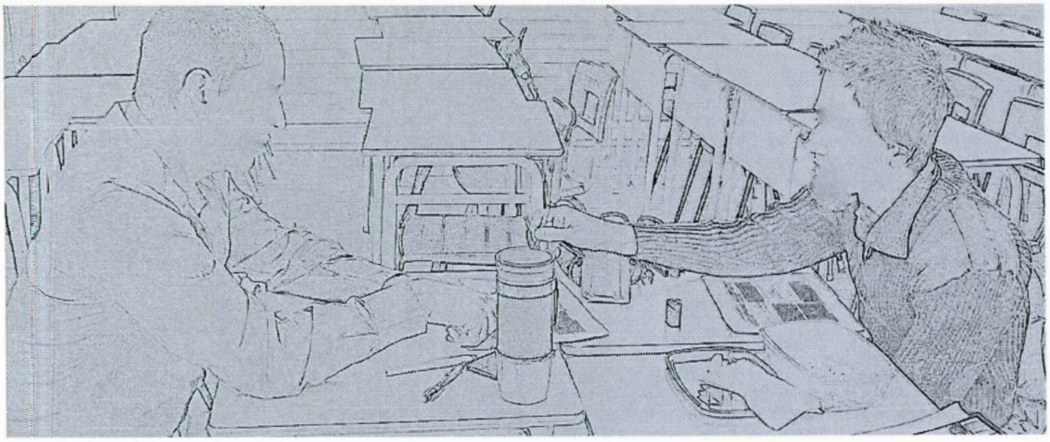


Figure 4.52 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (8).

Mitia conclut que le rapport doit donc valoir un. Aliocha n'est pas d'accord et souligne que les côtés du parallélogramme ne sont pas de même longueur. Ils reprennent alors un instant leur lecture et Aliocha lance : « Pourquoi pas dans le fond?! », et ajoute que c'est ce que Roberval dit au départ. Mitia rétorque que la figure est créée ainsi. Il se remet ensuite à douter à nouveau de l'égalité des mesures et montre à Aliocha que, « visuellement », les mesures ne sont pas les mêmes sur le dessin.

Figure 4.53 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (9).

Aliocha regarde attentivement les deux côtés sur la feuille.

Le formateur arrive alors et leur demande où ils en sont. Mitia lui fait part de leurs interrogations sur le rapport des mesures des côtés du parallélogramme. Le formateur leur indique alors les différents types de cycloïdes qu'il est possible de construire selon Roberval au début du texte. Il explique comment il est possible de faire varier les vitesses des deux mouvements pour créer différentes cycloïdes, et que ces vitesses déterminent ensuite les longueurs des segments en question.

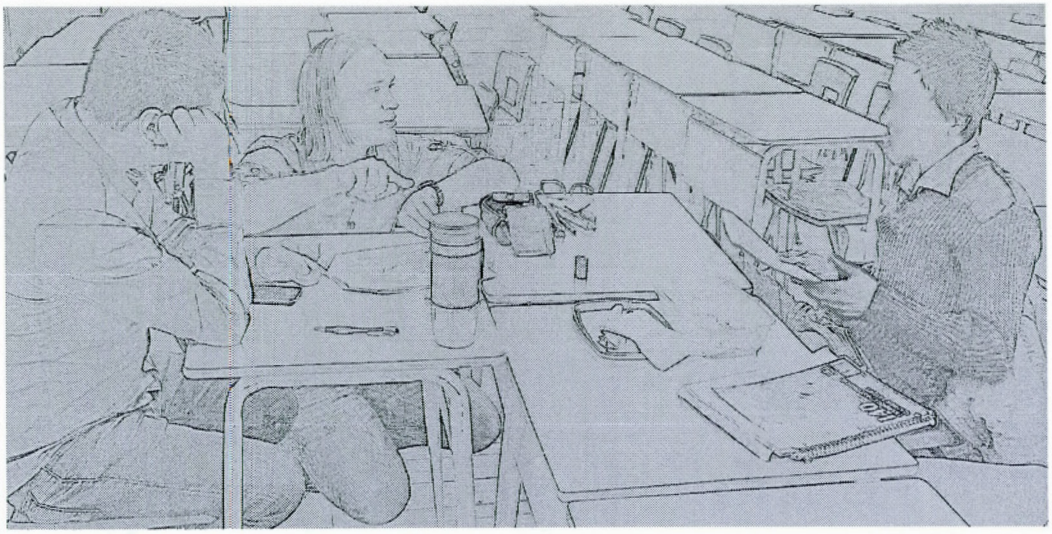


Figure 4.54 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (10).

Mitia exprime son incompréhension. Le formateur reprend alors ses explications sur la feuille, mais Mitia affirme toujours son incompréhension. Aliocha propose de lui illustrer le raisonnement avec l'exemple d'une roue et d'un essieu, qu'il représente à l'aide de son crayon.

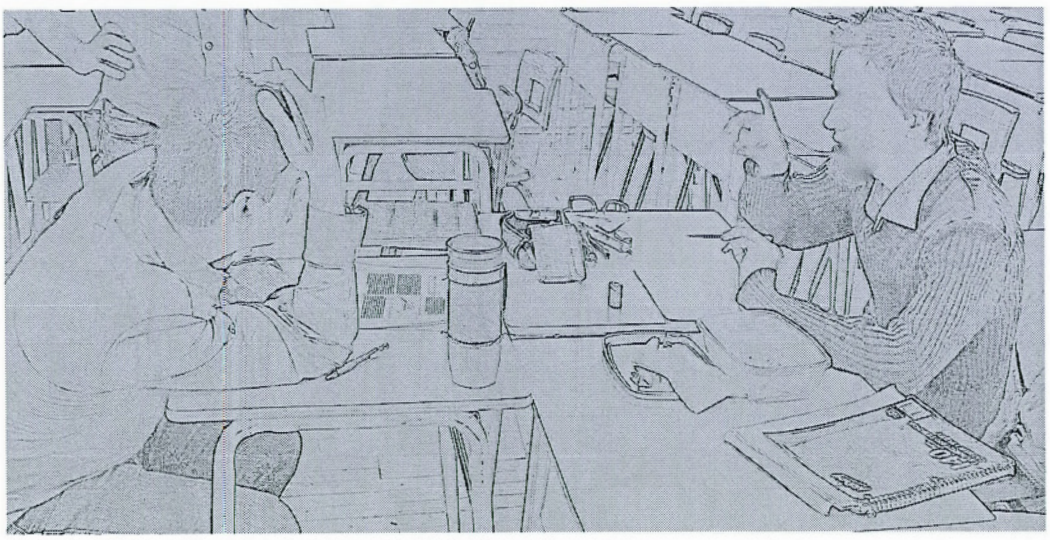


Figure 4.55 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (11).

Il met ensuite en évidence l'indépendance des deux mouvements. Mitia indique alors qu'il a saisi le principe. Le formateur explique qu'il ne faut pas se fier au dessin pour déterminer le rapport des mesures des côtés. Il quitte ensuite le duo.

Aliocha lit alors la deuxième question sur l'extrait. Mitia résume rapidement la méthode de Fermat. Aliocha souligne qu'il est d'accord, mais qu'il leur faudrait concilier maintenant les deux méthodes. Mitia propose alors de retrouver le parallélogramme de Roberval dans la construction de Fermat. Aliocha explique qu'on peut le retrouver par translation. Ils font de même en pointant le cercle de Fermat sur la figure de Roberval. Ils remarquent que les figures ne sont pas dessinées finement.

Ils abordent alors la lecture du second extrait. Mitia lance à haute voix qu'ils ont terminé la lecture du premier extrait, afin de narguer l'autre équipe.

Figure 4.56 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (12).

Le formateur arrive alors et leur demande s'ils ont réussi à concilier le raisonnement de Roberval avec celui de Fermat. Mitia résume chacune des deux méthodes et montre que le cercle de Fermat coïncide avec la figure de Roberval. Aliocha explique alors qu'ils n'ont, dans le fond, que « mélangé les deux », qu'ils ne les ont pas « réconciliés ».

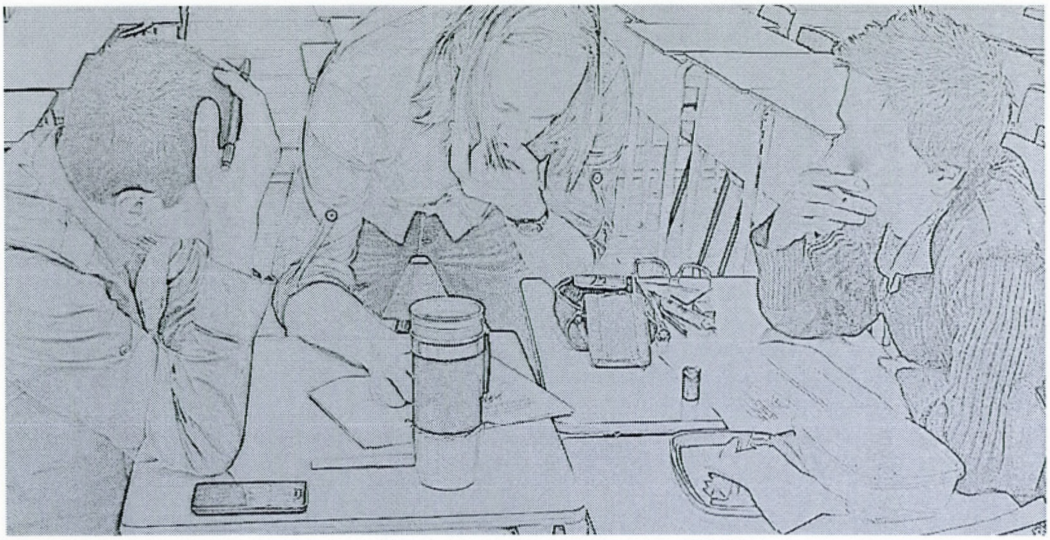


Figure 4.57 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (13).

Le formateur confirme qu'il n'est pas suffisant de faire coïncider visuellement les deux approches. Pour les guider, il leur demande alors : « Qu'est-ce qui me dit que FB est la bissectrice de l'angle IFG? » ou inversement « Pourquoi la tangente déterminée par Roberval passe par O? ». Il leur propose de déterminer si FB est la bissectrice de l'angle IFG. Il les laisse réfléchir. Mitia exprime sa difficulté, tandis qu'Aliocha entame une nouvelle démarche.

Figure 4.58 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (14).

Ils réfléchissent alors pour plusieurs minutes sur les dernières figures de l'extrait, Mitia consulte son téléphone.

Aliocha propose de faire la translation du parallélogramme de Roberval vers la figure de Fermat et voudrait montrer que la diagonale de Roberval translatée correspond au segment FB tracé par Fermat. Il explique à Mitia qu'il s'y prend dans l'autre sens. Mais il se demande en souriant si cela peut convaincre le formateur. Mitia propose alors de se lancer dans la lecture du prochain extrait. Aliocha est d'accord et propose quant à lui de continuer à travailler sur le premier extrait.

Après quelques minutes de réflexions, Aliocha conclut que ses nouvelles explications ne sont pas adéquates.

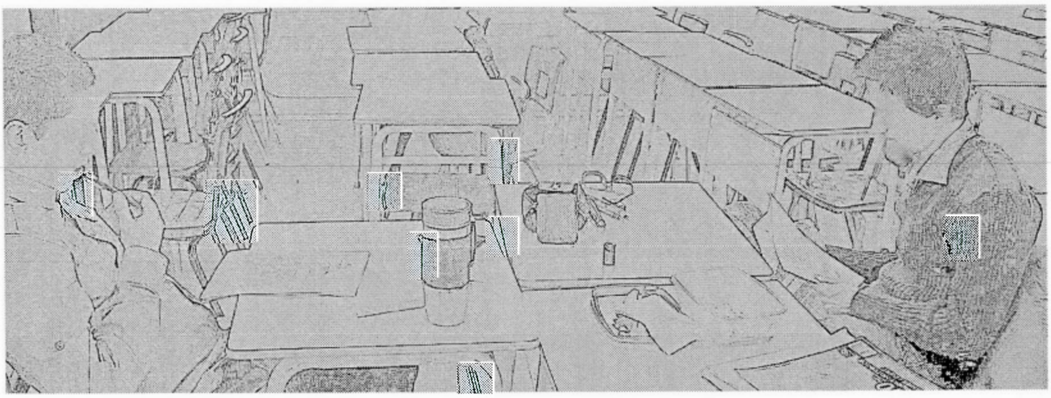


Figure 4.59 Roberval : équipe Aliocha - Mitia (15).

Il se lance alors à son tour dans la lecture du prochain extrait.

Après quelques minutes de lecture individuelle, Mitia souligne le caractère hautain de Descartes. Il souligne de plus qu'il ne comprend pas complètement le texte. Il explique que tout semble évident pour Descartes.

Mitia s'absente pendant près de deux minutes, tandis qu'Aliocha reste concentré sur le second extrait. À son retour, il demande à Aliocha ce qu'il pense de la démarche de Descartes. Il lui dit que celle-ci n'est pas évidente. Aliocha rétorque ironiquement qu'elle est évidente, car Descartes indique lui-même qu'elle est évidente. Plus sérieusement, Aliocha indique qu'il ne comprend que la première partie du texte de Descartes.

4.2.4 Lecture du texte de Pierre de Fermat

4.2.4.1 Équipe Katia - Mitia

Mitia et Katia débutent leur lecture individuellement. Katia dessine le rectangle, ayant un périmètre donné, dont Fermat tente de déterminer les dimensions pour une aire maximale. Elle reproduit ensuite les calculs de l'auteur. Mitia tarde à débuter sa lecture et zyeute la copie de Katia.

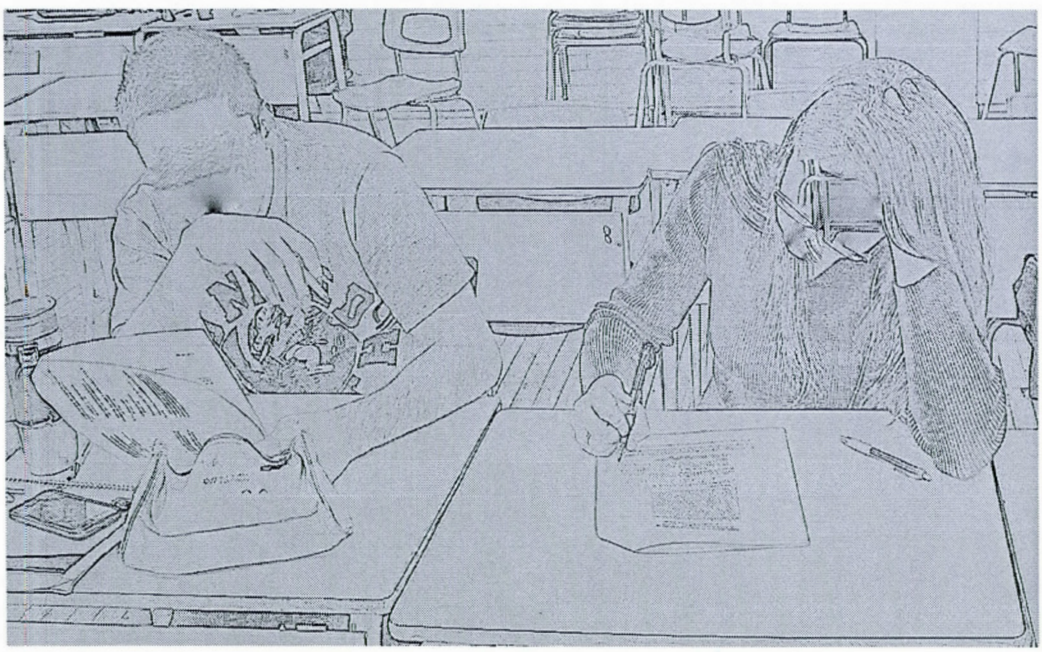


Figure 4.60 Fermat : équipe Katia - Mitia (1).

Katia sourit au commentaire final de Fermat, soulignant qu'« il est impossible de donner une méthode plus générale ».

Mitia lui demande si elle a compris quelque chose du premier extrait. Katia rétorque qu'elle a compris des choses, qu'elle a compris comment ça marche, mais qu'elle ne sait pas pourquoi. Mitia lui explique qu'il n'arrive pas à établir de liens entre la méthode générale et l'exemple fourni par Fermat. Katia lui répond qu'elle n'a pas lu la première partie et lui explique son interprétation de l'exemple.

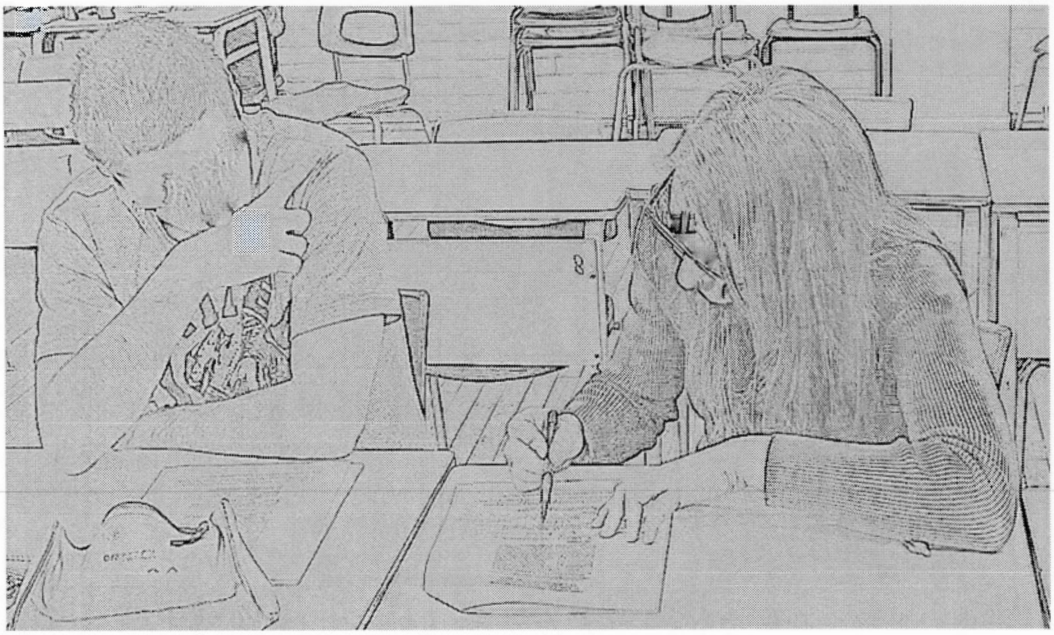


Figure 4.61 Fermat : équipe Katia - Mitia (2).

Elle lit d'abord le problème posé par l'auteur et débute étape par étape la résolution. Elle souligne qu'elle ne comprend pas pourquoi il reprend le calcul en posant a+e la mesure du premier côté et qu'elle ne sait pas ce que veut dire « adégaler ». Mitia lui propose d'égaliser les deux expressions. Katia est d'accord. Mitia ajoute que, de cette façon, l'équation pourra être réduite à partir des termes semblables de chaque membre. Katia souligne que ceci correspond bien à la démarche de Fermat et reprend chacune des étapes de calcul. Elle s'arrête au moment où Fermat supprime e et dit que e est possiblement une valeur qui ne compte pas, mais qu'elle n'en est pas sûre.

Mitia indique qu'il comprend sa démarche, mais qu'il ne comprend pas pourquoi elle mène à la solution. Katia indique qu'elle n'est pas convaincue non plus.

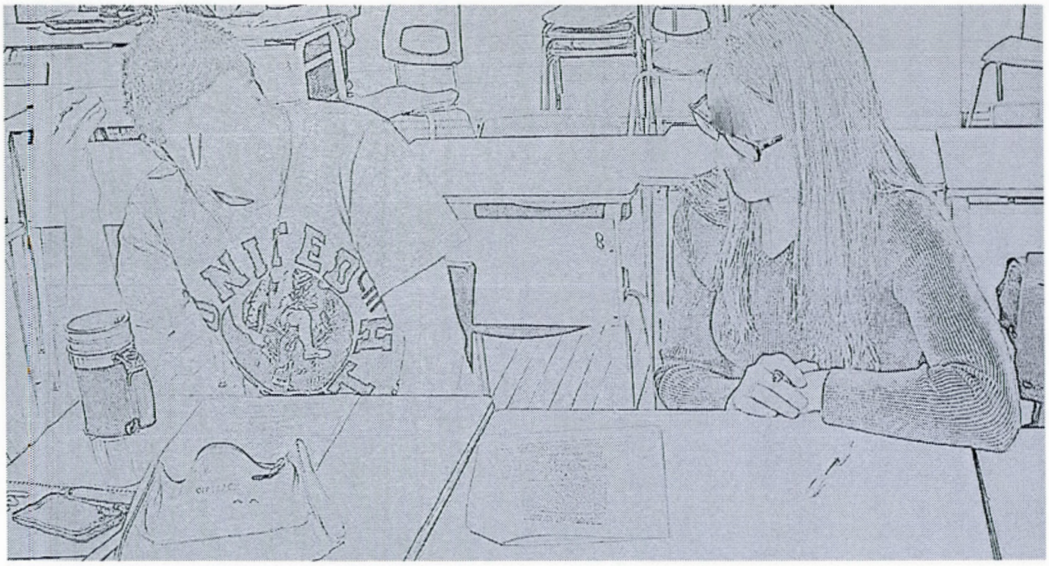


Figure 4.62 Fermat : équipe Katia - Mitia (3).

Mitia reprend alors à haute voix la lecture du premier paragraphe où Fermat explique la méthode en général et cherche à connaitre la signification de l'inconnu e.

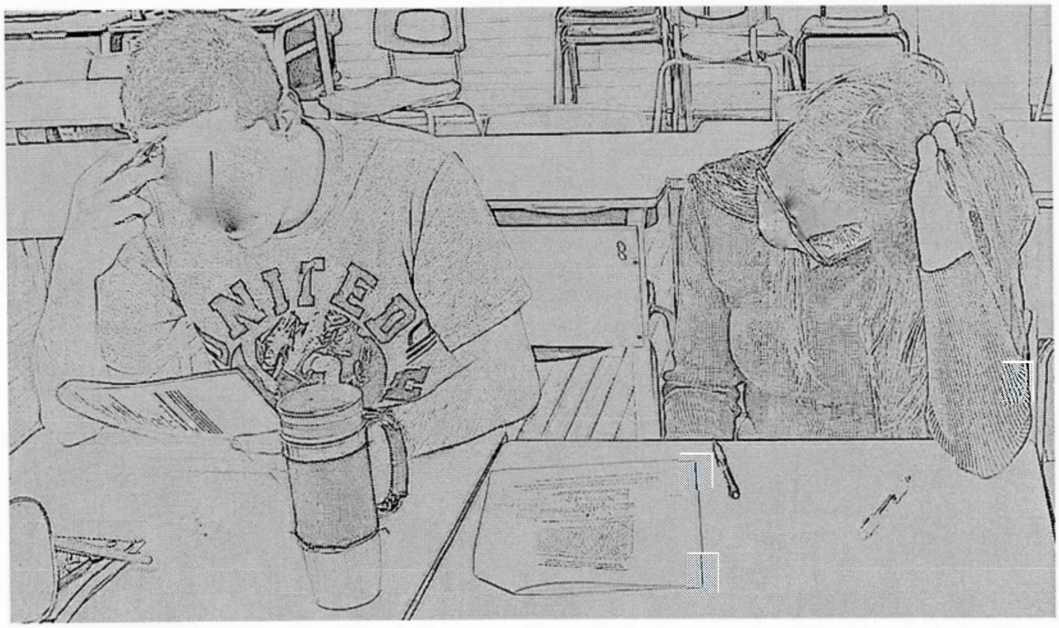


Figure 4.63 Fermat : équipe Katia - Mitia (4).

Katia émet alors l'hypothèse que e est une variable et qu'il faut trouver pour quelle valeur de e l'aire du rectangle est maximale. Mitia n'y voit pas de quoi s'éclairer.

Katia tente alors de représenter le rectangle dont on veut maximiser l'aire et un second dont le côté est augmenté d'une longueur de e.

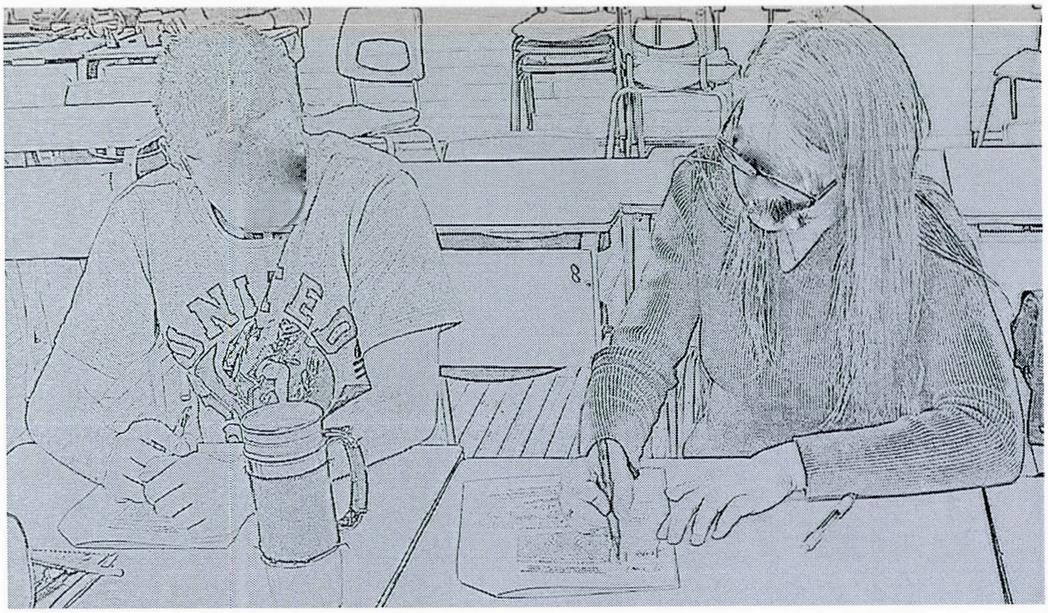


Figure 4.64 Fermat : équipe Katia - Mitia (5).

Reprenant la démarche de Fermat, elle souligne qu'il est difficile de représenter la division par e à partir de sa représentation géométrique. Mitia remarque alors que e vaut 0. Martha, de l'autre côté, indique quant à elle que Fermat divise précédemment par e. Mitia se demande : « Comment se fait-il qu'il divise par 0? ». Avec Martha, Mitia conclut que : « e ne vaut pas 0, mais pas loin ». Katia tente toujours d'illustrer la procédure géométriquement, tandis que Mitia invalide son raisonnement, clamant que la valeur de e est nulle. Katia exprime son désaccord.

Figure 4.65 Fermat : équipe Katia - Mitia (6).

Ils questionnent alors le formateur sur la valeur de e. Celui-ci souligne que Fermat divise par e et considère aussi la valeur de e comme nulle. Mitia lance qu'il doit y avoir une limite derrière ça et donne l'exemple de la limite quand n tend vers l'infini de 1/n.

Le formateur s'avance et leur demande de lui expliquer où ils en sont. Katia reprend avec lui ses tentatives de représenter géométriquement les calculs de Fermat. Le formateur écoute et met plutôt l'accent sur l'aspect intuitif et mystérieux de la méthode de l'auteur. Il souligne que les travaux de Fermat se situent dans les balbutiements du calcul différentiel et que la formalisation viendra plus tard. Il ajoute que, dans nos méthodes de calculs modernes, on divise aussi par des quantités valant 0. À titre d'exemple, il écrit $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ et attire leur attention sur la valeur de h.

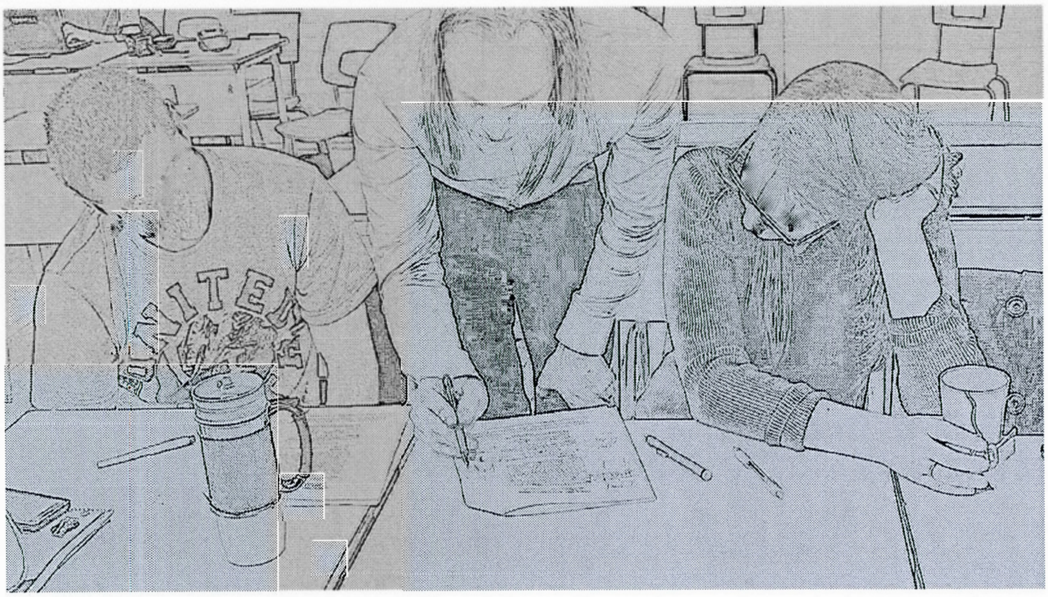


Figure 4.66 Fermat : équipe Katia - Mitia (7).

Le formateur leur propose ensuite de passer au prochain extrait.

Katia se lance dans une lecture minutieuse alors que Mitia alterne entre le texte et son téléphone.

Figure 4.67 Fermat : équipe Katia - Mitia (8).

Après quelques minutes de lecture, Mitia conclut que Fermat est fou et que ses démarches n'ont pas d'allure. Mitia appelle le formateur en lançant : « Objection! ». Il souligne alors que Fermat traite d'abord une inéquation et transforme soudainement celle-ci en équation. Le formateur souligne qu'il reprend pourtant la même méthode que dans l'exemple précédent et explique que Fermat traite ici aussi des quantités presque égales. Il mentionne que Mitia a raison de critiquer Fermat et tente de lui expliquer de manière plus fine sa méthode. Il redessine alors la parabole en mettant en évidence les relations entre les données du problème.

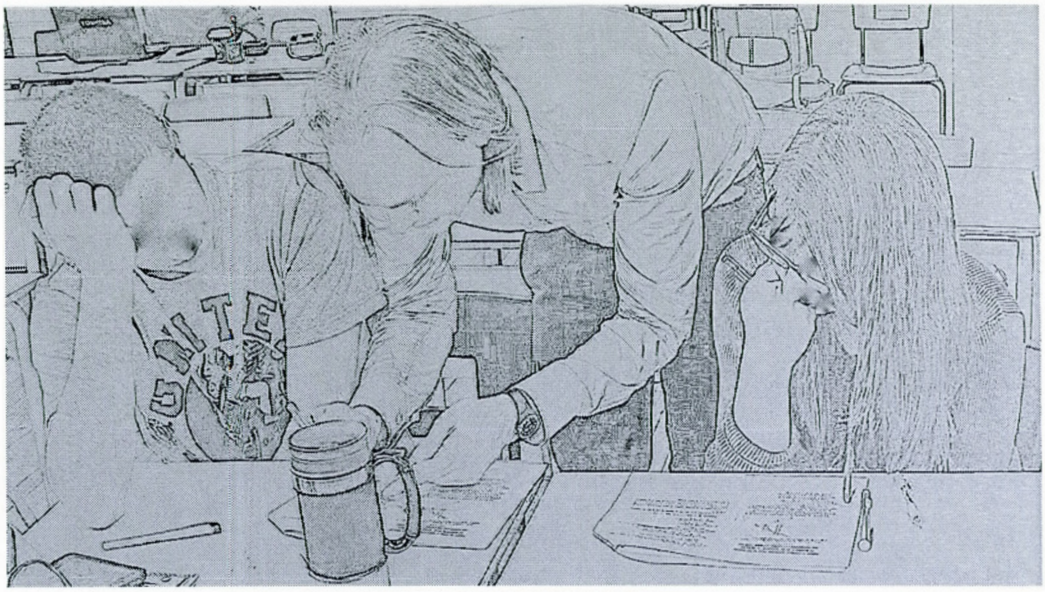


Figure 4.68 Fermat : équipe Katia - Mitia (9).

Il explique que Fermat met en évidence de nouvelles relations entre les données du problème en suggérant que la valeur de e est infiniment petite.

Mitia conclut que Fermat : « est brillant, mais manque de rigueur ». Il ajoute que Fermat devrait fournir plus d'explications. Le formateur réplique que Fermat souligne en plus que sa méthode est infaillible, ce qui fait rire Mitia. Il explique alors que Fermat utilise toujours la même méthode et en prouve l'efficacité avec de nombreux exemples, mais que celle-ci n'est pas totalement expliquée par l'auteur. Mitia fait alors référence à la notion d'« analyse » telle qu'expliquée au cours, où les découvertes sont expliquées à rebours. Le formateur répond qu'il existe d'ailleurs l'analyse non standard, un certain type de travail mathématique, qui n'est pas reconnue par l'ensemble de la communauté des mathématiciens.

Il suspend ensuite la séance de lecture.

4.2.4.2 Équipe Aliocha - Martha - Ninotchka

Martha fait face à Ninotchka et Aliocha. Ils lisent rapidement l'introduction et passent au premier extrait du texte de Fermat.

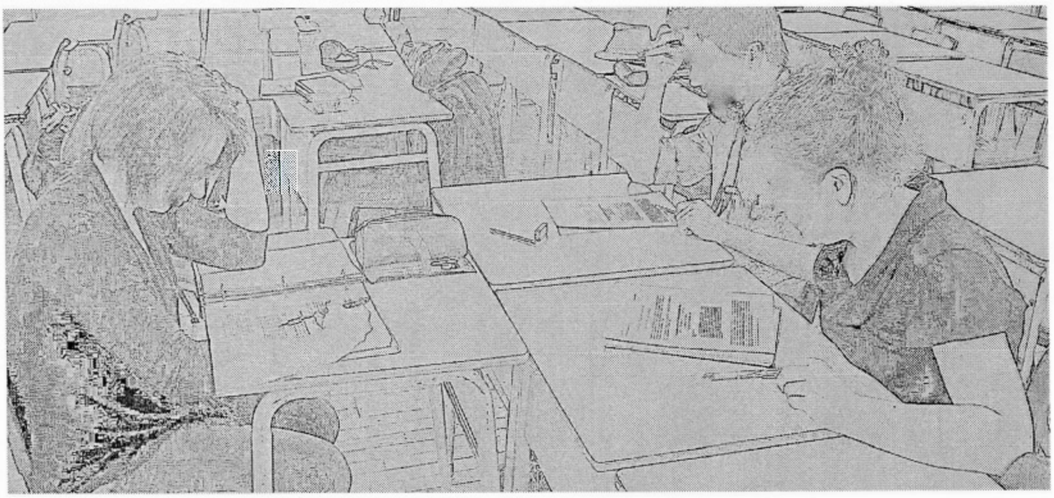


Figure 4.69 Fermat : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (1).

Ils reprennent tous trois la démarche de Fermat en marge du texte ou sur une autre feuille. Après quelques minutes de travail, Aliocha questionne Ninotchka sur le sens du mot « adégaler ». Il se demande si « adégaler » est équivalent à « égaler », il croit que non. Martha et Ninotchka pensent le contraire. Aliocha rétorque que, selon lui, adégaler est une « opération spéciale » que Fermat utilise pour faire apparaitre quelque chose en ajoutant l'inconnu e. Il souligne que Fermat est un « génie », mais qu'il ne « parle jamais de ses méthodes », il ne dit jamais d'« où elles sortent ».

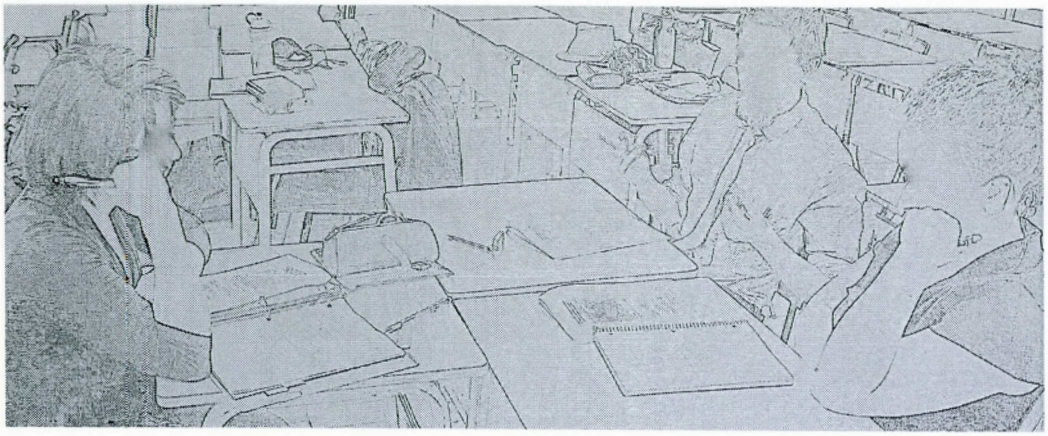


Figure 4.70 Fermat : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (2).

Aliocha interpelle le formateur pour lui demander si Fermat est bien l'auteur « du théorème qui n'a pas été prouvé pendant longtemps ». Le formateur acquiesce.

Martha en profite alors pour le questionner. Elle lui demande pourquoi Fermat enlève le e à la fin de sa procédure. Le formateur souligne que c'est, en effet, un peu étrange. Il reprend les étapes avec Martha qui remarque que Fermat divise par 0.

Figure 4.71 Fermat : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (3).

Ninotchka ajoute qu'il s'agit d'une valeur très près de 0, et qu'il est impossible de diviser par 0. Martha et le formateur sont d'accord. Aliocha sourit et souligne qu'on peut cependant le supprimer à la fin. Martha ajoute que la valeur est tellement petite qu'elle ne compte plus. Le formateur conclut que le groupe a alors mis en lumière les éléments centraux qui mèneront à la crise des fondements du calcul différentiel et explique que les démarches de Fermat ont un caractère exploratoire.

Il rappelle alors au groupe le principe de base du calcul différentiel. Il dessine une courbe, illustre le taux de variation instantané et écrit $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ sur la copie d'Aliocha.

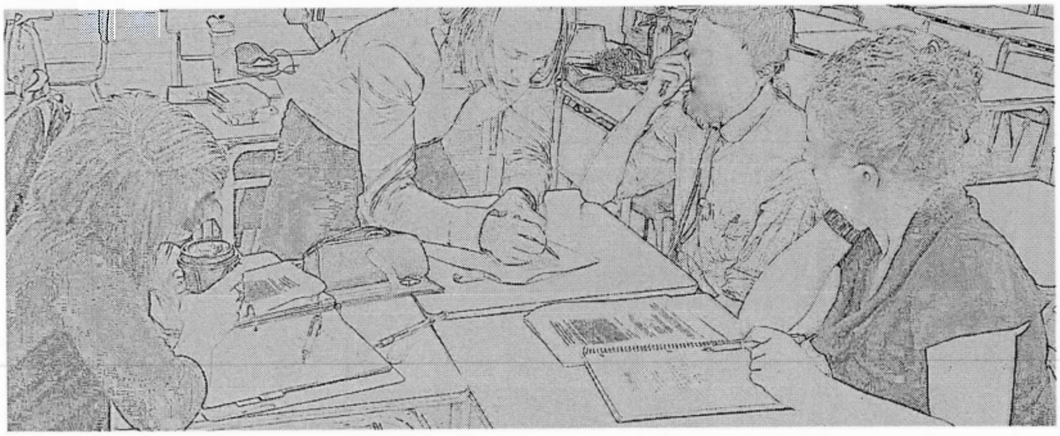


Figure 4.72 Fermat : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (4).

Martha souligne que Fermat divise non pas par h, mais par e. Le formateur quitte alors le groupe en leur disant que, à partir de ceci, il est possible de concilier la démarche de l'auteur avec le calcul moderne. Aliocha indique tout de suite que le h correspond au e de Fermat.

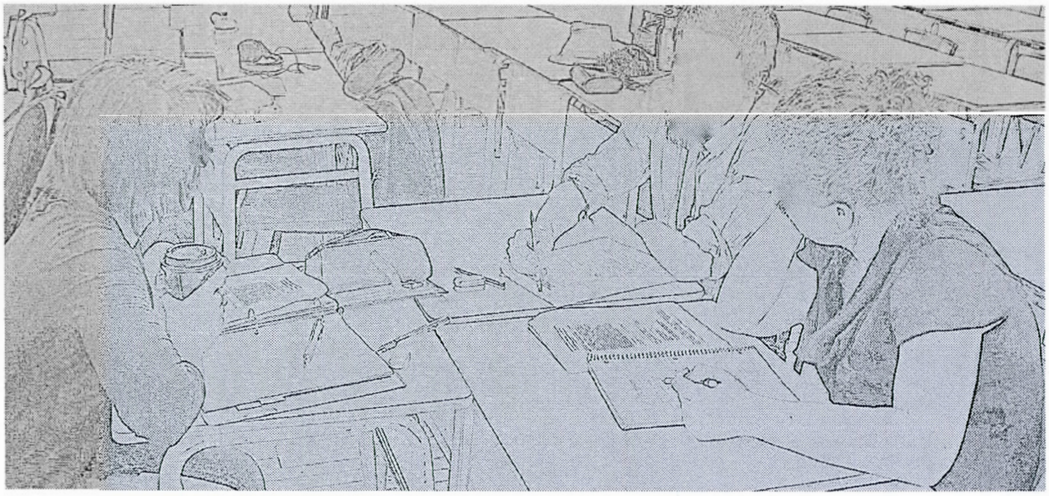


Figure 4.73 Fermat : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (5).

Martha lance à Mitia, de l'autre côté, que e est une valeur très petite.

Aliocha se lance dans la réconciliation entre la méthode de Fermat et les éléments de base du calcul moderne. Martha indique qu'elle ne se souvient plus de ceux-ci. Aliocha se concentre sur sa feuille et lance que « c'est pour ça qu'adégaler c'est pas mettre égal, mais soustraire l'un à l'autre ». Ninotchka le questionne alors sur les éléments que Fermat adégale et persiste dans l'idée qu'adégaler équivaut à égaliser.

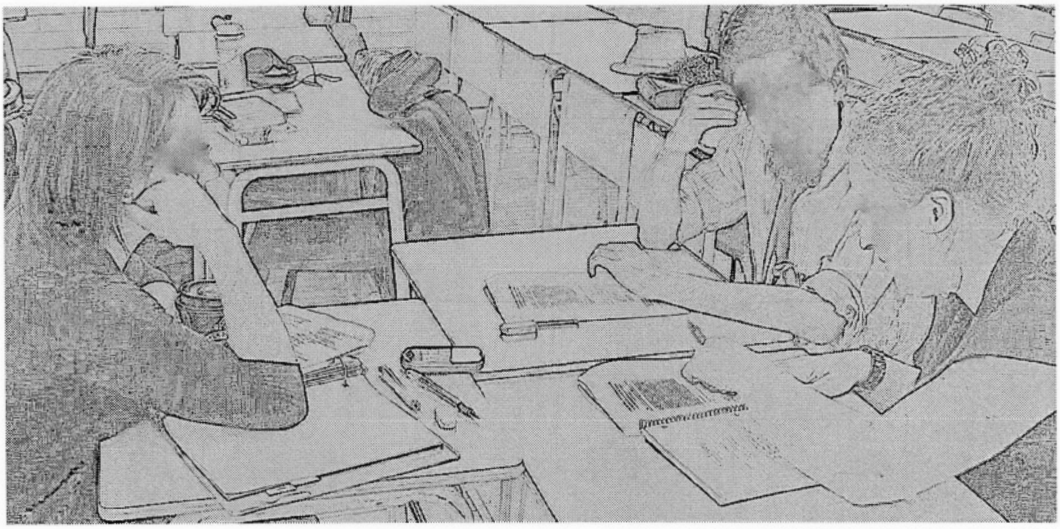


Figure 4.74 Fermat : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (6).

Aliocha lui demande alors comment elle met en relation la méthode de Fermat avec les éléments du calcul moderne. Ninotchka réplique qu'il est possible d'égaliser d'abord les expressions, elle montre ses calculs et souligne que supprimer les termes semblables de chaque côté de l'équation revient à soustraire un membre par l'autre et égaliser le reste à 0. Aliocha conclut que les raisonnements sont équivalents, et que Ninotchka présente simplement la situation différemment.

Aliocha propose alors de passer à l'extrait suivant. Ils retournent à une lecture individuelle pour plusieurs minutes. Martha se questionne sur la définition du diamètre de la parabole. Ils discutent entre eux des différents éléments de la figure fournie par Fermat. Ninotchka redessine la figure. Ils reprennent individuellement les calculs de l'auteur.

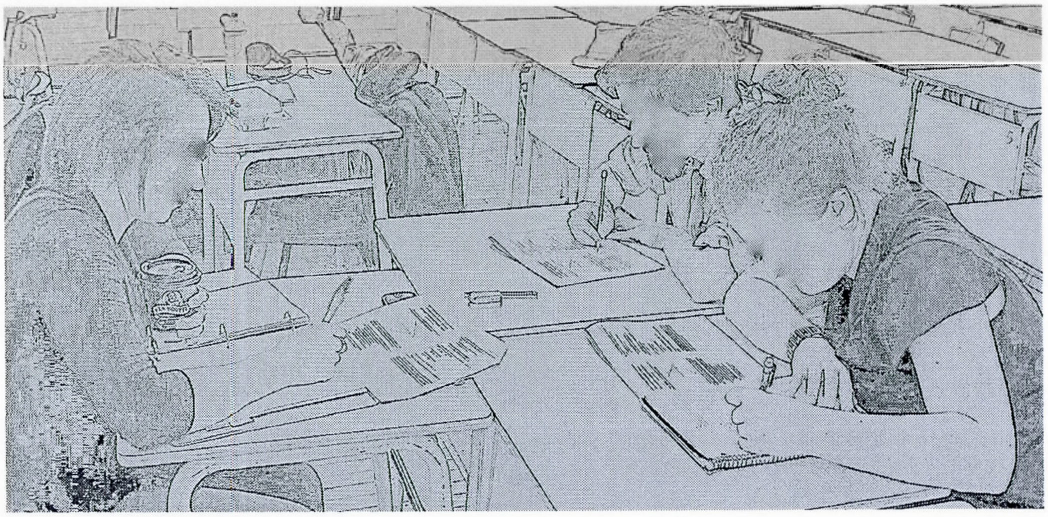


Figure 4.75 Fermat : équipe Aliocha - Martha - Ninotchka (7).

Après quelques instants, Martha souligne que Fermat supprime e vers la fin de l'extrait. Aliocha indique que e est presque 0, donc la multiplication par e donne aussi presque 0. Martha réplique que e paraissait davantage petit dans le premier extrait. Elle se demande si le lecteur doit décider lui même de la valeur de e. Aliocha lui répond que oui. Martha souligne alors qu'il y a une mise en scène de la part de l'auteur, qu'il y a un arrière-plan, que « c'est arrangé avec le gars des vues ».

Aliocha se demande pourquoi Fermat conserve le symbole d'inégalité. Il souligne qu'adégaler veut dire « réduire e au minimum ».

Ninotchka reçoit un appel et sort de la pièce. Mitia mentionne en riant qu'il est difficile de reprendre cinq siècles de mathématiques en une séance de lecture. Ninotchka revient.

Le formateur suspend la séance de lecture.

4.3 Descriptions spécifiques du vécu du dépaysement épistémologique

Six descriptions spécifiques du dépaysement épistémologique des participants ont été obtenues à partir de l'analyse des transcriptions des entretiens individuels. L'objectif était de décrire à partir d'analyses phénoménologiques le processus de subjectivation ayant eu cours lors des lectures de textes historiques. Rappelons que la socialité du processus d'apprentissage signifie la formation et la transformation de la conscience. Cette transformation de la conscience implique la formation de la subjectivité, c'est-à-dire, d'un devenir. Les analyses phénoménologiques des entretiens individuels s'orientent alors vers le vécu personnel et subjectif des participants, ainsi que sur les réflexions que ces derniers ont déployées concernant leur devenir enseignant de mathématiques. Car, lors de l'apprentissage, il y a objectivation, mais aussi subjectivation, deux facettes intriquées qui se verront retrouvées à l'intérieur de la narration polyphonique finale.

Une première étape a été d'effectuer l'extraction et le traitement des unités de sens (*voir* art. 3.5.2). Pour ce faire, une grille[16] de traitement a été créée à l'aide du logiciel Excel. Le texte de la transcription à traiter était collé dans une colonne de la grille et chaque ligne de cette colonne correspondait à une prise de parole soit du participant ou de l'intervieweur. Seules les cellules contenant les prises de parole du participant ont été traitées.

Chaque prise de parole était ensuite traitée une à une. Elles étaient d'abord divisées en un ou plusieurs petits extraits textuels. Ces extraits textuels devaient comporter une certaine unité de signification dans le contexte des propos du participant. Chacun de ces extraits textuels était ensuite retranscrit sur la colonne suivante. La figure suivante montre un exemple de subdivision d'une prise de parole

---

[16] Les six grilles de traitement sont disponibles sur demande auprès de l'auteur.

(colonne « Texte ») du participant en trois extraits textuels (colonne « Extraits textuels »).

Paragraphe	Temps	Texte	Extraits textuels
60	50;00	A :… on vient de l'avoir là en discutant, j'avais pas eu ces réflexions-là avant, par contre, celles que j'avais… mais j'avais l'impression de ne pas… j'avais peur 50:00 de ne pas pouvoir résoudre le problème ou je… je pense que j'étais bloqué à un certain niveau, ça je l'ai vu, j'étais là, j'étais bloqué, mais c'est que là en y pensant, tsé je me suis dit, ben ça c'est parce que moi j'étais pas habitué de voir ce type de problèmes ou ces problèmes expliqués de cette manière, et en plus j'ai la résolution devant moi, tout ce que j'ai à faire c'est expliquer la résolution, j'ai même pas à résoudre le problème qui est posé… Ben pour l'élève lui à chaque fois qu'il aborde un nouveau type de contenu, ben c'est un nouveau problème comme moi, et ça se peut qu'il soit bloqué…	on vient de l'avoir là en discutant, j'avais pas eu ces réflexions-là avant, par contre, celles que j'avais... mais j'avais l'impression de ne pas... j'avais peur 50:00 de ne pas pouvoir résoudre le problème
			ou je... je pense que j'étais bloqué à un certain niveau, ça je l'ai vu, j'étais là, j'étais bloqué, mais c'est que là en y pensant, tsé je me suis dit, ben ça c'est parce que moi j'étais pas habitué de voir ce type de problèmes ou ces problèmes expliqués de cette manière, et en plus j'ai la résolution devant moi, tout ce que j'ai à faire c'est expliquer la résolution, j'ai même pas à résoudre le problème qui est posé...
			Ben pour l'élève lui à chaque fois qu'il aborde un nouveau type de contenu, ben c'est un nouveau problème comme moi, et ça se peut qu'il soit bloqué...

Figure 4.76 Exemple de subdivision d'une prise de parole en extraits textuels.

Chaque extrait textuel était ensuite traité. Pour chacun d'entre eux, était tirée une unité de sens, c'est-à-dire une phrase plus éloquente et plus simple qui résume le propos. À cette unité de sens, étaient ensuite attitrées une ou plusieurs catégories qui faisaient office de thématiques permettant d'amorcer la dernière étape de traitement, le dégagement du vécu phénoménologique. Ces catégories sont apparues au cours du traitement et n'ont fait l'objet d'aucun travail *a priori*, mais guidaient plutôt le processus de réduction phénoménologique et de variation imaginative (*voir* art. 3.2.2). La figure suivante montre un exemple du traitement d'extraits textuels.

Extraits textuels	Unité de sens	Catégories	**Vécus phénoménologiques**	Non verbal
on vient de l'avoir là en discutant, j'avais pas eu ces réflexions-là avant, par contre, celles que j'avais... mais j'avais l'impression de ne pas... j'avais peur 50:00 de ne pas pouvoir résoudre le problème	Il avait peur de ne pas arriver à résoudre les problèmes.	Apprentissage, affectivité	Sentiment de peur face à la difficulté des lectures, peur quant à la réussite de l'activité.	
ou je... je pense que j'étais bloqué à un certain niveau, ça je l'ai vu, j'étais là, j'étais bloqué, mais c'est que là en y pensant, tsé je me suis dit, ben ça c'est parce que moi j'étais pas habitué de voir ce type de problèmes ou ces problèmes expliqués de cette manière, et en plus j'ai la résolution devant moi, tout ce que j'ai à faire c'est expliquer la résolution, j'ai même pas à résoudre le problème qui est posé...	Il constate qu'il n'arrive pas toujours à réussir les activités malgré le fait qu'il n'avait qu'à expliquer une solution qu'il avait devant lui.	Apprentissage	Constat de la difficulté de lire les textes, malgré le caractère explicatif de ceux-ci, orgueil.	
Ben pour l'élève lui à chaque fois qu'il aborde un nouveau type de contenu, ben c'est un nouveau problème comme moi, et ça se peut qu'il soit bloqué...	Il reconnaît que l'élève peut être bloqué comme lui.	Apprentissage, affectivité, rapport au métier	Reconnaissance du vécu de l'élève en situation d'apprentissage, souffrance.	

Figure 4.77 Exemples de traitements d'extraits textuels.

Le vécu phénoménologique est la description du vécu du participant tel qu'il se donne à la conscience sensible du chercheur. L'objectif était alors d'accéder, par la variation imaginative et par un exercice de réduction phénoménologique, à l'expérience de vie de la personne. Une question nous habitait lors de cette phase d'analyse : qu'est-ce qui est mis de l'avant par le participant dans cet extrait? L'établissement des vécus phénoménologiques pour chacune des unités de sens clôturait l'analyse de la prise de parole du participant. Aussi, des remarques sur l'aspect non verbal des témoignages pouvaient être ajoutées. Le tout était répété pour chacune des unités de sens.

Une fois l'ensemble des vécus phénoménologiques obtenus. Ceux-ci étaient recopiés sur un fichier Word afin d'en faciliter la lecture. Cette liste de vécus phénoménologiques a ensuite fait l'objet de plusieurs lectures attentives. Un court texte de synthèse était ensuite produit. Ce texte était écrit à partir de l'identification du sens qui persistait lors de chacune des lectures des vécus phénoménologiques. Après l'écriture de ce court texte, une dernière lecture de la liste des vécus phénoménologiques était à nouveau entreprise. Elle permettait de s'assurer qu'aucune thématique n'avait été oubliée et que l'ensemble de ces vécus se voyait reflété par le texte. Ce dernier, une fois retouché, constituait la description spécifique du dépaysement épistémologique vécu par le participant.

Une fois l'ensemble des six descriptions spécifiques obtenues, celles-ci ont été envoyées par courriel aux participants de l'étude. Dans ce courriel (*voir* app. H), les participants étaient invités, s'ils le pensaient nécessaire, à modifier ou à compléter certains passages. Pour ce faire, il leur était demandé de lire la description spécifique en se demandant constamment si le texte reflète bien ce qu'ils ont vécu dans le cadre des activités de lecture faites au cours d'histoire des mathématiques. Il leur était précisé que le texte devait rendre compte de leur expérience personnelle telle que vécue lors des activités de lecture, l'objectif n'étant pas de faire une analyse *a posteriori* au regard de leur vécu depuis la fin de la session d'étude. Ils étaient invités à ajouter des modifications ou des commentaires visibles à même le document Word envoyé, et ce, à l'intérieur du texte et/ou à la suite de celui-ci. Les participants avaient exactement un mois pour répondre à l'invitation. Quatre d'entre eux ont répondu à l'appel. Deux participantes (Katia et Martha) ont renvoyé un texte augmenté et/ou modifié et deux autres (Aliocha et Grouchenka) ont répondu au courriel d'invitation en mentionnant qu'ils ne voyaient pas de modification à apporter ou de commentaire à faire et jugeaient la description fidèle à leur expérience. Les commentaires et les modifications apportées par les trois participants figurent en gras dans les descriptions spécifiques.

4.3.1 Description spécifique d'Aliocha

Aliocha situe d'abord le cours dans le contexte de la formation initiale. Il souligne que le cours est donné à la fin du programme d'étude et que ceci implique un certain niveau d'autonomie et de confiance chez les étudiants de quatrième année. Se montrant critique envers sa formation et soulignant les problèmes qu'il a *rencontrés avec plusieurs intervenants du programme, il se dit très satisfait du cours et de la qualité des apprentissages qu'il y a faits. Il comprend que le cours soit limité dans le temps, mais il aurait aimé que le cours s'oriente davantage sur les mathématiques des civilisations autres que la civilisation occidentale.*

Aliocha a particulièrement apprécié les activités du cours. Il s'est senti actif lors des phases de résolutions de problèmes et de lectures de textes historiques, ainsi que lors des activités d'évaluations, dont il a apprécié l'originalité de la formule. Il a apprécié aussi le caractère magistral du cours et juge positivement l'ouverture du professeur aux discussions émergentes. Il aurait souhaité une encore plus grande interactivité, mais accepte les modalités choisies et comprend les souhaits possiblement contraires de ses collègues. Il juge le cours bien structuré et bien mené, et, dans l'ensemble, efficace. Aliocha a rapidement constaté le caractère moins stressé du professeur. Il souligne que celui-ci semblait accorder plus d'importance aux contenus qu'à l'évaluation. Cela lui a permis de se sentir à l'aise et joyeux dans le cours, il avançait avec confiance et intérêt. Globalement, il avait l'impression d'apprendre et percevait le cours comme prenant et riche de contenu.

Lors du cours, Aliocha a pu déployer aussi une réflexion sur l'importance des mathématiques à l'école. Il se questionne maintenant davantage sur le rôle de l'enseignement des mathématiques. Il met en évidence l'ascension des mathématiques comme instruments de sélection scolaire à partir de la Révolution française.

Lorsqu'il pense au cours dans sa globalité, plusieurs images lui viennent en tête; les images qu'on trouve sur le site web du cours, l'image des intervenants du cours, l'image de ses collègues et des étudiants des autres cohortes. Aussi, plusieurs mots lui viennent en tête; université, mathématiques, formation, contexte historique et travail.

Il constate le cercle restreint et intime de collègues avec qui il partageait ses expériences et ses réflexions à l'extérieur du cours. Il portait une attention à leurs questionnements et ressentait envers eux de la proximité et de la sollicitude. Quant aux autres étudiants du cours, Aliocha s'étonne que ceux-ci perçoivent les modalités d'évaluation du cours comme étant basées « sur le par cœur » et la mémorisation. Il juge négativement leur perspective utilitariste et pragmatique envers le cours.

Aliocha a reçu le cours dans la perspective de ses réflexions sur l'affectivité en éducation. En effet, il est intéressé par le rôle de l'affectivité dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques. Pour lui, l'affectivité concerne les attitudes, l'anxiété et la confiance en soi. Il établit des liens entre l'étude de l'histoire des mathématiques, les réflexions épistémologiques sur les mathématiques et l'affectivité dans l'enseignement-apprentissage de la discipline. Cette question de l'affectivité face aux mathématiques l'intéresse depuis le début de sa formation. Il s'agit d'une thématique chère à Aliocha, thématique qu'il a pu développer durant le cours.

Il établit un lien particulier entre l'affectivité et l'histoire des mathématiques dans le cadre de la formation des maitres, ce lien lui apparait plus ténu dans le contexte de classe du secondaire avec les élèves. Il souligne que l'histoire des mathématiques bouscule les perspectives épistémologiques que les étudiants en enseignement entretiennent envers leur discipline. Il croit que l'histoire contribue à forger leur vision des mathématiques, ainsi que leur identité en tant que praticien. Il pense que les étudiants peuvent s'identifier aux mathématiciens en allant à la rencontre de leur style et de leurs particularités. Il souligne au passage que les mathématiciens peuvent être perçus comme des artistes.

Le cours amène pour lui des changements au niveau de l'affectivité (attitude confiance en soi, ouverture), car il implique des changements de posture épistémologique. Ces changements de posture épistémologique, dus à la rencontre et au dialogue avec différentes manières de voir et de faire les mathématiques, *impliquent des changements d'attitude envers les mathématiques et augmentent les compétences affectives en mathématiques. Il souligne son questionnement quant à la possibilité pour les futurs enseignants de transmettre ses compétences affectives à leurs élèves.*

Aliocha constate que le cours lui a permis de poursuivre ses réflexions épistémologiques sur les mathématiques. Ces réflexions le confortent dans l'importance qu'il accorde à l'erreur chez l'élève. En effet, il valorise beaucoup l'erreur dans sa pratique et souligne qu'elle est essentielle pour la réflexion sur les objets mathématiques et pour le développement des compétences mathématiques chez les élèves.

Globalement, le cours lui aurait fourni des éléments de formation fondamentale plutôt que des éléments de formation pratique. C'est à long terme que les apprentissages qu'il a faits durant le cours se manifesteront dans sa pratique enseignante. Le cours lui permettra de poursuivre sa réflexion et de continuer à se former et à se questionner.

Concernant plus spécifiquement la lecture des textes historiques, Aliocha souligne son appréciation du choix des textes. Les contextes étaient, selon lui, bien présentés et le niveau de difficulté assez élevé pour la classe de futurs maitres. Il a perçu chez ses collègues de nombreuses difficultés avec la langue ancienne des textes et se questionne sur la possibilité même de comprendre le texte. Sur le même thème, il constate avec étonnement comment certaines manières de faire des auteurs apparaissent claires et simples pour certains coéquipiers et incompréhensibles pour d'autres. Il remarque l'aspect fastidieux et harassant du partage des interprétations avec les coéquipiers et s'étonne de la multiplicité des rapports et des affinités possibles avec les textes.

Aliocha souligne que les lectures de textes historiques permettent de reconnaitre le vécu de l'élève en situation d'apprentissage. En effet, l'impuissance et le désarroi que les futurs maitres peuvent vivre devant les textes peuvent être mis en parallèle avec le vécu des élèves qui explorent de nouveaux objets et processus mathématiques. Il souligne au passage la rareté de ce sentiment dans le contexte de la formation initiale. Lors des lectures, il a pu constater la multiplicité des vécus du dépaysement.

L'ambiance était pour lui conviviale. Cependant, un sentiment de stress l'habitait. Il vivait positivement ce stress qui, comme motivation intrinsèque, le poussait à se concentrer, à déployer des efforts supplémentaires et à systématiser sa recherche.

Le cours lui fournissait des images lors de lectures, notamment lors des lectures de correspondances et lors de la résolution de problème. Ces liens restent imprécis pour Aliocha. Il souligne plutôt le contraste entre les deux parties, en particulier la faible participation des étudiants aux lectures, lesquels sont perçus comme ayant une vision pragmatique et utilitaire de leur formation. Quant à son vécu, il ne se sentait pas dans le même lieu lors du cours et lors des activités de lecture. Pour Aliocha, les expériences de lectures ont été capitales. Cela a été l'occasion pour lui d'aller à la rencontre des auteurs et de vivre leurs problématiques. Il souligne la différence notable entre le fait d'étudier les auteurs à travers l'histoire et de lire leurs œuvres à travers des séances de lectures. La dimension expérientielle des séances de lecture était nouvelle pour lui et l'a marqué fortement.

Il se rappelle que le groupe était grandement dépaysé lors des lectures. Il se questionne quant aux difficultés de lectures des étudiants et souligne qu'il en allait peut-être autrement pour les étudiants des autres époques et que la démocratisation de l'enseignement supérieur peut expliquer ces difficultés.

Aliocha ressentait aussi un dépaysement lors des lectures. Son sentiment se mêlait avec une motivation et une envie de réussir. Il se sentait libre de faire des interprétations pour mieux comprendre les auteurs. Il se questionnait parfois sur ses capacités personnelles, doutait de lui-même et cherchait à relever le défi sans l'aide des autres. Au final, il faisait le point sur sa compréhension des textes et évaluait les difficultés qu'il avait rencontrées.

Il se sentait important et valorisé lors des lectures, compte tenu de l'importance du destinataire du texte auquel il s'identifiait. Pour Aliocha, il s'agissait d'une tâche noble. Par contre, dès les premières embuches lors de la lecture, le sentiment inverse apparaissait. Le constat de son incompétence lui apportait une certaine peine et une dévalorisation de soi. Il devait alors gérer ces variations, tenir bon, garder courage et avancer. Successivement, il validait ou infirmait ses interprétations sur de petits bouts de texte. C'était sa principale stratégie de lecture. Enfin, il éprouvait beaucoup de fierté lorsqu'il arrivait à déchiffrer les propos des mathématiciens.

Lors des lectures, il souligne qu'il était difficile de poser des interprétations et prendre appui sur ces interprétations pour continuer la lecture des textes. Pour Aliocha, il faut théoriser sur les propos de l'auteur pour avancer dans la lecture. Cela demande une confiance en soi lors de la lecture et un certain courage pour avancer dans le déchiffrement du texte.

Il se souvient des questions discutées entre collègues sur les textes, ainsi que le partage des différentes interprétations. Ces discussions lui ont permis de constater l'importance du vécu du dépaysement dans le cadre de la formation des futurs maitres. Pour Aliocha, ce dépaysement permet de redécouvrir autrement les notions du secondaire et ainsi de vivre ce que vit l'élève. De plus, il constate que ces expériences permettent aux étudiants de se construire une conception de l'histoire des mathématiques plus riche et plus juste à travers les lectures et le vécu des *problématiques des auteurs. Il valorise fortement la présence de ce type d'expérience pour la formation des enseignants. Ceux-ci peuvent alors apprécier la pluralité des manières de faire en mathématiques, développer une ouverture aux différentes manières de faire des élèves et déployer alors plus facilement des interventions ciblées en classe.*

Lors du dépaysement, Aliocha se sentait philosophe. Il souhaite partager son sentiment avec ses élèves, un sentiment qu'il associe à la liberté, à l'ouverture d'esprit, à l'aventure, à l'exploration et à la jeunesse.

Ses expériences de lectures et de dépaysements l'ont aidé à se construire une nouvelle vision des mathématiques, à poursuivre ses réflexions épistémologiques et à développer ses compétences affectives en mathématiques. Une partie de sa pratique sera influencée par ses expériences de lectures et de dépaysements. En effet, il se sent plus outillé pour accueillir les difficultés des élèves et pour intervenir lors des chocs et des erreurs des élèves.

Aliocha souligne avoir apprécié l'expérience d'être participant, cela lui a permis de prendre du recul et de réfléchir sur ses expériences vécues et le vécu des élèves.

4.3.2 Description spécifique de Grouchenka

Gouchenka souligne d'entrée de jeu ses origines étrangères, elle est d'origine cubaine et vit au Québec depuis huit ans. L'étude de l'histoire des mathématiques était une expérience nouvelle pour elle. Elle était intéressée et habitée par un grand désir de connaissances. Elle prenait plaisir dans l'étonnement que lui procurait le cours. Le premier constat de Grouchenka est celui du contraste entre les mathématiques toutes faites, rigides et claires de la culture scolaire et académique et les mathématiques en train de se faire, débutantes et fragiles que l'on rencontre à *travers l'histoire. Aussi, elle a pu constater l'effort d'un nombre considérable de personnes dans l'histoire de la discipline et que les mathématiques d'aujourd'hui sont le fruit de ces efforts. De plus, l'histoire de mathématiques lui a permis de percevoir les mathématiques comme applicables et ouvertes aux autres sciences. Elle souligne que le cours lui a permis de comprendre que les mathématiques se font en collaboration et que les mathématiciens d'aujourd'hui comme d'hier travail en communauté. Durant le cours, elle alternait entre le sentiment d'être déstabilisée et le sentiment d'être rassurée.*

Selon Grouchenka, l'histoire des mathématiques est une source importante d'outils pour les enseignants. Aussi, il serait profitable selon elle que l'enseignant construise une séquence d'enseignement suivant l'apparition des objets mathématiques dans l'histoire. Celle-ci permet d'apporter un aspect concret aux mathématiques, ce qui risque de motiver les élèves. Cependant, elle doute de leurs capacités à faire face aux difficultés qu'implique l'étude de l'histoire des mathématiques. Elle envisage un effet positif du contact avec l'histoire, mais ne croit pas que celle-ci peut véritablement aider à l'apprentissage du contenu scolaire.

Des images des anciennes civilisations lui viennent en tête lorsqu'elle pense au cours en général. Des images concernant les débuts de l'algèbre lui viennent aussi en tête. Elle a été marquée par les travaux des mathématiciens arabo-musulmans.

En tant qu'étrangère, elle se sentait moins concernée par les mathématiques de l'Europe occidentale. Elle souligne que notre attachement se développe pour les choses dont les origines se mêlent aux nôtres. Tout de même, elle percevait que tous étaient ouverts aux autres cultures et reconnaissaient l'apport des différentes cultures au développement des mathématiques. Tous ses collègues lui apparaissaient intéressés et elle croit que tous les futurs enseignants peuvent trouver de l'intérêt pour l'histoire des mathématiques.

Grouchenka souligne que les mathématiques enseignées au secondaire à Cuba sont très formelles et très structurées. Pour elle, l'histoire des mathématiques permet de rendre les mathématiques moins lourdes. Elle apporte du concret, et ce, pour tous les sujets mathématiques. Elle y voit le moyen pour les élèves de se rattacher à des éléments concrets et intéressants.

Pour Grouchenka, le vécu du cours et le vécu des activités de lecture sont très différents. Elle dissocie ses expériences pour chacune des deux parties. D'abord, elle se sentait plus active lors des activités de lecture que lors du cours. Pour elle, les séances de lectures permettaient de mieux comprendre un sujet particulier abordé durant le cours. Il y avait donc une complémentarité entre les deux parties. Cette complémentarité amenait une émulation et un intérêt pour le cours suite aux lectures et vice versa.

Elle souligne d'emblée ses difficultés avec la langue française. Elle est convaincue qu'il est très difficile pour les étudiants étrangers qui ne maitrisent pas bien le français de bien réaliser les activités de lecture. Pour faire face à ses difficultés, elle a dû avoir recours à l'aide de Katia, sa coéquipière. C'était surtout Katia qui se lançait dans la lecture et dans l'interprétation des textes historiques. Ses difficultés de lecture l'empêchaient de comprendre les mathématiques du texte. Elle souligne l'importance du travail d'équipe durant les activités.

Ses sentiments alternaient entre le fait d'être déstabilisée et la fierté d'avoir compris les propos des auteurs qu'elle estime beaucoup. Elle ressentait une certaine intimité avec l'auteur, les lectures donnaient une impression de réalité et de proximité avec les mathématiciens et, plus généralement, un caractère humain aux mathématiques. Elle éprouvait de l'admiration pour l'intelligence des auteurs, mais aussi de la rage et de la frustration lorsqu'elle était confrontée à l'incompréhension. Pour faire face au blocage, elle essayait de faire des dessins et de suivre mot à mot le texte pour mieux le comprendre. Elle souligne que la compréhension d'une petite *partie du texte pouvait être la clé pour une compréhension globale et profonde du propos du mathématicien.*

Elle identifie l'organisation saugrenue des textes comme étant une source de difficultés supplémentaires pour la lecture et constate les différents niveaux de difficulté des textes associés à une organisation plus ou moins claire du propos par l'auteur. Certains textes contenaient plus d'images et étaient plus compréhensibles pour Grouchenka. Elle relève le caractère faillible des propos de l'auteur, ce qui accentue le caractère fragile des mathématiques que convoquent les textes.

Elle a trouvé les textes profonds, éprouvants et exigeants. Ils étaient parfois longs et nécessitaient des efforts importants pour Grouchenka. Il lui est arrivé de ne pas comprendre les lectures, mais, en gardant son courage, elle a continué. Elle s'est sentie parfois bousculée et remise en question lors de lectures. Ces vécus lui ont permis de développer son sens critique et son ouverture à la différence. Elle a pu constater les particularismes des auteurs et l'unicité de leur style et de leurs manières de faire. Ces idiosyncrasies ont souligné, pour elle, l'importante dimension culturelle de l'activité mathématique. Aussi, la diversité des stratégies déployées dans les textes lui a fait constater la pluralité des résolutions possibles pour un même problème ou une même démonstration en mathématiques. Ces différentes manières de faire rencontrées au cours des lectures sont perçues comme autant d'outils et d'inspirations pour sa propre activité mathématique. Elle se sent plus outillée, mature et ouverte en mathématiques suite aux activités de lecture. Les activités ont ouvert l'espace des possibles en mathématiques pour Grouchenka et lui ont permis de vivre des apprentissages riches.

Somme toute, les activités de lecture lui sont apparues complexes et profondes. Elles demandaient une grande volonté de la part des lecteurs. La dimension émotive que convoquent ses expériences de lecture est importante pour elle. Grouchenka reste impressionnée par le travail et la dévotion des mathématiciens *au cours des siècles et valorise hautement leurs efforts. Elle perçoit ces mathématiciens comme des êtres passionnés et les compare avec des artistes, particulièrement des danseurs.*

Grouchenka associe les mots dépaysement et passion. Elle signifie qu'il faut de la passion et de la volonté pour s'adapter lorsque l'on est en situation de dépaysement. Il faut une ouverture et une empathie qui demande de la passion. Elle fait référence à sa propre situation d'immigrante et souligne le courage nécessaire pour s'adapter à une nouvelle culture. Il en va de même pour le dépaysement vécu lors des lectures de texte. Dans le dépaysement, elle était confrontée à ses propres conceptions et à ses propres manières de faire en mathématiques, elle devait s'adapter et dégager plus de souplesse. Le dépaysement est vécu par Grouchenka comme une rencontre avec une culture étrangère, une nouvelle réalité en mathématiques.

Elle associe le dépaysement à l'incompréhension, au déséquilibre, au manque de confort et à la non-familiarité. Cependant, elle juge ces vécus comme positifs et bénéfiques, puisqu'ils lui ont permis de rencontrer de nouvelles et belles idées. C'était la possibilité de faire et de voir du neuf pour elle en mathématiques. En effet, elle a trouvé les mathématiques des textes lourdes et elles suscitaient un fort sentiment de dépaysement chez elle. Cependant, ces difficultés, qui ont nécessité du courage et de la détermination, ont favorisé chez elle des apprentissages profonds. Pour Grouchenka, ses dépaysements l'ont amenée à développer des habiletés d'autoréflexion et possiblement de nouvelles habiletés mathématiques. Elle se questionne sur le vécu des collègues qu'elle juge forts en mathématiques concernant le dépaysement.

Elle souhaite transmettre à ses élèves la confiance et l'autonomie qu'elle a pu développer en mathématiques grâce à ces expériences. Elle se sent plus forte et plus *mature par rapport à sa discipline et à son métier. Elle se sent aussi plus apte à laisser les élèves travailler par eux-mêmes et développer leur autonomie.*

Elle associe le mot émerveillement au dépaysement. Elle souligne en ce sens qu'elle a pu rencontrer le génie des mathématiciens des siècles précédents. Les mots déséquilibre, frustration et satisfaction sont aussi associés au vécu du dépaysement lors des lectures. Elle éprouvait aussi de la fierté suite au dépaysement et à la compréhension des textes.

Grouchenka constate la richesse de ses expériences pour son futur métier d'enseignante. Elle souligne que les expériences de dépaysement sont importantes dans la formation des futurs maitres, elles apportent de la confiance, de l'ouverture et de la maturité. Selon Grouchenka, cette confiance en soi et cette ouverture est nécessaire à l'accueil et à la compréhension des difficultés des apprenants en mathématiques. Elle souligne que les lectures permettent de vivre ce que vit l'élève quotidiennement en situation d'apprentissage. Elle souligne que l'examen de ses propres difficultés lui permettra de mieux comprendre les difficultés de ses élèves.

Elle croit aussi à un certain potentiel de l'histoire des mathématiques en classe du secondaire, notamment pour motiver et intéresser les élèves, mais aussi pour humaniser les mathématiques et leur donner un caractère concret. De plus, l'histoire donnerait un sentiment d'appartenance à la discipline, un sentiment d'appartenance qu'elle associe à l'amour et à l'attachement pour la discipline. Elle doute cependant des capacités des élèves à faire face aux difficultés qu'implique l'étude de l'aspect historique des notions. Ainsi, elle souligne la fragilité des plus jeunes et la nécessité de les accompagner dans l'adversité. Pour Grouchenka, les mathématiques sont perçues comme une discipline nécessitant beaucoup de travail et de volonté. L'histoire peut potentiellement fournir, pour l'apprentissage des mathématiques, une motivation et une volonté renouvelées.

Pour terminer, elle souligne la nécessité du retour en grand groupe lors des activités de lecture. Ces retours sont importants puisqu'ils provoquent des échanges d'interprétations et qu'ils permettent de mieux comprendre les textes dans leur globalité. Aussi, les explications détaillées du formateur lors de ces retours en grand groupe ont l'avantage de ne pas laisser complètement les étudiants dans le dépaysement et leur donnent ainsi confiance pour les prochaines lectures.

4.3.3 Description spécifique de Katia

Katia a apprécié le cours et demeure fascinée par l'histoire des mathématiques. D'entrée de jeu, elle souligne que le cours a suscité chez elle des réflexions épistémologiques concernant le développement des mathématiques. Dorénavant, elle reconnait l'importance de l'intuition, de la liberté et de la créativité des mathématiciens pour le développement des savoirs mathématiques.

Elle avait un grand intérêt pour les individus rencontrés au cours des lectures et constate qu'elle a pu y fréquenter des personnalités et des styles uniques en mathématiques. Styles dont la pluralité rend compte de la multiplicité des approches et des manières de faire au cours des siècles. L'exemple de Fermat est pour elle très révélateur de l'importance des personnalités marginales et des intuitions novatrices à travers l'histoire des mathématiques. Elle souligne que Fermat avait recours à des raisonnements nouveaux et intuitifs qui ont mené à des développements importants en calcul différentiel et que ces derniers n'ont été vérifiés que beaucoup plus tard. Les lectures lui ont particulièrement permis de dégager ces réflexions épistémologiques. Elle pense retarder l'introduction du symbolisme et du formalisme avec ses élèves pour laisser d'abord émerger leur intuition et leur créativité ****et ainsi être en cohérence avec la chronologie de l'émergence de ces concepts dans l'Histoire.***

Lors de ces lectures, Katia se sentait impliquée et présente. C'est le sentiment d'être active dans ses apprentissages qui l'habitait principalement. Couplées à des *périodes importantes d'étude, les activités de lecture se sont révélées d'une grande richesse pour Katia en termes d'apprentissages. Elle parle donc du cours et des activités des lectures comme d'une expérience d'étude importante pour elle et l'occasion d'apprentissages profonds et marquants. Elle s'est sentie grandir et prendre de la maturité envers la discipline mathématique et son futur métier d'enseignante.*

Katia a apprécié les anecdotes racontées au cours. Le caractère magistral du cours l'amenait à étudier davantage à l'extérieur. Elle appréciait particulièrement les récits de vies des mathématiciens, les aspects biographiques de personnages historiques, ainsi que les légendes et les mythes véhiculés par la tradition. Elle compte réutiliser ces anecdotes en classe dans l'objectif de motiver les élèves. Le cours a confirmé son idée que les mathématiques ont eu et ont toujours de l'importance dans de nombreux domaines.

Elle étudiait à l'extérieur du cours avec Grouchenka et complétait son exploration de l'histoire des mathématiques lors de soirées riches d'apprentissages et de découvertes. Il s'agissait d'une modalité d'étude qu'elle juge efficace. Elle constate le nombre important d'absents au cours, à l'exception des examens. Elle conclut que les étudiants entretiennent un rapport utilitaire et pragmatique au cours et à leur formation en général. Elle en ressent une déception et une solitude, puisqu'elle juge le cours fort pertinent et intéressant.

La distinction entre le cours et les activités de lecture est claire pour Katia, les deux parties ne déployant pas les mêmes modalités d'enseignement. Cependant, en ce qui concerne le contenu, qu'elle trouve fascinant, les deux parties se rejoignent et se complètent. Durant la session, elle n'a pas cessé de mettre en évidence le caractère complémentaire du cours et des activités de lecture en soulignant les échos, les redondances et les complétions.

Pour Katia, le cours et les activités de lecture ont été vécus comme étant édifiants. Elle souligne la richesse des apprentissages qu'elle a pu y faire et la construction d'elle-même que ses expériences ont permis. Elle constate au passage la nécessité d'ouverture que le cours exige, une ouverture à une activité mathématique éclatée, marginale et originale. Elle oppose cette attitude d'ouverture en mathématiques à la recherche de procédures mécaniques, convenues et stériles.

Elle dit avoir grandi durant le cours et les activités de lecture. Elle a gagné confiance en elle et se sent davantage en maitrise de sa discipline. L'ensemble lui aura permis de prendre conscience du caractère politique de son métier. Elle perçoit désormais une dichotomie entre les savoirs mathématiques prescrits par les gouvernements et l'activité mathématique libre. C'est un sentiment de liberté et de pouvoir qui l'habite en tant que future enseignante. Cette prise de conscience la rend maintenant plus apte à identifier et à juger les prescriptions de la société, au travers de l'appareil gouvernemental, en ce qui concerne les savoirs mathématiques à enseigner. Une marge claire s'est installée pour Katia entre l'activité mathématique libre aux formes diverses et l'activité mathématique institutionnalisée, formalisée et traditionnelle.

Cette dichotomie s'élargit jusqu'à placer d'un côté les mathématiques théoriques et de l'autre les mathématiques utilitaires. Elle croit pouvoir mieux organiser ses enseignements en fonction de cette distinction. Elle donne en exemple les statistiques qu'elle prévoie présenter dans une tonalité pratique et utilitaire et les coniques qu'elle souhaite aborder dans une perspective davantage théorique et idéaliste. Selon elle, cette distinction entre utilitarisme et idéalisme en mathématiques sera féconde pour l'organisation de ses enseignements.

Pour Katia, ces réflexions sont associées à une réflexion et à des apprentissages profonds concernant l'origine, la genèse et le développement des mathématiques dans l'histoire.

De manière plus prosaïque, elle souligne avoir apprécié les lectures de textes historiques qu'elle compare au déchiffrement d'un code. Les lectures étaient vécues comme des défis amusants, elle les compare au jeu sodoku ou mastermind. Elle éprouvait du plaisir à travailler les textes. Elle les abordait avec confiance, sachant qu'il devait y avoir un sens caché, et que, du haut de l'histoire, elle pouvait arriver à comprendre les propos de l'auteur. C'est ce plaisir et cette confiance qui l'ont amené à rester et à participer à l'étude.

Elle souligne qu'elle a travaillé ses stratégies de lecture durant les activités. Elles consistaient à découper le texte et à effectuer des interprétations en boucles jusqu'à saturation pour chacune des parties du texte. Elle avait l'impression d'avancer mieux toute seule, car elle avait besoin de se concentrer pour faire ce travail et ne partageait qu'ensuite ses interprétations. Elle ressentait parfois de la frustration durant les lectures, car il lui arrivait de ne comprendre que partiellement les textes, tandis qu'elle avait un fort besoin de le comprendre par elle-même. Elle souligne qu'elle a cependant pu comprendre l'essentiel de chacun des textes. Calme et posée durant les lectures, elle dit les avoir faites de manière systématique avec assurance et confiance.

Les lectures ont permis à Katia de rencontrer des individus. Elle avait un sentiment de réalité au moment des lectures. Elle éprouvait de la curiosité lors des lectures et les vivait comme des rencontres, des explorations ou des aventures. Ses explorations des textes l'ont menée à élaborer une image des auteurs à partir de leur style et de leurs particularismes culturels. Cette activité interprétative n'est pas perçue comme une activité mathématique par Katia. Elle souligne que la dimension interprétative était de plus en plus forte et prenait de plus en plus de place à travers la session d'étude, à l'inverse du travail purement mathématique. Un questionnement l'habite quant à la possibilité de rencontrer véritablement les auteurs de ces autres *époques. Elle associe les mots « intrigue », « mystère » et « déchiffrement » aux lectures.*

Elle était stressée de devoir justifier ses interprétations auprès des autres, elle éprouvait des difficultés avec ceux qu'elle ne connaissait pas. Son rapport aux autres était difficile et appréhendait leurs jugements. Elle se sentait contrainte de se justifier et entretenait des doutes quant à l'ouverture de ses coéquipiers aux manières différentes de faire des mathématiques.

Le temps ne comptait pas lors des lectures, il était suspendu, et Katia avait le sentiment qu'elle pouvait travailler sur les textes pendant des heures sans s'en rendre compte. Elle se sentait absorbée par les lectures et sa posture interprétative. L'espace autour d'elle se restreignait à sa feuille de travail.

En plus de venir parfois compléter et raffiner certains éléments du cours, les lectures le rendaient plus concret pour Katia. Elle donne l'exemple d'Archimède qui avait été étudié durant le cours et dont la lecture des textes permettait d'apercevoir concrètement le style et les particularités de l'activité mathématique de l'auteur. Autrement dit, il était possible de vivre les questions du cours au travers des lectures. Celles-ci l'ont aidée à mieux connaitre l'histoire des mathématiques et elle souligne que le vécu des activités, sa dimension expérientielle, lui a permis des apprentissages plus riches et qui se déploieront plus longtemps dans le temps.

Les lectures ont permis à Katia de reconnaitre l'arbitraire des conventions mathématiques. Elles ont fait apparaitre pour elle une forte dimension culturelle à l'activité mathématique. Sur ce point, elle explique la nécessité du vécu et de l'expérience pour la rencontre avec une autre culture. Elle appuie son propos en relatant ses propres expériences personnelles de rencontre avec la culture chinoise. Pour Katia, les différences culturelles sont profondes et touchent des sphères fondamentales de la réalité comme le temps. Les voyages lui ont permis de constater *des différences culturelles à des niveaux fondamentaux de l'exister humain. Les lectures des textes historiques et le dépaysement qu'ils suscitent la revoient à ses découvertes des autres cultures. Elle note au passage la difficulté de la rencontre avec une autre culture, la souffrance et les efforts que cela peut impliquer. Somme toute, elle se dit dorénavant plus ouverte aux raisonnements des autres, plus empathique, et a tendance à suspendre son jugement quant aux manières de faire des autres en mathématiques, tout comme elle a su développer un regard empathique et accueillant devant les autres cultures comme la culture chinoise.*

L'image d'un coup de gong ou d'une illumination lui vient en tête lorsqu'elle pense au dépaysement. Un coup de gong important qui surprend et qui l'éveille et une illumination qui exprime une compréhension soudaine. Elle associe aussi le dépaysement à la traversée d'un brouillard qui désoriente et à un panneau de signalisation qui lui fournit sa position. Il y a donc reconnaissance et confirmation de ses interprétations au cours de la lecture. Elle vivait de la stupéfaction, de la contestation, un sentiment de réfutation et un besoin de réconciliation durant les lectures. Celles-ci, une fois comprises, se terminaient par de l'admiration pour les auteurs.

Elle souligne qu'elle n'a pas ressenti de dépaysement lors de toutes les lectures. En effet, il fallait un choc important et des découvertes bouleversantes pour se sentir dépaysée. Elle se rappelle que le texte d'Archimède et le texte de Roberval l'ont amenée à se sentir dépaysée.

Elle appréciait partager ses découvertes et ses interprétations avec les autres. Parfois, cela se faisait en dehors des heures de cours habituelles. Elle appréciait partager aussi son sentiment de dépaysement. Elle se dit curieuse et aime partager ses découvertes avec les autres et entretient une attente envers ceux-ci quant à ce partage. Elle appréciait aussi guider les autres dans les lectures.

Katia associe les activités de lecture, et les rencontres des différents styles des mathématiciens qu'elles suscitent, au développement de son ouverture aux manières de faire différentes en mathématiques. Elle valorisera maintenant davantage les raisonnements spontanés et marginaux dans sa classe du secondaire. Elle souligne l'important de la liberté, de la créativité et de l'originalité dans l'activité mathématique qui aura lieu dans sa classe. Elle se trouve dorénavant davantage ouverte à de nouvelles possibilités en mathématiques, à de nouvelles tendances. Elle se dit confiante et en maitrise pour accueillir des raisonnements spontanés de ses élèves et souligne son ouverture aux autres, son rapport empathique et la suspension de son jugement quant à la rencontre avec des manières de faire différentes en mathématiques. Elle exclut cependant les lectures en classe du secondaire qu'elle juge trop difficiles. Par contre, elle prévoit une certaine gradation de ses enseignements qui retardera l'arrivée du symbolisme formel et qui laissera la place aux raisonnements spontanés des élèves. Enfin, elle a dorénavant davantage le sentiment de faire partie de l'histoire et que ses élèves pourront possiblement contribuer aux développements des mathématiques.

Les lectures ont amené Katia à constater l'importance de la dimension intuitive du travail des mathématiciens des siècles passés pour la découverte de nouveaux objets et processus mathématiques. Ces réflexions épistémologiques articulées à ces réflexions sur son métier font en sorte qu'elle désire en connaitre plus sur l'aspect philosophique des mathématiques. Elle se sent moins rigide quant au sens qu'elle attribue aux mathématiques et à l'enseignement de la discipline. Elle sent une ouverture.

L'entretien s'est bien déroulé pour elle et elle est surprise de la dimension affective des questions et elle s'est surprise elle-même de la réflexion qu'elle a déployée.

Il est vraiment amusant de lire ce texte après tout ce temps. Il me remémore beaucoup d'apprentissages, c'est comme un voyage dans le temps ;) Belle description et mon expérience est très fidèlement rendue.

Certaines de mes perceptions ont changé depuis le cours. Avant le cours d'histoire des mathématiques je n'avais toujours pas réalisé mon Stage II. Maintenant qu'il a été réalisé, mes perceptions de ce qu'une classe est capable et aime faire ont grandement changé. Par exemple, je ne crois plus que les textes seraient systématiquement « trop difficiles ». Je ne sais pas si ce changement est pertinent pour votre recherche, mais je vous en informe au cas où.

Bonne continuité!

4.3.4 Description spécifique de Martha

Martha appréhendait grandement le cours. Elle avait peur de ne pas être à la hauteur, se jugeant faible en histoire. Cependant, son intérêt pour le cours a été vif et ses craintes furent vite apaisées. Elle a trouvé que le cours se centrait sur l'histoire en général et moins sur les mathématiques et sur les mathématiciens des différentes époques. Elle demeure avec le désir d'en connaitre plus sur l'histoire des mathématiques plutôt que sur l'histoire dans sa globalité, mais elle a apprécié le cours quand même.

Pour Martha, étudier l'histoire était difficile, ses difficultés étant liées à la complexité de l'histoire, laquelle est perçue comme un ensemble contenant une infinité d'éléments intriqués ***(Je ne comprends pas)****. Elle a rapidement constaté le nombre important d'éléments à connaitre pour étudier l'histoire et ressentait le besoin d'avoir davantage de temps de cours. Mais ses efforts ont porté fruit. Elle a apprécié étudier l'origine des choses pour mieux les comprendre et entretient le désir d'en savoir plus, elle se dit intéressée et accorde de la valeur à l'histoire des* *mathématiques. Finalement, elle reconnait l'importance de l'étude des différents contextes historiques pour mieux comprendre le développement des mathématiques dans l'histoire* ***(C'est tellement vrai!)*** *et elle reconnait le talent du professeur Charbonneau pour y arriver avec les étudiants du cours.*

Elle souligne que le caractère magistral du cours lui a causé des difficultés ***(Il y avait très peu de notes inscrites au tableau et lorsque M. Charbonneau ouvrait une parenthèse, je me perdais avant sa fermeture!)****, elle avait du mal à suivre, cherchait continuellement à s'attacher à des repères et tombait facilement dans des états de rêveries.*

De nombreuses images lui viennent en tête lorsqu'elle pense au cours, des écritures mathématiques anciennes, des illustrations de cosmologies, des peintures, des poteries avec gravures et des illustrations de différentes époques. Elle pense au mot Histoire avec un grand H, au mot révolution française et scientifique et au mot sciences et souligne que ces dernières sont étroitement liées au développement des mathématiques. Elle donne l'exemple d'Archimède dont le travail l'a particulièrement impressionnée. Elle semble avoir créé une atmosphère magique et mystique autour des mathématiques de la Grèce Antique. Elle a été impressionnée par le paradoxe du barbier de Russell et l'origine de la division des jours en 24 heures. Lors du cours, elle a pu constater l'importance du monde arabo-musulman dans l'histoire des mathématiques ***(Une chance que les différentes civilisations ont « partagé » leurs savoirs!)****. Plus généralement, elle reconnait l'importance des autres civilisations pour le développement des mathématiques, dans un mouvement de reconnaissance de l'autre, de l'étranger en soi.*

Elle souligne que son rapport aux mathématiques a changé, elle apprécie maintenant davantage l'évolution des mathématiques et souligne qu'elle est impressionnée par les capacités des savants des siècles précédents pour faire des mathématiques sans la possibilité d'avoir recours aux développements modernes.

Elle souhaiterait partager ses découvertes avec les élèves et leur faire comprendre l'importante évolution des mathématiques. Pour elle, l'étude de l'origine des concepts mathématiques aide à leur donner du sens. Plus spécifiquement, elle apprécie le développement du symbolisme et comprend son importance pour le développement global des mathématiques.

Martha souhaiterait partager avec ses élèves son constat de l'importance du développement du symbolisme en mathématiques. De cette manière, elle pourra davantage valoriser sa discipline en soulignant la puissance et l'efficacité des notations modernes, et ce, à partir de l'exploration de l'histoire des mathématiques. Il y a un désir important chez Martha de partager sa passion pour l'histoire des mathématiques avec ses élèves. Elle souligne que l'enseignement des mathématiques est pris plus au sérieux quand ces dernières sont perçues comme utiles. Selon elle, l'histoire des mathématiques peut contribuer à mettre en évidence le caractère utile des mathématiques.

Martha compare l'étude de l'histoire des mathématiques avec une conversation avec un grand-parent. ***(C'est comme cela que j'ai perçu le cours. C'est dû à l'enseignement (ses méthodes) de M. Charbonneau. Souvent c'était comme s'il nous racontait une histoire. Ce qui, pour moi, était vraiment fascinant.)*** *Elle explique qu'une telle conversation permet de dégager une empathie pour la personne, une compréhension plus profonde et une valorisation de celle-ci. Elle permet de se dégager d'une attitude naturelle et de s'engager davantage avec l'autre. Cette intimité peut donc se développer avec les mathématiques, par l'entremise de l'étude de l'histoire des mathématiques. Il y a une thématique de rencontre médiatisée. Dans une perspective historique, les mathématiques prennent du sens pour Martha. Elles prennent de la valeur et deviennent plus intéressantes.*

Cependant, elle reconnait de nombreuses difficultés quant à l'exploration de l'histoire par les textes. D'abord, la reconnaissance des objets mathématiques pose *problème puisqu'ils se présentent alors sous des représentations jugées saugrenues. Parfois, leur convocation est même absente et leur présence reste implicite dans le discours de l'auteur. Il en va de même pour la reconnaissance des processus mathématiques déployés. Leur nomination est parfois absente ou encore l'auteur leur attribue des noms différents de ceux employés aujourd'hui. C'est une certaine liberté de l'auteur qui apparait à Martha, liberté qui la trouble et qui la sort de sa zone de confort. En effet, elle juge « illégaux » certains gestes des mathématiciens.*

Aussi, la mise en page des textes rendait la lecture difficile pour Martha. Les textes sont peu ou pas divisés en paragraphes et peu de repères permettent de mettre en évidence les différentes étapes de raisonnement. C'est pourquoi les lectures lui ont permis d'apprécier le symbolisme et la clarté des démarches modernes. Il y a pour Martha l'expression d'un certain confort de la culture. Ceci dit, elle a apprécié émettre des conjectures sur la signification des symboles, particulièrement lors de la lecture du texte de Chuquet. ***Les activités étaient un peu comme un jeu, une énigme à résoudre, c'est pourquoi j'embarquais avec entrain dans la tâche.***

Elle a développé une stratégie de lecture particulière qui était celle de lire à haute voix et assez rapidement le texte. Cela lui permettait de mettre en évidence une certaine sonorité au texte, ce qui lui permettait de mieux le comprendre, de mieux l'entendre. En d'autres termes, elle donnait une voie à l'auteur. ***Bien dit!***

Lors des lectures, elle avait le sentiment d'être vivante et active dans ses apprentissages. Elle a l'impression que ceci lui a permis de retenir plus d'éléments de matières et qu'elle a eu une formation plus complète en histoire des mathématiques. Elle avait aussi le sentiment de satisfaction et ressentait une certaine fierté quant à son implication au cours et à l'étude.

Toujours concernant les lectures de textes, elle souligne que le travail d'équipe était approprié pour ces activités. Ses coéquipiers lui apportaient un soutien *important et permettaient un travail plus approfondi par le partage des opinions et des interprétations.*

C'est davantage lors des activités de lecture qu'elle a pu reconnaitre le mérite des Anciens qui devaient utiliser un symbolisme moins efficace. Elle reste très impressionnée par leur virtuosité. Elle a été parfois étonnée par les raisonnements astucieux qu'ils ont déployés. Par le fait même, elle a pu constater la grande évolution du symbolisme mathématique. Elle a été surprise et étonnée de reconnaitre autant de mouvement et de flexibilité quant à la forme et l'usage des symboles mathématiques au cours de l'histoire et constate la distance qui la sépare des mathématiciens des autres époques.

Martha a parfois été découragée par ses compétences mathématiques, elle se sentait dépassée par plusieurs textes. Ce jugement négatif de soi se fait dans un rapport aux autres participants perçus comme plus compétents en mathématiques et, par conséquent, plus aptes à réaliser avec profondeur les activités de lecture de textes. Cette dévalorisation de soi l'a amenée à s'abandonner aux autres, à leurs opinions et à leurs interprétations, lors des lectures. Elle exprime sa résignation et son acceptation de ses compétences mathématiques qu'elle juge, suite aux lectures, de moyennes à bonnes.

Des images des différentes représentations (mots, symboles, images) qu'on retrouve dans les textes lui viennent en tête lorsqu'elle pense aux activités de lecture. Les figures que l'on retrouve dans le texte de Nicolas Chuquet semblent l'avoir particulièrement marquée. Elle a d'ailleurs été troublée par les propos de l'auteur qui lui apparaissent éloignés de la moralité d'aujourd'hui. Elle voit un potentiel pédagogique dans la lecture de ce texte pour ses élèves, et ce, dans une perspective interdisciplinaire.

Elle croit avoir appris davantage en histoire des mathématiques en participant aux lectures de textes. Ces aventures lui manquent et elle en garde un souvenir positif. Elle dit avoir gagné confiance en elle suite aux lectures. Elle avait facilement recours au départ à de l'aide auprès des autres ou du formateur. Avec le temps, elle a gagné en autonomie.

Elle établit une dichotomie entre les difficultés de lecture liées à l'orthographe et à la syntaxe des textes en français ancien et les difficultés de compréhension liées aux objets et processus mathématiques déployés dans le texte. Elle juge que ses coéquipiers étaient plus habiles qu'elle pour surmonter ces difficultés. Elle s'appuyait souvent sur les autres et sur le formateur pour avancer, tout en souhaitant y arriver le plus possible par elle-même.

Martha avait l'impression parfois de se retrouver devant un vide durant les lectures. Elle avait l'impression de ne repérer aucun énoncé auquel s'accrocher. Martha souligne qu'elle ressentait un dépaysement. Elle se sentait hors de sa zone de confort lors des lectures. Elle précise que les manières dont les mathématiques sont faites et sont écrites ont amené chez elle ce dépaysement. Le dépaysement procède des difficultés liées à la lecture et est associé par Martha aux difficultés liées à la reconnaissance et à la compréhension des objets et processus mathématiques. Pour elle, ce dépaysement s'accompagne du doute. En effet, elle souligne que, lors de ces moments de dépaysement, elle doutait constamment de sa compréhension des textes. Ses interprétations s'accompagnaient immanquablement d'un doute quant à la justesse de sa compréhension. Un besoin de validation auprès des autres se faisait alors sentir. Elle se sentait mieux en ayant obtenu une validation de sa compréhension auprès de ses coéquipiers ou du formateur. Ce doute associé au dépaysement se mêlait aussi parfois de colère et de frustration. Pour Martha le dépaysement et les difficultés qui l'accompagnent proviennent avant tout d'un problème de communication avec l'auteur. La distance historique et culturelle avec *ce dernier implique un flou interprétatif et la gestion d'un langage différent. Ceci l'amène à souligner le manque de temps qu'elle a ressenti durant les lectures et elle souligne le besoin d'étirer dans le temps les activités afin de surmonter ces difficultés.*

Elle rappelle son constat des différentes formes que peuvent prendre les objets et les processus mathématiques. Elle s'en dit surprise et étonnée. Ceci l'amène à apprécier les développements des méthodes et du symbolisme modernes. Martha retient une pléiade de faits divers sur l'histoire des mathématiques. Ses anecdotes, manières de faire et rencontres éparses l'ont amenée à ressentir une certaine densité quant à ses apprentissages en histoire des mathématiques. Cette progression de ses apprentissages lui donne confiance et lui donne l'impression de maitriser davantage la discipline mathématique. Elle en ressent beaucoup de plaisir et en tire une grande force. Elle vivait ces activités de lecture comme des explorations désintéressées ou des aventures inédites d'une grande valeur.

Martha associe donc un grand plaisir à l'étude de l'histoire des mathématiques et désire partager ces plaisirs divers avec ses élèves. Elle souhaite partager ses connaissances en histoire des mathématiques avec eux et entretient la conviction du potentiel de l'histoire pour l'enseignement des mathématiques, malgré les difficultés que son étude implique. De plus, elle souhaite apporter une forte culture aux élèves en allant au-delà du programme à partir de l'histoire, ce qui est nouveau selon elle. Elle garde des souvenirs positifs de tentatives d'introduction de l'histoire dans ses classes. Elle pense avoir et pouvoir piquer la curiosité des élèves avec l'histoire. D'ailleurs, elle souhaite trouver par elle-même des textes à faire lire à ses élèves. Elle établit des parallèles entre les manières de faire des Anciens et des manières de faire à l'école, elle donne l'exemple notamment de la complétion de carré.

Plus largement, elle juge positivement le potentiel formateur des activités de lecture et désire voir les autres futurs enseignants vivre des expériences de lecture comme elle. Elle constate le potentiel des lectures pour le cours et la complémentarité avec celui-ci. Selon elle, les lectures apportent un certain réalisme et opèrent un basculement du général au particulier dans le cadre du cours. ***Effectivement, le cours est une présentation de l'histoire des mathématiques, alors que les activités sont une sorte de participation à l'histoire des mathématiques.***

Martha a grandement apprécié participer au projet et en éprouve de la joie et de la satisfaction, ainsi qu'un certain accomplissement.

Quant à l'entretien, elle souligne qu'elle a eu des difficultés à éclaircir sa pensée, à fournir des exemples éclairants et à accéder aux bons mots pour rendre compte de son expérience. Cependant, de nouvelles idées ont émergé au cours de l'entretien et elle se rend compte qu'elle avait plusieurs choses à dire sur son expérience. Elle dresse un bilan positif de l'entretien.

4.3.5 Description spécifique de Mitia

Mitia avait des attentes élevées par rapport au cours. Il se souvient de son arrivée à l'UQAM et lorsqu'il a consulté le programme au début de ses études. Il se rappelle qu'il était dans l'attente du cours depuis ce moment-là. Il a rapidement constaté le caractère magistral du cours, caractère qu'il juge négativement et qu'il associe à une pédagogie qui lui sied moins à titre d'apprenant. Ce caractère magistral l'a surpris. Pour lui, le cours se démarque des autres cours de sa formation qui lui semblent plus interactifs. Il a tout de même maintenu un intérêt constant pour le cours et pour les activités qui y ont eu lieu.

Mitia trouve que le cours portait trop souvent sur des détails historiques et biographiques. Il aurait aimé que le cours s'attarde moins sur les aspects historiques *généraux et aborde davantage l'histoire des mathématiques elles-mêmes. Cependant, il a trouvé le cours d'une grande richesse et reste avec le désir d'en connaitre davantage, avec le sentiment d'être resté sur sa faim.*

Comme son désir d'en savoir plus reste très grand et qu'il semble lui rester peu d'éléments d'histoire des mathématiques auxquels s'accrocher, il souhaite se documenter sur l'histoire des mathématiques par lui-même.

Mitia garde un souvenir vif de plusieurs éléments du cours, dont l'exploration de l'origine de plusieurs mots (comme comptoir et bureau). Il souligne qu'il s'agissait pour lui d'une certaine redécouverte du sens de ces termes et que cela leur ajoute une coloration. Cela lui a permis d'avoir une connaissance profonde de l'origine de ces mots, connaissance qui va au-delà de la simple reconnaissance de la signification et qui touche la sphère historique et culturelle.

Généralement, il a apprécié connaitre l'origine des concepts mathématiques en les situant sur la ligne du temps. La construction de cette ligne du temps a été importante pour lui afin de bien suivre le cours.

Il dit avoir été étonné du rapport différent des Anciens au savoir mathématique. En particulier, il se souvient d'un étonnement qu'il a vécu lors de la lecture du texte d'Archimède. Il a été étonné de reconnaitre une manière de faire des mathématiques qui emprunte des principes de physique et qui implique une exploration inductive. Mitia entretient une admiration et une fascination quant aux manières de faire des Anciens et des modalités de découvertes ayant cours aux différentes époques. Il reste particulièrement fasciné par les mathématiques de la Grèce Antique et les aspects mystiques que les mathématiques comportaient à cette époque. Il se remémore aussi quelques images de cours, surtout des pages web que l'on retrouve sur le site du cours, ainsi que celles que l'on retrouve dans le manuel. Mitia a été impressionné autant par le contenu du cours que par l'érudition du *professeur Charbonneau. Il se questionne cependant sur l'admiration et la fascination qu'entretiennent les autres étudiants de sa classe.*

Lors du cours, Mitia a constaté l'importance des travaux des Anciens et comprends le choc qu'a pu être la crise des incommensurables pour ceux-ci. L'ampleur des mouvements de pensée et l'importance des révolutions scientifiques qui y sont associées lui sont aussi apparues. Il entretient une empathie envers les auteurs qu'il a lus et se sent concerné par leurs propos. Dans ce sens, il souligne la possibilité de nouvelles révolutions scientifiques dans les différents domaines mathématiques à l'époque contemporaine.

Son désir d'en savoir plus sur l'histoire des mathématiques est grand, mais il dresse un bilan négatif quant aux possibilités d'en savoir plus suite aux très peu nombreuses informations sur l'histoire des mathématiques qu'il a pu trouver par lui-même jusqu'à maintenant.

Il souligne que le cours lui a permis de comprendre que l'histoire des mathématiques est basée davantage sur des interprétations que l'histoire en général. En effet, les informations que nous possédons concernant l'histoire des mathématiques ne s'appuient que sur un nombre restreint d'études ayant accès à très peu d'artéfacts historiques. Ainsi, il entretient la perception d'une information partielle en histoire des mathématiques, davantage qu'à l'intérieur d'autres domaines de recherche en histoire où les sources et les études sont plus nombreuses. Tout ceci l'amène à reconnaitre la possibilité que des questions puissent rester sans réponse en histoire des mathématiques. Il souligne au passage l'importance de l'étude des artéfacts pour le travail de l'historien.

Mitia affirme que ses expériences vécues durant le cours ont changé sa vision des mathématiques. Il souligne qu'il a toujours apprécié faire des mathématiques et admire la puissance logique derrière les énoncés que les mathématiciens produisent.

Cette appréciation est doublée par le désir de connaitre l'origine des objets mathématiques, origine qui l'intrigue. Il a pu constater, lors du cours, l'évolution graduelle des objets mathématiques, évolution dont le moteur est le travail ardu des mathématiciens du passé. L'historicité des objets mathématiques l'a frappé et il était impressionné par la grande évolution de la forme des objets et du peaufinement des processus mathématiques. Ce sont les capacités le travail des mathématiciens des siècles passés qui ont surtout surpris Mitia. Il reconnait que les manières de faire des mathématiques sont aujourd'hui grandement plus efficaces grâce au travail des Anciens. Pour Mitia, le travail a donc été rendu plus facile pour nous aujourd'hui. Il donne en exemple le raffinement du système numérique actuel et souligne comment, à l'intérieur du cours, il a pu constater son efficacité.

Il souhaiterait partager ces découvertes avec ses élèves et leur faire comprendre l'efficacité des mathématiques modernes, il aimerait aussi partager son sentiment de puissance en mathématiques et son admiration des Anciens. Il y a chez Mitia un désir de partager ce sentiment d'efficacité en mathématiques et son admiration des Anciens pour l'activité mathématique perçue comme davantage ardue à l'époque. C'est donc un rapport positif à l'histoire des mathématiques qui s'est installé chez Mitia en lien avec son métier. Il souhaite motiver ses élèves en leur faisant comprendre les possibilités pour eux en mathématiques à travers l'histoire.

Plus spécifiquement sur les lectures de textes, Mitia les a vécues comme un jeu de logique. Il se souvient de moments agréables lors des premières lectures qui l'ont amené à rester et à participer à l'étude. Il ressentait de la fierté et du plaisir à lire et comprendre les textes historiques.

Il a constaté le double défi que constituent les lectures : d'abord, la compréhension du texte et la reconnaissance des objets et processus mathématiques invoqués. Cela représentait pour Mitia un défi considérable, il a trouvé les lectures difficiles, mais il a su développer, avec les autres, des idées et des stratégies, comme *dans le cours MAT2024, un cours qu'il semble avoir apprécié durant sa formation. Il éprouvait une fierté et une satisfaction lorsqu'il arrivait à comprendre les textes, sentiments qu'il partageait avec ses coéquipiers. Il trouvait les lectures difficiles, mais gratifiantes et avait l'impression d'en apprendre beaucoup sur l'histoire des mathématiques, tout en travaillant fortement ses compétences mathématiques.*

Il note l'apport du travail d'équipe pour les lectures, il était possible d'explorer ensemble l'univers du mathématicien et cherchait le partage des interprétations des extraits textuels. Selon Mitia, le but commun était de se rapprocher de ce que l'auteur veut dire.

Mitia fait le rapprochement entre les activités de lecture et le travail de l'enseignant qui est quotidiennement face aux démarches de ses élèves. Il souligne un rapprochement entre l'empathie entretenue envers l'auteur et celle que l'enseignant accorde à ses élèves. Il souligne la recherche de sens dans les deux cas, et l'accord de sens envers les propos des élèves et des Anciens.

Toujours concernant son vécu des activités de lecture, Mitia dit avoir toujours été impressionné par le côté légendaire et mystique de l'histoire des mathématiques. Il est fasciné par cette discipline et était fort impressionné et ému d'avoir entre les mains des textes des autres époques. Il avait alors l'impression de véritablement se plonger dans d'autres époques et de reconnaitre les problématiques et les méthodes des Anciens. Un sentiment de vérité et de franchise se dégage de ces textes pour Mitia. Il s'est senti absorbé, intrigué et excité par ses expériences de lecture et ressentait un fort désir d'aller à la rencontre des mathématiciens auteurs des textes.

Cependant, la frustration était présente pour Mitia lors des lectures. Il reconnaissait les manières de faire différentes des mathématiciens et les théorèmes particuliers que ces derniers invoquaient implicitement. Il explique que certains processus étaient triviaux pour eux, mais ne l'est absolument pas pour le lecteur *contemporain. Pour Mitia, ses éléments implicites l'ont amené à percevoir les textes comme incomplets, imprécis et manquant de rigueur. Avec les difficultés liées à la lecture du français ancien, ce fut la principale adversité que Mitia a vécue durant les lectures. Mitia note au passage la nécessité du travail d'équipe pour affronter les difficultés de lecture. Selon lui, ses collaborations ont particulièrement été fructueuses avec Ninotchka.*

Durant les lectures, il essayait de faire des liens entre les différents moments de l'histoire afin de mieux les situer sur la ligne du temps. Le positionnement des mathématiciens sur la ligne du temps lui permettait de mieux comprendre leur activité mathématique. Il s'agit d'une stratégie d'apprentissage qui a permis à Mitia d'avoir une compréhension plus approfondie de l'activité mathématique des différentes époques, ainsi que de mieux se plonger dans l'époque des mathématiciens et d'expliquer leur choix mathématique.

Tout ceci fait croire à Mitia que ces activités de lecture seraient périlleuses si elles étaient menées au secondaire. Cependant, il aimerait être en mesure de trouver les moyens de partager cette perspective historique avec les élèves. Il relate plusieurs tentatives infructueuses auprès des élèves et explique en partie ces insuccès à une forme de pragmatisme/utilitarisme que manifestaient les élèves par rapport à la classe de mathématiques.

Pour Mitia, le sentiment de dépaysement est fortement associé aux activités de lecture de textes historiques. Lors des lectures il se questionne davantage sur les manières de faire en mathématiques au gré des cultures et des époques. Ces questionnements ont été plus vifs et plus porteurs lors des lectures que lors des exposés magistraux. En effet, contrairement au cours, les lectures lui permettaient de vivre véritablement les questions des mathématiciens. Il compare le cours à un documentaire instructif et les activités de lecture à la lecture d'un bon roman prenant, à travers lequel le lecteur développe un attachement aux personnages, les *comprend de l'intérieur et développe une forte empathie. Il associe donc le dépaysement à l'attachement au mathématicien et à la compassion envers ce dernier que les lectures permettent. Cependant, il souligne que la compréhension du texte et la rencontre avec le mathématicien ne peuvent pas se faire sans connaitre, un tant soit peu, le contexte historique.*

D'autre part, il souligne un certain agacement face aux libertés des mathématiciens. Pour Mitia, les mathématiciens avancent sans filet vers de nouvelles avenues, ce n'est que plus tard que leurs avancées seront confirmées, corroborées. Durant les lectures Mitia a bien saisi la liberté que déploient les mathématiciens à l'intérieur des textes explorés. Il donne entre autres l'exemple de Cardan et de l'utilisation des nombres complexes, mais relate surtout le texte de Fermat et l'utilisation des infiniment petits. Il établit des liens entre la liberté des mathématiciens et les crises des fondements qui sont survenues dans l'histoire des mathématiques.

Par rapport à son métier d'enseignant, il souhaite motiver les élèves en montrant l'efficacité des techniques modernes et des possibilités qu'elles comportent. Aussi, il aimerait montrer l'utilité des mathématiques à travers l'histoire des mathématiques, qu'elles pourront leur servir plus tard, il donne l'exemple de l'utilisation des mathématiques pour la navigation. Il rappelle ses échecs précédents concernant l'introduction de l'histoire dans sa classe, mais il croit être capable de développer les moyens de partager sa passion pour l'histoire des mathématiques avec les élèves. Pour Mitia, l'histoire est plus, mais un « plus » qui va dans le sens de ses principes d'enseignant qui place le côté humain au centre des préoccupations.

Il termine en mentionnant le besoin de plus de mises en contexte, de situations géographiques et d'images lors des lectures. L'amorce prévue pour chacune des lectures devrait être plus importante.

4.3.6 Description spécifique de Ninotchka

Ninotchka avait des attentes élevées par rapport au cours. Son sentiment était mêlé d'appréhension et d'optimisme quant à l'apport du cours à la formation, ainsi qu'au professeur Charbonneau qu'elle juge de grand talent. Elle s'est donc présentée au cours avec un intérêt et un enthousiasme certains. Une déception quant au contenu entache cependant ses souvenirs lorsqu'elle se remémore son expérience du cours dans sa globalité. Elle perçoit le cours comme étant trop centré sur la civilisation occidentale et un désir d'exploration des autres cultures mathématiques reste inassouvi. Généralement, elle tire un bilan positif du cours pris dans sa globalité, une positivité associée aux appuis pour l'apprentissage qu'elle a pu y rencontrer.

Ninotchka a un souvenir vif des contes élaborés et racontés par les étudiants du cours lors d'une activité d'évaluation. Elle évoque une appréciation esthétique positive du dispositif d'enseignement-apprentissage déployé pour cette partie du cours. Il s'agit d'un évènement marquant pour Ninotchka. D'autre part, elle souligne qu'elle porte dorénavant une attention particulière à son propre discours sur l'histoire. Elle se dit surprise de la possibilité de teinter l'histoire, des dangers et des avantages que cela peut engendrer. Le cours d'histoire implique pour Ninotchka une dimension interprétative, elle souligne que les textes, quant à eux, sont francs et se donnent tels quels à l'interprétation. Elle souligne les possibilités d'interprétations personnelles et constate la grande la liberté qu'elle peut déployer pour embellir l'histoire. Elle compte tabler sur cette liberté et ainsi capter davantage l'attention de ses auditeurs en tant qu'enseignante et obtenir de manière plus efficace l'intérêt des élèves. L'histoire est perçue par Ninotchka comme un moyen d'embellir et de colorer ses enseignements.

Enfin, elle constate avec déception la linéarité du contenu du cours jugé a posteriori classique dans sa forme et en contraste avec les autres cours de sa *formation. Le cours est perçu comme magistral. Elle entretient une perception colorée et animée des mathématiciens rencontrés lors du cours et a été particulièrement marquée par la lecture de correspondances entre mathématiciens.*

Ninotchka souligne ses difficultés à reconnaitre le type d'image qui peut rendre compte de son expérience générale du cours. Elle souligne surtout son sentiment d'intimité, le fait de se sentir seule avec le professeur. Un tel moment a été vécu comme très positif et compris comme riche en termes d'apprentissages. Elle évoque l'image d'un enfant en compagnie de son grand-père qui lui raconte des histoires pour rendre compte de ce sentiment. Dans ce contexte, elle se sentait privilégiée pour le partage de connaissances. Elle associe cette richesse des apprentissages à cette intimité qui donne un caractère particulier au cours.

Le cours ayant une forme magistrale implique un type spécifique de réflexions, ainsi qu'un besoin particulier d'écoute et de compréhension qui n'est pas de l'ordre de la résolution de problème comme dans les autres cours. Il s'agit plutôt d'un cours qui nécessitait pour elle une attitude compréhensive et interprétative. Ninotchka constate l'ampleur des notions qui sont vues au cours et du besoin d'avoir plusieurs cours de ce genre au programme de formation des maitres.

Ninotchka garde le souvenir d'un étonnement quant au personnage de Gauss et du fait qu'il était jeune prodige et au personnage de Cardan et de ses prédictions sur Jésus de Nazareth à partir des astres. Cela contraste pour elle avec le préjugé qui entretient l'idée que les mathématiciens ont eu des vies généralement ennuyeuses et insipides.

Ninotchka entretient maintenant un rapport nouveau aux savoirs mathématiques et souligne avoir fait des apprentissages profonds. Elle a été frappée par l'idée de la grande perte de connaissances en Occident suite à la chute de l'Empire romain d'Occident. Elle entretient maintenant des craintes et des *questionnements face aux possibles pertes de connaissances pouvant à nouveau survenir dans la civilisation. Ninotchka rapporte un sentiment d'urgence, d'alerte et de méfiance quant aux générations actuelles et à leur rapport au savoir. En particulier, elle rassemble en un pôle négatif et pessimiste l'école, la technologie et l'attitude de plusieurs étudiants de sa génération. Cependant, elle se désigne elle-même comme généralement craintive et interrogée.*

Ninotchka se dit un peu effrayée puisqu'elle sait que l'histoire se répète et elle se demande si l'on ne retourne pas vers une perte de connaissances. Selon elle, les gens pourraient retourner à une vie de survivance et se détourner du savoir. Elle se dit très concernée puisqu'elle ne veut pas d'un monde dans lequel les connaissances reculent pour ses enfants. Ainsi, elle est marquée par la non-linéarité du progrès scientifique en mathématiques, cela la questionne et engendre un sentiment de crainte, une vision chaotique qui ne la rassure pas.

En ce qui concerne la lecture de textes historiques, Ninotchka constate un double défi, celui de la compréhension du texte et de la compréhension mathématique des propos de l'auteur. Globalement, elle a apprécié les lectures qui, selon elle, favorisent l'apprentissage et amènent à faire des liens entre les éléments vus aux cours. Elle souligne, à la fois, la difficulté et la faisabilité des lectures et rapporte son étonnement face à l'évolution des objets mathématiques et de leurs utilisations au cours de l'histoire. Elle donne en exemple le cas de la formule quadratique dont la forme et l'usage ont grandement évolué et qui est un objet courant de la culture des mathématiques du secondaire. Elle apprécie les efforts des mathématiciens des différentes époques pour soutenir cette évolution. Elle éprouve une grande empathie envers les auteurs des textes.

Ninotchka constate le potentiel pour l'enseignement et les questionnements que suscite l'exploration des différentes manières de faire dans l'histoire. Elle pense que l'étude de l'histoire des mathématiques à partir de lectures de textes historiques *aide à donner du sens aux objets mathématiques. Cela amène une vision profonde de l'origine et de la genèse des objets mathématiques. En ce sens, elle souligne que les étapes d'évolution, visibles à travers les textes, aident à mieux comprendre cette dimension.*

Elle dit s'être sentie à l'aise durant les lectures et avoir apprécié le défi que celles-ci représentaient. Elle était encouragée par le sentiment que les lectures étaient réalisables et que, avec ou sans le groupe, elle arrivait généralement à une conclusion satisfaisante. Ninotchka entretient un rapport positif aux activités de lecture, lesquelles sont perçues comme des défis réalisables, stimulants et porteurs.

Elle constate que les autres étudiants du cours ne demeuraient pas pour les activités de lecture. Ceci lui amène un sentiment négatif de déception, une amertume. Elle perçoit les autres étudiants négativement et entretient l'idée que ces derniers ont un rapport utilitaire et pragmatique au cours. Elle pense que ceux-ci subissent leur formation et qu'ils souhaitent terminer au plus tôt pour obtenir un travail et une situation financière stable. Elle souhaiterait que tous soient davantage intéressés par l'histoire des mathématiques et puissent y percevoir, comme elle, la possibilité de s'améliorer en tant qu'enseignants. Cependant, elle avait un sentiment de joie qu'elle partageait avec les autres participants de l'étude. Cette joie est associée au partage des compréhensions nouvelles sur les mathématiques, partage qui débordait des séances de lecture et se poursuivait à travers des discussions après les cours.

Plus spécifiquement, elle constate qu'il a été difficile pour elle de se plonger dans l'époque du mathématicien. Elle souligne qu'elle doit nécessairement utiliser ses connaissances, qui sont des connaissances d'aujourd'hui, pour approcher les textes. La rencontre avec l'univers mathématique du mathématicien était difficile pour Ninotchka, puisqu'elle était constamment ramenée à la culture mathématique d'aujourd'hui. Pour elle, la compréhension de l'univers du mathématicien se fait lentement et une compréhension plus profonde de l'époque émerge plus tard, avec le *cours perçu comme complémentaire. Lors des lectures, son attention se centrait sur la restitution du texte en langage mathématique moderne et sur la résolution mathématique des éléments problématiques du texte. Elle affirme être devenue habile pour la lecture et menait, avec le temps, des lectures sous une modalité plus systématique qui facilitait la compréhension.*

Lors de ces lectures, Ninotchka avait constamment l'impression de manquer de temps, elle se sentait pressée par le temps, en compétition avec Aliocha pour terminer l'activité. Elle souhaitait comprendre par elle-même le texte avant l'intervention du groupe. Ce sentiment se mêlait à l'impression que certains éléments lui échappaient, qu'elle n'aurait pas le temps de tout comprendre, de tout couvrir et de reconnaitre tout ce que la lecture pouvait lui apporter. En tant qu'apprenante, elle craignait de ne pas embrasser tout le potentiel de l'activité de lecture. Plus largement, elle restait avec le désir d'en savoir plus, d'en apprendre davantage. Lors des lectures Ninotchka avait un sentiment d'intensité dans le travail intellectuel.

Elle se sentait dépaysée et en contact avec des univers étrangers. Cependant, elle percevait ses coéquipiers comme étant davantage perdus que dépaysés, surtout Mitia et Martha. Quant à elle, elle était déstabilisée et surprise lors des lectures, en particulier lorsqu'elle reconnaissait les objets qu'elle utilise en classe dans les démarches des mathématiciens. Elle juge l'activité mathématique des mathématiciens des autres époques difficile et était impressionnée par les capacités des mathématiciens des époques anciennes qui n'avaient pas la possibilité d'utiliser les outils modernes. Elle ressentait une joie dans le dépaysement, une joie qu'elle associe à une compréhension, une compréhension joyeuse de l'autre. Elle vivait une satisfaction dans la compréhension profonde et globale de l'univers du mathématicien et dans l'établissement de liens avec différents éléments du cours et des lectures.

Les images qu'elle a en tête lorsqu'elle pense au dépaysement varient selon le contexte historique du texte tel que vu au cours. Ces images qui concernent le dépaysement sont ponctuelles et dissociées. Elle évoque la lecture du texte de Chuquet et dit avoir été choquée par les enjeux éthiques que le texte impliquait.

Elle souligne que certains de ses collègues cherchaient à comprendre les mathématiques du texte et d'autres cherchaient à comprendre l'univers du mathématicien. Elle dit que certains avaient un regard analytique et que d'autres avaient un regard plus compréhensif. Elle avait l'impression d'un espace réduit et clos, un sentiment d'intimité et de repli sur soi. Ninotchka constate que ce dépaysement se fait dans la solitude et qu'il n'y a eu que peu de travail d'équipe lors des lectures. C'est donc un rapport d'intimité qu'elle entretenait avec le texte, une intimité vécue comme dans un espace réduit à elle et au texte.

Ninotchka entretient de nouveaux rapports aux mathématiques et à l'histoire suite à ces expériences de dépaysements. Cela lui a permis d'établir des liens entre les mathématiques actuelles et celles du passé. Elle entretient aussi un nouveau rapport aux objets mathématiques, pour lesquels elle attribue maintenant un sens plus riche. Globalement, elle perçoit une application globale dans ses enseignements, puisqu'elle ne se sent plus être la même en mathématiques depuis ses expériences.

Ses expériences vécues durant le cours ont changé son rapport aux mathématiques, mais aussi à l'histoire des mathématiques. Non seulement le cours lui a permis d'en connaitre davantage sur les grands thèmes de l'histoire de la civilisation occidentale, mais aussi de reconnaitre l'évolution des mathématiques au fil des sociétés et du caractère culturel de la discipline. Cette mouvance des mathématiques lui est apparue en particulier à partir des lectures de textes. Le fait qu'un même objet mathématique réapparaissait à travers les textes l'aidait à percevoir le caractère changeant des mathématiques à travers les époques.

Ninotchka constate la complémentarité des deux phases du cours. Elle perçoit le cours comme raconté et ayant une composante narrative centrale tandis qu'elle perçoit les lectures comme morcelées, ponctuelles et épisodiques.

Ninotchka, en tant que finissante, souligne que ses expériences vont teinter ses enseignements. Elle a appris beaucoup sur l'évolution des objets mathématiques et cet aspect est important pour elle dans l'enseignement. Elle pourra donner du sens aux objets en retraçant leur origine avec les élèves. Elle entretient un rapport positif à ce savoir pour l'enseignement. Elle mentionne que les auteurs des textes vont teinter ses enseignements. Elle entretient un profond désir de partager ces univers avec les élèves, et ainsi les aider à donner du sens aux objets et à l'activité mathématiques. Ces éléments donneront une raison d'être aux mathématiques en soulignant pour quoi elles ont été créées.

Elle souligne, en tant qu'enseignante, qu'elle a toujours eu et a toujours l'impression qu'elle doit donner du sens aux mathématiques, faire comprendre les choses aux élèves et les motiver. Elle croit possible d'utiliser l'histoire dans ses enseignements en faisant un rapprochement entre le sens fondamental des objets et processus mathématiques et l'étude de leurs développements historiques.

Ninotchka constate que sa vision de son métier n'a pas changé, mais qu'elle pense utiliser l'histoire dans ses enseignements, et ce, selon les classes qu'elle rencontrera.

4.4 Vers une narration polyphonique

À partir de maintenant, nous nous éloignerons d'une attitude systématique d'analyse et cherchons plutôt à raconter et à évoquer le vécu du dépaysement épistémologique des participants. Comme il en a été question au chapitre précédent, il nous faut restituer, à travers l'écrit, le monde en commun qui a émergé de ces activités d'apprentissage, monde dans lequel nous habitons aussi comme formateur/chercheur, monde de sens qui a émergé à partir du moment où nous avons rencontré les participants. En effet, le travail d'analyse et les descriptions présentés précédemment nous ont permis d'aller à la rencontre des participants, de leurs vécus et de leur devenir enseignants. Ils nous ont amené au plus près des participants, afin de mieux les connaitre et de faire en sorte qu'eux-mêmes se connaissent et reconnaissent leurs vécus. À ce stade, il faut mettre en scène ce monde en commun à partir de la transcription de l'entretien de groupe, et en tirant profit de ces phases d'analyses. C'est sous la forme d'une narration polyphonique que cette mise en scène est présentée dans le prochain chapitre. Avant cela, cette section met en évidence les moyens pratiques et les procédés d'écriture qui ont permis l'élaboration de cette narration polyphonique finale et montre comment celle-ci a été alimentée par les phases précédentes d'analyse.

4.4.1 Appropriation de l'entretien de groupe

Le discours indirect libre a été la principale construction linguistique visée, afin de faire raisonner le caractère polyphonique de la narration (*voir* art. 3.5.3). Cependant, avant d'en arriver à l'exercice d'un tel style, plusieurs étapes ont été franchies.

Dans un premier temps, la transcription de l'entretien de groupe a été effectuée avec soin. Plusieurs relectures attentives de cette transcription ont ensuite été faites. Ces lectures ont permis de dégager des extraits du dialogue qui apparaissaient riches de réflexions et qui se démarquaient par la profondeur des propos. Douze extraits ont été sélectionnés.

Par la suite, une lecture attentive de chacun de ces extraits a été faite à nouveau. En parallèle, une liste de sujets, de thématiques, de réflexions ou d'énoncés divers a été créée pour chacun de ces extraits afin d'en résumer le contenu. Ce travail a permis de dégager trois grandes thématiques globales qui apparaissent dans la transcription; la fragilité, l'adversité et l'empathie. Les quatre premiers extraits relevaient davantage de la première thématique, les trois extraits suivants de la seconde thématique et les cinq derniers extraits de la troisième thématique. Ainsi, la narration a été scindée en trois parties traitant chacune d'une thématique.

4.4.2 Processus d'écriture de la narration

Une fois ces premières phases d'appropriation de l'entretien de groupe effectuées, l'écriture proprement dite a pu débuter. Les douze extraits textuels étaient alors traités systématiquement un à un. Pour chacun d'eux, quatre phases d'écriture se succédaient.

La première étape d'écriture était de retravailler l'extrait du dialogue brut issu de la transcription. Le dialogue était alors mis en forme de manière à le rendre plus lisible avec l'ajout d'alinéas et d'interlignes. Aussi, l'auteur de chaque prise de parole était identifié plus clairement en évitant les redondances. Les premières traces de narration apparaissaient ensuite avec l'ajout de phrases incises comme; « fit-elle avec légèreté », « relança Martha qui se tortillait sur sa chaise » ou encore « pensai-je ». Ces dernières marquaient et qualifiaient le dialogue en soulignant les manières d'être et attitudes des personnages/participants. La narration était alors ultérieure, c'est-à-dire qu'elle se faisait après que les évènements aient eu lieu. Le temps de narration était donc le passé. Il était ainsi possible de respecter la distance temporelle entre l'acte narratif et l'histoire elle-même se situant au moment de l'entretien de groupe. Lorsqu'un participant ou moi-même faisions référence à un évènement antérieur à ce point temporel central qu'est l'entretien de groupe, un second niveau de narration apparaissait et l'indicatif plus-que-parfait était alors de mise.

La seconde étape d'écriture a consisté à compléter l'extrait, devenu déjà narration, avec l'ajout de précisions sur les propos des participants. Ces ajouts permettaient de défendre et de souligner les propos des participants en peaufinant leurs pensées et leurs orientations appréciatives. Sous la forme de paragraphes insérés à l'intérieur du dialogue, ces ajouts nous permettaient de nous placer comme l'agent des participants, comme leur porte-parole. Ces intercessions en faveur des participants se voyaient à la fois alimentées et justifiées par les descriptions des activités de lecture et les descriptions spécifiques du vécu des participants obtenues lors des phases précédentes d'analyse. Lorsque le besoin d'ajouter une intercession se faisait sentir, les descriptions concernant le participant en question étaient relues afin d'y trouver le matériel nécessaire à l'éclaircissement de l'extrait. L'ajout de ces intercessions faisait boule de neige et alimentait la construction de la narration polyphonique. En effet, une intercession en appelait généralement la construction d'une nouvelle, cette émulation augmentait l'ampleur et la profondeur de la narration, tout en soutenant son aspect polyphonique par l'élévation de la tension entre les différents points de vue. Cette seconde étape d'écriture s'achevait avec une certaine saturation de l'extrait qui ne semblait plus pouvoir accueillir de ces ajouts.

À la troisième étape d'écriture, des réflexions personnelles étaient ajoutées. Il s'agissait de nous faire entendre davantage à titre d'auteur/chercheur dans la narration. Généralement au début de l'extrait un ou plusieurs paragraphes étaient ajoutés. Ceux-ci permettaient d'exprimer nos réflexions qui émergeaient au moment de l'écriture. Le temps de la narration était le présent pour ces réflexions personnelles. Cette narration intercalée permettait de mettre en évidence la distance temporelle entre le moment des réflexions personnelles qui se situe lors de la rédaction (présent) et celui du récit qui se situe lors de l'entretien de groupe (passé). Cette voix, au-dessus de la polyphonie du groupe, souligne l'indépendance des personnages/participants qui, dans le dialogue, s'émancipent de l'auteur/chercheur, tout en mettant en évidence que ce dernier participe de leurs paroles, gage de la vivacité et de la non-chosification du « monde de sens » partagé.

La quatrième et dernière étape d'écriture consistait à peaufiner la narration en insistant sur la thématique de l'extrait et sur le style indirect libre exercé. De plus, la concordance des temps verbaux était vérifiée et la vitesse de narration ajustée.

Ces quatre étapes d'écriture ont été répétées pour chacun des douze extraits dégagés au départ. Ceux-ci ont ensuite été rassemblés pour former la narration polyphonique finale décrivant le dépaysement épistémologique vécu par les futurs enseignants de mathématiques dans le cadre d'activités de formation où intervient l'histoire des mathématiques, en particulier la lecture de textes historiques. Le prochain chapitre présente cette description finale.

CHAPITRE V

DISCUSSION

Dans ce chapitre, la narration polyphonique est présentée.

Partie 1 : Fragilité

Voilà déjà une vingtaine de minutes que l'entretien de groupe était entamé. La session d'hiver terminée, Aliocha, Grouchenka, Katia, Martha, Mitia et Ninotchka s'étaient réunis un dimanche après-midi au pavillon Président-Kennedy de l'UQAM. Après quelques échanges sur le cours, la discussion était alors lancée sur les éléments ou évènements particuliers du cours en général qui avaient frappé ou étonné les participants.

— Ben moi, je me rappelle beaucoup des premières parties, quand on parlait de l'Égypte et des Mésopotamiens, commença Mitia. Parce que c'était le fun, parce qu'on était plongés dans un univers où les écritures, la façon que c'est écrit, c'était vraiment différent de ce que c'est aujourd'hui. Déjà que l'histoire des maths, c'est censé être dépaysant... ben ça, ce l'était vraiment là! s'exclama-t-il. C'est tout en entier complètement différent, il n'y a rien pour se reconnaitre là-dedans. Ça, ça m'a beaucoup marqué. Aussi, avec l'époque grecque, l'époque grecque là je suis rentré dedans, j'étais fasciné par cette époque-là!

Mitia entretenait une fascination quant aux manières de faires des Anciens et des modalités de découvertes ayant cours aux différentes époques. Il restait particulièrement fasciné par les mathématiques de la Grèce Antique et les aspects mystiques que les mathématiques comportaient à cette époque.

— Moi, j'ai été plus dépaysée par l'histoire la plus récente, avec Newton et tout, rétorqua Grouchenka. Ces choses que les gens ont prouvées, mais qu'ils n'ont pas nécessairement prouvées, qu'ils ont juste constatées d'abord, puis prouvées par la suite.

De son côté, Grouchenka avait pris plaisir dans l'étonnement que lui procurait le cours d'histoire. Son premier constat avait été celui du contraste entre les mathématiques toutes faites, rigides et claires de la culture scolaire et académique et les mathématiques en train de se faire, débutantes et fragiles que l'on rencontre à travers l'histoire. Le caractère intuitif et exploratoire des travaux de certains mathématiciens lui était apparu.

— Ah oui! « Ça va marcher là! », qu'ils se disaient les mathématiciens, lanca Martha, souhaitant appuyer les propos de Grouchenka.

— Oui, c'est ça! Ils étaient convaincus que ça allait marcher leurs théories, continua celle-ci. Puis ça y est, il est devenu... il a fait son histoire, mais avant en fait, avant qu'il ne soit consacré. Ce côté-là est passionnant!

— Moi, j'ai vraiment plus aimé la première partie, avança Martha. Un peu comme Mitia, parce que je trouve que ça nous amènait vraiment loin avec justement des cultures qu'on connait pas.

Pour Martha, étudier l'histoire avait été difficile. Ses difficultés étaient liées particulièrement à la complexité de l'histoire, qu'elle percevait comme une infinité d'évènements intriqués. Elle avait rapidement constaté le nombre important d'éléments à connaitre et à mettre ensemble pour étudier l'histoire. Mais ses efforts avaient porté fruit. Elle avait apprécié étudier l'origine des concepts pour mieux les comprendre et entretenait maintenant un fort désir d'en savoir plus. Elle se disait intéressée et accordait une grande valeur à l'étude de l'histoire des mathématiques.

— ... ou qu'on connait à moitié, ajouta Mitia.

— Oui, ou qu'on pense qu'on connait, et qu'on réalise que pas du tout! continua Martha Alors que la Révolution française... comme là, j'étais perdue. Premièrement parce qu'il y avait trop de monde, il y avait trop de pensées différentes. Pour moi... j'étais comme : « Ah, c'est trop de choses à mettre ensemble ».

— C'est l'idée que les civilisations anciennes avaient quelque chose de plus homogène pour toi, c'était plus clair? lui lançai-je.

— Oui, ça s'étendait peut-être plus dans le temps, sur la ligne du temps finalement. Alors qu'à la Révolution française, scientifique, tout ça... tout changeait plus vite.

— Tout allait plus vite, en effet, ajouta Grouchenka.

— Oui, c'est ça! On étudiait une époque qui s'étendait sur des centaines d'années alors que là on se met à étudier siècle par siècle.

— Puis ce qui était vraiment intéressant aussi, continua Mitia, c'est le fait qu'on dit que, l'histoire, c'est basé sur des artéfacts, mais plus que tu vas récemment, plus qu'il y en a beaucoup d'artéfacts. Puis c'est les artéfacts qui nous permettent d'avoir une idée beaucoup plus précise de l'époque. Mais quand tu recules justement à ces époques-là, les artéfacts sont vraiment limités, donc là, il y a encore le petit côté...

— ... mythique! reprit Martha.

Pour Mitia, les informations que nous possédons concernant l'histoire des mathématiques ne s'appuient que sur un nombre restreint d'études, lesquelles n'ont eu accès qu'à très peu d'artéfacts. Ainsi, il entretenait la perception d'une information partielle en histoire des mathématiques, et ce, davantage qu'à l'intérieur d'autres domaines de recherche en histoire où les sources et les études sont plus nombreuses. Tout ceci l'amenait à reconnaitre la possibilité que des questions puissent rester sans réponse en histoire des mathématiques, l'évolution des concepts mathématiques restait pour lui voilée et diffuse.

— Oui, mythique de c'te lieu-là, continua-t-il. Tu te dis : « Oui, c'est peut-être ça, mais c'est peut-être pas ça », c'est un peu plus légendaire. Il y a ce côté grandiose que j'appréciais vraiment de cette époque-là.

— Avec leurs petits dessins sur les vases, ajouta Martha.

Après quelques moments d'hésitations, sur ce, le groupe se tut. Le sourire en coin, la plupart se reconnaissaient dans les propos de Mitia. À la volée, Katia se lança alors :

— Un élément qui m'a marquée aussi, ben que j'ai trouvé vraiment intéressant, amusant, c'est la correspondance qu'il y avait entre plusieurs scientifiques. Récemment, comme là, on s'envoie des courriels pour faire évoluer la science, puis là c'était comme des lettres, donc il y a comme un...

— Ben, comme un des textes là, ajouta Grouchenka, farfouillant dans les textes disposés au centre de la table.

Animée par les propos de Katia, Grouchenka cherchait désespérément un exemple de correspondance. À travers le cours, elle avait elle aussi compris que les mathématiques se font en collaboration, et que les mathématiciens d'aujourd'hui comme ceux d'hier travaillaient essentiellement en communauté.

— « C'est très simpliste vos affaires! », lança Mitia, imitant Descartes, et faisant pouffer de rire l'ensemble du groupe.

— Descartes! Je reconnais! lança Katia en souriant.

— Mais c'est aussi de voir comment que ça s'est construit, continua plus sérieusement Grouchenka. Ça s'est pas juste bâti sur une seule pensée, celle d'une seule personne.

— Ça a voyagé, ajouta Martha.

— Oui, c'est ça! Ça allait et venait, ça a voyagé dans le temps, ça s'est arrêté, on est retourné en arrière pour répondre à des questions d'aujourd'hui, cette chose d'aujourd'hui a aidé à répondre à la chose d'avant... C'est en constant mouvement. C'est ce qui est fascinant là, cette partie-là de l'histoire.

— Moi, ce que j'ai aimé, poursuivit Martha, c'est de voir qu'on a commencé quelque part en Égypte, et là, il y a eu des guerres, il y a eu des trucs. Ça s'est déplacé dans le fond. Les connaissances se sont littéralement déplacées de différents endroits pour revenir finalement à une place où l'on avait complètement tout oublié. Puis on se dit : « Eille, ça devient quasiment nono là qu'on ait à se réapproprier tout ça maintenant parce que c'est rendu en langue qu'on ne sait plus comment lire ».

Ayant été silencieux jusqu'alors, Aliocha prit doucement la parole :

— Moi, un aspect qui m'a peut-être marqué, et que j'ai communiqué à travers d'autres recherches que je faisais en même temps, c'est que le cours portait aussi sur l'histoire de « l'enseignement » des mathématiques, sur la « tradition » mathématique, sur c'est quoi sa place... Il y avait un aspect important du cours qui est l'histoire de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques.

Lors du cours, Aliocha avait réfléchi sur l'importance des mathématiques à l'école. Il se questionnait maintenant davantage sur le rôle et la place des mathématiques à l'école en mettant en évidence l'ascension des mathématiques comme instruments de sélections scolaires à partir de la Révolution française.

— C'est vrai, rétorqua Martha, enthousiaste.

— Qu'as-tu retenu de ça en particulier? lui lançai-je.

— Euh, bien le niveau politique ou social, avança-t-il, embêté.

— ... qui a beaucoup de poids, lança Grouchenka qui lui venait en aide.

— ... qui a beaucoup de poids, qui fait que les mathématiques ont une place si importante, continua-t-il.

— Si elles sont enseignées ou non, ajouta Martha.

— Aussi, acquiesça-t-il. On fait un tri là, ceux qu'on veut avoir comme bons citoyens, ceux qui vont être concierges à la STM, ajouta-t-il ironiquement jusqu'à faire sourire l'ensemble du groupe. Puis c'est ça, des écoles privées, des écoles publiques, des choix sociaux qu'on peut faire, ou qui vont être faits par des dirigeants, et qu'on comprendra pas, nous, en tant qu'enseignant ou en tant que citoyen, ou qu'on peut comprendre, puis jouer aussi un peu là-dessus.

— Mais peut-être quand ça a découlé aussi la didactique des maths, ajouta Mitia. Moi, par rapport à ce point-là, ce qui m'a le plus frappé, c'est quand on est arrivé dans le cours, puis « paf! », c'est pour ça qu'on a inventé la didactique des mathématiques. Parce que c'est quand même assez récent là! Ça rentre un peu dans ce que tu dis Aliocha, moi, dans tout ce que tu dis, c'est ce qui m'a le plus marqué. C'est d'où est-ce que ça a découlé pour qu'on arrive et qu'on dise : « OK, faudrait peut-être inventer ça, la didactique des maths ».

— C'est dommage qu'on n'ait pas passé plus de temps là-dessus, ajouta Grouchenka, ça aurait été quand même plus intéressant. C'était quand même rapide, un survol.

— Tu veux dire sur le rôle politique, social, comme Aliocha le soulignait? lui lançai-je.

— Oui, l'expliciter davantage, lança Katia.

— Exact, ajouta Grouchenka.

— Là, il en parle et ça devient comme évident, poursuivi Katia étonnée. Puis, je suis genre : « Eille, j'avais jamais réfléchi aussi loin dans cette optique-là ».

Katia sentait avoir gagné confiance en elle. Elle se sentait maintenant davantage en maitrise de sa discipline. Le cours lui avait permis de prendre conscience du caractère politique de son métier et était à l'affut de toutes réflexions dans ce sens. Les propos d'Aliocha soulignaient une dichotomie qui s'était fraichement établie chez elle entre les savoirs mathématiques prescrits par les gouvernements et l'activité mathématique qu'elle disait « libre ». Cette prise de conscience la rendait maintenant plus apte à identifier et à juger les prescriptions de la société en ce qui concerne les savoirs mathématiques à enseigner, devenus objets pour elle-même, objets de conscience. Une marge claire s'était donc installée pour Katia entre l'activité mathématique libre aux formes diverses et l'activité mathématique institutionnalisée, formalisée et traditionnelle. C'est un sentiment de liberté et de pouvoir qui l'habitait en tant que future enseignante.

— On est passé très vite là-dessus en effet, compléta Grouchenka.

— La dernière partie du cours était un peu faite sur « fastfoward ». Désolé de l'anglicisme! ajouta Martha en souriant.

— Oui, oui, oui! lui fis-je, c'est un peu de ma faute aussi avec toutes ces activités de lecture!

— Oui, David! lança Mitia avec ironie.

— Ah maudites activités! cria Martha en riant.

Tous rirent en cœur en me voyant faire une mine déconfite et mimer celui couvert de honte.

***

Il nous est difficile de nous interroger sur notre vécu et de trouver les mots pour décrire ce que nous ressentons. Tout porte à croire que nous ne nous connaissons pas à nous-mêmes. Comme il est difficile de se recueillir! N'est-ce pas étonnant qu'il faille avoir recours aux Muses pour se porter à l'accueil de soi-même? Quel sentiment étrange que de toiser la distance de soi à soi, de reconnaitre que nous marchons à côté de nous-mêmes. À ce stade de l'entretien, les participants cherchaient à décrire comment ils se sentaient généralement dans le cours, comment ils avaient éprouvé le cours pris dans sa globalité. Sans conteste, l'exercice était délicat.

— Moi, j'étais en attente des découvertes, commença Aliocha avec volonté. J'avais quand même une idée préconçue d'à peu près toutes les époques qu'on allait visiter, mais je savais que j'allais découvrir des choses, puis je me demandais quoi.

— As-tu découvert quelque chose? l'interrompit Grouchenka.

— Tout! répondit-il daredare.

— Me voilà rassurée!

— Je savais des choses, mais dans le fond, on a toujours l'impression de savoir quelque chose, puis on se rend compte que... c'est là qu'on se rend compte qu'on ne sait pas.

— OK, me voilà rassurée! reprit-elle.

— Je vois, c'est un sentiment d'attente peut-être? lançai-je à Aliocha

— Hum hum, mais une attente à laquelle on a répondu, déclara-t-il solennellement.

Mitia, visiblement interpellé, attacha sur son camarade un regard animé.

— Pour rajouter là-dessus, des fois quand je suis rentré dans ce cours-là, moi, j'avais déjà fait un peu d'histoire des mathématiques de ma part. Comme Aliocha d'ailleurs, je sais qu'il l'a fait aussi, qu'il s'est beaucoup intéressé là-dessus avant le cours. Donc, là tu te dis : « Ah! Je sais déjà des choses », mais quand tu arrives dans le cours de M. Charbonneau, tu te rends compte que les choses, tu les savais, mais pas tant que ça tsé! Il y a tout le « background » social qui est derrière ça, toutes les parties de l'histoire qui étaient déjà là, qui expliquent pourquoi c'est arrivé.

— Les décors, ajouta Martha.

— Toutes ces choses-là qui manquaient, continua-t-il. Donc finalement, tu te dis : « Oui, je savais une anecdote, mais à moitié, je ne savais pas vraiment », puis t'as beau essayer de vouloir. C'est comme... je voudrais l'enseigner à mes élèves, finalement tu te rends compte que ça n'a aucun impact ton histoire, mais quand tu connais tout le « background » social, tsé, tu arrives, tu dis à tes élèves : « Ben regardez, c'est comme ça que c'était à cette époque et ça a mené à faire ça ». Puis, je pense que c'est beaucoup ça qui a été les découvertes que j'ai eues dans ce cours-là.

— C'est l'idée d'avoir approfondi? lui demandai-je.

— Oui, répondit-il.

— Une vue d'ensemble, ajouta Ninotchka.

— D'avoir déjà une image préconçue qui permet d'avoir une découverte à un autre niveau tsé, pas juste sur l'anecdote, mais sur son entourage, ce qu'il l'a créée, ajouta-t-il.

— Une vision d'ensemble, persista Ninotchka.

La densité de l'histoire des mathématiques apparaissait au groupe. L'histoire était devenue vertigineuse, impossible à totaliser. Tendances et possibilités habitaient tout à coup la connaissance historique et mathématique. À tel point que le groupe se tut.

— J'ai vraiment aimé savoir pourquoi les statistiques ont été inventées, avec l'histoire du vaccin là, relança Martha.

— Ah oui! Le passage du cours sur vaccin, oui! acquiesça Grouchenka.

— Il faut que tu fasses de la microbiologie alors! lança Ninotchka à Martha.

— Arrrrk! s'écria-t-elle dégoutée par la suggestion. Mais de savoir ça, j'ai fait comme : « Ah! Il y a vraiment une raison à l'invention des statistiques! ». Je corrige mes copies d'élève, et là je fais comme : « OK, tel problème nanana », ou je rencontre les statistiques surtout dans la vie, mais de savoir d'où ça vient à la base... J'étais comme : « C'est vraiment intelligent, c'est une bonne idée ».

Les anecdotes, manières de faire et rencontres éparses avaient amené Martha à ressentir une richesse quant à ses apprentissages sur l'histoire des mathématiques. Cela lui avait donné confiance et elle avait l'impression de maitriser davantage la discipline mathématique. Elle avait vécu les activités de lecture comme des explorations désintéressées ou des aventures inédites pour lesquelles elle accordait une grande valeur formatrice.

— Oui, oui, oui, ça donnait du sens aux statistiques, une origine, lui dis-je.

— Oui, c'est ça, c'est vrai, ça convint les gens là, poursuit-elle. Si tu te fais opérer parce que tu as ça, tu as 95 % de chance de survie, alors que si tu ne te fais pas opérer...

— Comment tu te sentais à ce moment-là? l'interrompit Mitia qui s'appropriait, non sans moquerie, mon rôle d'intervieweur et reprenait avec désinvolture une question du protocole d'entretien, en imitant, adroitement je dois dire, le ton emprunté jusqu'alors.

— Heureuse, répondit-elle aussitôt.

— Ah oui? lui dis-je.

— Ben c'était le fun, c'était le fun parce que j'étais contente. Donc, je me sentais heureuse.

— Et toi comment tu te sentais pendant le cours? demanda Mitia à Ninotchka en poursuivant sa plaisanterie.

— Pendant le cours, moi, j'avais l'impression que j'écoutais quelqu'un qui me racontait une histoire, commença-t-elle.

— Un peu comme ton père? demanda Aliocha

— Ben, plutôt comme mon grand-père, je dirais.

Lors du cours, un sentiment d'intimité avait habité Ninotchka, sentiment vécu positivement et associé à une richesse en termes d'apprentissages. Cette image d'un enfant et de son grand-père lui racontant des histoires rendait compte de ce sentiment. Elle s'était sentie privilégiée dans cette intimité particulière au cours.

— Comment se sent-on quand on se fait raconter une histoire? lui dis-je.

— Ben, j'étais comme un enfant qui écoutait son grand-père qui lui compte une histoire puis que…

— … t'attends le « punch », compléta Martha.

— Oui, tu attends le « punch », mais tu les idolâtres aussi un peu tes grands-parents et les histoires qu'ils racontent. Puis c'est un peu cette vision-là que j'avais dans le fond, que je ressentais aussi.

Ninotchka, tout comme Martha, avait relevé le caractère narratif et interprétatif des activités d'apprentissage qui avaient eu lieu durant le cours. Elle portait dorénavant une attention particulière à son propre discours sur l'histoire et se disait surprise de la possibilité de teinter l'histoire Elle relevait les dangers qui y étaient associés, mais aussi les avantages comme la liberté d'embellir l'histoire. Elle comptait sur cette dernière pour capter davantage l'attention et l'intérêt de ses élèves.

L'histoire des mathématiques, à travers sa narration, était perçue par Ninotchka comme un moyen de colorer et de rendre vivants ses enseignements.

— T'avais-tu des images dans ta tête quand tu sentais qu'on te racontait une histoire? lui demanda Aliocha jouant à son tour à l'intervieweur.

— Oui, tout le temps, dit-elle. J'étais pas dans la classe, j'étais partie dans le fond... dans ma tête, dans l'histoire.

— Mais pour ajouter sur ça, j'ai peut-être aussi senti ça un peu, lança Mitia. Les cours où il prenait le temps pour raconter ses histoires tsé, j'embarquais un peu là-dedans. Puis c'est vrai, dans sa façon de s'exprimer, il a son petit sourire là. Quand il raconte ses histoires des fois, celles qui lui tiennent le plus à cœur, son sourire... Il est comme...

Mitia comparait le cours et les activités de lecture à la lecture d'un roman. Il s'était senti enveloppé dans une narration et ressentait une sympathie envers les mathématiciens, un attachement aux personnages historiques.

— Tu as plus envie de l'écouter quand c'est comme ça, continua Martha.

— Oui, j'embarquais vraiment comme Ninotchka raconte, comme vraiment... comme un enfant, ajouta Mitia timidement. Mais le reste du temps, quand c'était moins de même, j'avais peut-être moins de la facilité à faire ça.

— Moi aussi j'embarquais dans certaines histoires, quand j'accrochais, j'étais comme : « Ah, c'est le fun », lança Katia.

***

L'apprentissage ne se réduit pas à une simple acculturation, ni à la réception passive du savoir contenu dans la culture. Acquérir un savoir signifie justement « chercher ». L'apprentissage est donc un processus d'ouverture sur le monde et sur les autres, et non une soumission à une culture ambiante, encore moins une possession d'un contenu. Que pouvait alors vouloir dire « être en recherche » pour ces étudiants? Je veux dire ici et maintenant, dans ce contexte? Habité par ces questions, j'ouvrais l'œil.

— Ben moi, c'est aussi les liens que tu peux faire, parce que si je ne comprends pas, il faut que je trouve d'où ça sort, comment ça vient. Parce que ça vient d'un autre « esprit mathématique » là, déclara Grouchenka.

— Oui, peut-être, répondit Martha qui ne voyait pas trop où elle voulait en venir.

— Il fallait essayer de comprendre d'où ça vient et d'où ça a pris source, continua Grouchenka. Puis moi, avec Viète et sa théorie de l'algèbre comme processus, de savoir qu'il a dû retourner chez les Grecs pour aller chercher cette notion-là! Puis que lui, avec sa méthode, il a réussi à savoir ce qu'il y a entre les deux. Faire des liens là, c'était comme... avec les élèves, ça clarifie tout et ça crée comme une fluidité dans la façon dont la connaissance sort et dont elle rentre.

D'origine cubaine, Grouchenka se rappelait que les mathématiques qu'on lui avait enseignées à Cuba étaient très formelles et très structurées. Selon elle, l'histoire des mathématiques permet d'humaniser les mathématiques et de leur donner un caractère concret. Grouchenka y voyait le moyen d'intéresser et de motiver les élèves, mais aussi de leur amener un sentiment d'appartenance à la discipline, un sentiment d'appartenance qu'elle associe à l'amour et à l'attachement pour la discipline.

— Parlant d'élèves, ça montre aussi que c'est pas si évident que ça non plus, ajouta Ninotchka.

— Non! Clairement pas évident pour les élèves! reprit Grouchenka.

— L'algèbre, pour les élèves, c'est une notion difficile, qui leur fait peur comme ça se peut pas! continua Ninotchka. En leur expliquant ça, en leur montrant que : « Ben regarde, c'est parti de là, lui est allé chercher ça, ça a pris autre chose pour pouvoir comprendre et être capable d'appliquer tout ça comme il faut, etc. ». Ça montre que c'est un peu normal d'avoir un peu de difficultés.

Ninotchka souhaitait souligner le haut degré de sophistication que l'activité mathématique atteignait aujourd'hui. Elle appréciait l'efficacité de ce raffinement en termes théoriques et pratiques, mais comprenait maintenant les efforts nécessaires pour en maitriser toutes les subtilités.

— Oui, c'est rassurant, lança Martha interpellée.

— Ça peut être rassurant pour l'élève oui, continua Ninotchka.

— Tu te dis : « Crime, je suis normale d'avoir de la difficulté », s'écria Martha.

— Oui, mais si je travaille, je vais être capable d'y arriver tsé. C'est possible, conclut Ninotchka.

***

Le doute au sujet des choses du monde implique l'évidence de l'exercice même du doute, et le nier sera à nouveau le mettre en évidence, dans un mouvement de récurrence à l'infini. Le moi, dans cette descente vertigineuse, ne peut s'arrêter de lui-même, seul l'Autre peut lui fournir un oui, une expérience. Mais amorcer cette descente à l'infini c'est déjà accueillir l'Autre, se préparer à sa venue, se rendre fragile pour lui. Regardant le groupe, je sentais bon nombre de choses devenir vulnérables.

— Juste son introduction de l'histoire au début, tsé ça te permet d'en douter aussi de ce qu'il va dire le professeur, lança Ninotchka.

— Oui tout à fait, ajouta Martha.

— Parce que l'histoire, c'est raconté, c'est venu tsé... d'ailleurs...

— Oui, oui! confirma Katia.

— Dans les premiers cours, moi je doutais beaucoup de ce qui était dit. Peu importe la personne qui l'aurait contée, j'en aurais douté!

— N'empêche que ce doute, je trouve que c'est quelque chose que tu peux réinvestir, parce que t'as envie d'en savoir plus, avança Grouchenka.

— Oui, oui! Ça c'est clair! Le doute est riche.

— En tous cas, s'il a semé le doute en nous, je pense qu'il a fait sa job là! conclut Grouchenka.

— « Le doute », moi, c'est un mot qui m'est resté de toutes ces expériences, juste le doute, avança doucement Aliocha tout à coup illuminé par les propos de ses camarades.

— Oui, le doute, juste le doute? lui lançai-je interrogé.

— Parce que ça a été un mouvement des derniers siècles qui est disparu, qui est revenu... Ça s'est joué beaucoup dans les derniers siècles, dans les visions de l'histoire aussi... des choses qui se sont développées.

— Il y a eu beaucoup de questionnement, ajouta Martha.

— La vision des mathématiques aussi, précisa Grouchenka.

— ... des mathématiques, oui en particulier, continua Aliocha.

— C'est vrai que le doute c'est un bon mot, conclut Grouchenka.

— D'autres mots vous viennent en tête lorsque vous pensez au cours? lançai-je au groupe.

— Moi je dirais « influences », commença Martha. Dans le sens que, pour vrai, tantôt je faisais juste survoler les textes en arrivant, puis on a tellement été influencés en maths par un nombre énorme de cultures et de façons d'écrire les choses. Aujourd'hui, on utilise nos lettres, notre alphabet qu'on connait, mais aussi l'alphabet grec et telle chose vient de telle place et tout...

Martha reconnaissait l'apport de nombreuses cultures pour le développement de l'activité mathématique. Un mouvement de reconnaissance de l'Autre s'était amorcé pour elle, une reconnaissance de l'étranger en elle et de la perméabilité de sa culture.

— C'est comme, les maths, c'est une science influençable? C'est ce que tu veux dire? Un peu comme toi Mitia! lança Aliocha qui taquinait son collègue.

— Ben qui a été beaucoup influencée par plein de choses différentes autour, ça ne vient pas d'une seule et unique région, continua Martha.

— C'est un rapatriement de culture, avança Mitia.

— Oui, c'est ça, répondit-elle!

— Tsé un peu comme dans le livre que tu m'avais suggéré là, lança Mitia à Aliocha.

— « Pluricultural... », commença ce dernier.

— Oui, exactement! C'est un livre qui parle d'enseigner la pluriethnicité... tout ça, à travers les mathématiques. Comme il en parle dans ce livre là, les mathématiques, c'est tellement riche, c'est un rapatriement de plusieurs cultures ensemble.

— Oui, en effet, acquiesça Grouchenka.

— Donc, en bout de ligne, tu pourrais faire cet enseignement-là de la pluriethnicité à travers les mathématiques, pour montrer que : « Ben regarde, eux ils ont inventé ça, eux ils ont inventé ça, c'est cette fusion de ces deux choses-là qui fait en sorte qu'on a nos maths d'aujourd'hui », conclut-il.

Mitia espérait partager sa passion pour l'histoire des mathématiques avec ses élèves. Pour lui, l'histoire était « un plus », en quelque sorte une valeur ajoutée à ses enseignements. Mais ce « plus » allait dans le sens de ses principes d'enseignant qui plaçait le « côté humain » au centre des préoccupations.

— Encore là, est-ce qu'on peut parler des mathématiques d'aujourd'hui? interrogea Katia. Je veux dire, si tu vas en Chine, les maths ne sont pas faites comme ici. J'pense pas, en tout cas... Les Français et les Anglais ne font pas la même division, et c'est pourtant là même procédure genre... C'est justement ça que le cours a amené, c'est qu'il n'y a pas de maths absolues! En tout cas, pour moi, c'est ça qui m'est revenu.

— C'est vrai, ajouta Grouchenka songeuse.

— Puis quand j'ai trouvé ça, j'étais très... j'ai utilisé le mot « édifiant » quant on s'est rencontrés, me signifia-t-elle. C'était édifiant de prendre conscience de ça!

À travers les activités de lecture, Katia avait reconnu la dimension culturelle de l'activité mathématique. Ses expériences personnelles lors d'un échange étudiant en Chine l'avaient convaincue de la nécessité du voyage pour vivre une rencontre véritable avec une autre culture, rencontre qu'elle avait jugée parfois difficile et souffrante. Durant son voyage, elle avait constaté avec surprise des différences culturelles à des niveaux fondamentaux de l'exister humain. Les lectures des textes historiques lui rappelaient vivement ses expériences à l'étranger et soulignaient l'importance de se confronter à la lecture des textes historiques pour reconnaitre véritablement une dimension culturelle à l'activité mathématique. Au final, elle se disait dorénavant plus ouverte aux raisonnements des autres, en particulier ceux de ses élèves, tout comme elle avait su développer un accueil et une compréhension profonde envers la culture chinoise.

— Sinon pour revenir à une image que j'ai, continua-t-elle, ce cours-là pour moi, c'était comme un phare, ça a jeté une lumière différente, c'est un peu quétaine là, mais une lumière différente sur tout ce que je savais déjà.

— Tu veux dire tout ce que tu savais dans la vie? l'interrogea Aliocha.

— Ben non, j'avoue.

— Dans les maths, tu veux dire alors? l'aida Grouchenka

— Dans les mathématiques oui, précisa Katia. Mais c'est juste le fait que ma vision des mathématiques, si tu veux, a changé. Il y a comme une dimension... il n'y a plus rien qui tient là. Dans le sens que, je vais enseigner les maths... mais c'est davantage « les » maths, c'est comme... c'est relatif.

— C'est « des » maths, conclut Martha.

— Oui, c'est ça!

— On dirait oui, ajouta Martha incertaine.

— Tout est relatif... termina Katia souriant étrangement et provoquant le groupe.

Partie 2 : Adversité

Après plus de 45 minutes d'entretien, le groupe apparaissait à l'aise et détendu. Ainsi, certains témoignages avaient encouragé chacun à s'ouvrir davantage et les discussions devenaient plus sincères, intimes et profondes. Il était maintenant question des activités de lecture de textes historiques et de la manière dont celles-ci avaient été vécues par les participants.

— Il fallait qu'on travaille, puis qu'on se plonge, commença Mitia. On avait un bon défi, c'était de...

— ... de comprendre, l'interrompit Martha.

— Oui, de prendre un moment du passé et de le comprendre, puis comprendre ce qui se passe dans ce mouvement de mathématiques là. Puis, je pense que ça déstabilisait beaucoup le fait que des fois, ils disent comme : « Moi, je vais faire telle chose! ». Pour eux, c'est évident que cette chose-là ça fonctionne et que c'est vrai. Puis, nous on dit : « Mais il manque de quoi ici! », on ne comprend pas pourquoi ils font ça.

Lors des lectures, Mitia avait reconnu que les mathématiciens invoquaient implicitement certains théorèmes ou raisonnements. Bon nombre de ces derniers semblaient triviaux pour les auteurs, mais ne l'étaient absolument pas pour lui. Ces éléments implicites l'avaient amené à percevoir les textes comme incomplets, imprécis et manquant de rigueur.

— Oui, on se demande pourquoi il fait telle chose, l'accompagna Martha.

— Pourquoi ils le font, oui, acquiesça Grouchenka.

— Puis là, tu te dis : « Bon, il y avait peut-être un texte à l'époque qui était super populaire, puis que pour eux c'était correct de ne pas le citer, parce que ça fait partie de leur “vie mathématique” », mais tsé, nous, continua-t-il, on l’a pas ce détail-là.

Mitia en avait conclu que la rencontre avec le mathématicien et son œuvre ne pouvait se faire sans connaitre, un tant soit peu, le contexte mathématique et historique.

— Donc, tsé, le travail devenait ardu, continua-t-il. Enfin, pour finir, moi, j’ai vraiment capoté sur les textes, j’aimais ça!

Fort impressionné et ému d'avoir entre les mains des textes d’époques éloignées, Mitia avait ressenti une sorte de vertige durant les lectures. À travers ces dernières, il avait eu l’impression de se plonger dans d’autres époques et de reconnaitre les problématiques et les méthodes des auteurs. Un sentiment de vérité et de franchise par rapport au discours historique se dégageait selon lui des textes. Il s’était senti absorbé, intrigué et excité lors de ces expériences de lecture.

— Ben, on est deux alors! relança Grouchenka. Mais moi, comme je disais dans mon entrevue individuelle, moi, c’est le français des textes…

— Oui, ça, c’est « tough », acquiesça Mitia.

— Oui, c’est quelque chose que j’avais soulevé aussi, appuya Martha.

— Ça a été comme… déjà qu’il y a de la matière en maths qui est quand même avancée, en tout cas pour mon niveau, continua Grouchenka.

— Dans certains oui, précisa Martha.

— Oui, puis en plus de ça, que ce soit dans un français que je ne maitrise pas nécessairement, ça aussi c’était quelque chose de particulier.

Hispanophone, Grouchenka soulignait d'emblée ses difficultés avec la langue française. Elle était convaincue qu'il est très difficile pour les étudiants étrangers qui ne maitrisent pas bien le français de bien réaliser les activités de lecture. Quant à elle, elle avait eu recours à l'aide de Katia qui se lançait plus facilement dans la lecture et dans l'interprétation des textes historiques.

— C'est pour ça que quand Mitia dit « défi », je suis d'accord, poursuivit-elle. Parce que, pour moi, ça a été un défi comme...

— ... culturel là vraiment, l'accompagna Katia.

— Oui; culturel, émotionnel, scientifique... pour moi, ce n'était pas facile. Lui, je l'ai aimé, continua Grouchenka en désignant l'extrait du papyrus de Rhind. Lui, il fallait que je dessine et il fallait que je compare, puis je savais ce qu'il fallait que je fasse.

— Celui sur les Égyptiens, lui dis-je?

— Oui, lui il était bien, acquiesça Martha.

— Il était différent pour tout le monde, remarqua Katia qui se souvenait que le texte était constitué de hiéroglyphes.

— Lui là, par contre, la roue, il est... ouf! Essoufflant! s'écria Grouchenka qui tenait maintenant à bout de bras le texte de Roberval.

— Ben Euclide, c'était quelque chose à lire là aussi, ajouta Martha. Je l'ai relu tantôt, puis si c'était un « f », c'est un « s » ou...

La calligraphie et la mise en page des textes avaient rendu la lecture difficile pour Martha, mais elle avait développé une stratégie de lecture particulière qui consistait à lire à haute voix et assez rapidement les textes. Cela mettait en évidence une certaine sonorité qui lui permettait de mieux comprendre le texte, de mieux l'entendre. Autrement dit, elle donnait ainsi une voie à l'auteur.

— Les activités par rapport au cours… Moi je les ai trouvées cohérentes et complémentaires, me lança tout à coup Katia.

— Ah oui? lui dis-je.

— Heureusement qu'elles étaient là, puis ça m'aidait aussi dans mon par cœur. Je ne m'en rappelle plus de quels éléments, mais c'était comme : « Ah ben oui, c'était intuitif! », puis : « Ah tel auteur aussi, il a eu l'intuition magnifique! », puis je m'en souvenais.

En plus de venir parfois compléter et raffiner certains éléments du cours, les lectures l'avaient rendu plus concret pour Katia. Elle donnait l'exemple d'Archimède qui avait été étudié durant le cours et dont la lecture des textes permettait d'apercevoir concrètement le style et les particularités de son activité mathématique. Il avait alors été possible pour Katia de vivre les questions du cours au travers des lectures. Ce vécu des activités, cette dimension expérientielle, permettait selon elle des apprentissages plus riches qui se déployaient plus longtemps dans le temps.

— Ça faisait écho au cours tu veux dire? lui répondis-je.

— Au cours, oui, c'est ça, qui avait une approche beaucoup plus brute dans le fond, n'y avait pas d'exemples. Les lectures exemplifiaient le cours un peu.

— Alors là, moi, pas d'accord avec toi! s'offusqua Grouchenka. Moi, c'était deux mondes, le cours puis les lectures, c'était comme…

— Ah oui? lui répondit Katia interloquée.

— Deux choses différentes! J'avais pas l'impression d'être capable de faire des liens, ou d'être capable de réinvestir ça.

— Mais t'arrivais à faire des liens, c'était le fun? lui renvoya Katia.

— Oui, ajouta timidement Grouchenka.

— C'était comme : « Eille Grouchenka c'est le fun, c'est pareil! », ajouta Katia qui tentait de la convaincre.

— Oui, mais c'était grâce à toi, rétorqua-t-elle résignée. Tu me laisses toute seule et je suis comme : « Euh... bon ben David Guillemette, je vous apprécie beaucoup, mais ne comptez pas sur moi pour votre recherche, parce que c'est comme... ». Je vous le jure, me fit-elle, le dernier, je lisais et je lisais... et j'étais comme : « Katia! Finis de le lire! Faut que tu m'expliques! J'comprends rien! ». Il y en a qui étaient quand même essoufflants, mais je pense que c'est surtout le français moi qui m'a bloquée.

Grouchanka avait trouvé les textes profonds, éprouvants et exigeants et avouait d'emblée ne pas avoir réussi à comprendre entièrement les lectures. En gardant son courage et avec l'aide de Katia, elle avait continué tant bien que mal. L'incompréhension, le déséquilibre, le manque de confort et la non-familiarité étaient associés pour elle aux lectures. Cependant, elle jugeait ces vécus comme positifs et bénéfiques, puisqu'ils lui ont permis de rencontrer de nouvelles et belles idées.

— Oui, plus on avançait, plus c'était « tough », mais je pense que mathématiquement aussi ça devenait « tough », conclut Katia.

— Moi, c'était le contraire, lança soudainement Ninotchka qui se tenait attentive depuis le début de l'échange.

— Ah oui? lui lançai-je interrogé.

— Moi, le français ne m'a pas bloquée, continua-t-elle.

— Moi non plus! ajouta Katia qui trouvait une alliée.

— J'étais capable de faire abstraction. Les premières lignes c'était plus difficile et après ça j'y arrivais comme je lis tout le temps. Je me concentrais vraiment plus sur le défi mathématique et les liens avec ce qu'on voit aujourd'hui, la manière dont aujourd'hui c'est apporté.

***

Comment peut-on apprendre quelque chose de nouveau? Par quel miracle est-il possible de faire du neuf pour chacun? Les apprenants ne peuvent pas viser directement un savoir puisqu'il est justement inconnu pour eux, pourtant ils s'engagent. Ce n'est qu'*a posteriori*, lorsque ce savoir est venu à eux, qu'ils peuvent faire sens avec ce qu'ils ont fait. Ils ne savent donc pas à l'avance comment orienter leur quête, leurs recherches. Ainsi, les lectures de textes « affectent » les étudiants et suscitent chez eux de la frustration et des émotions parfois négatives. Ils « souffrent » les textes.

— Mais je pense qu'Aliocha voulait dire quelque chose, lança Mitia qui était curieux d'entendre s'exprimer son collègue sur ses expériences de lectures.

— Oui, mais je voulais comme dire quatre choses là maintenant, répondit Aliocha en souriant.

— Va s'y, on t'écoute, lui lança Mitia polisson.

— Ben c'est parce que j'essaye de surfer sur vous là, mais moi l'aspect « défi » m'a beaucoup marqué dans ces lectures-là.

— Voilà! l'interrompit Katia. Justement! Est-ce que je suis la seule à avoir trouvé ça comme un jeu, puis que c'était le fun, que c'était un défi? demanda-t-elle au groupe avec insistance.

— Ben c'était comme des énigmes tant qu'à moi, répondit Martha.

— Pour moi, c'était comme : « OK, je veux le faire! », j'étais enthousiaste, continua Katia.

Elle comparait les lectures à un « déchiffrement de code » et les avait vécues comme des défis amusants qu'elle comparait au jeu *sodoku* ou *mastermind.* Elle avait éprouvé du plaisir à travailler les textes et les avait abordés avec confiance, sachant qu'il devait y avoir un sens caché, et que, du haut de l'histoire, elle pouvait certainement arriver à comprendre les propos de l'auteur.

— Comprendre d'où ça vient, comprendre comment il a fait... ajouta Martha faisant mine d'être tourmentée.

— Oui, surtout qu'on pouvait s'abandonner à ne pas comprendre, répliqua Aliocha, et à faire une erreur, puis à passer à la suite, voir ce qu'on comprenait dans la suite, puis là, cette partie-là, là je comprends pas, je reviendrai plus tard.

Lors de lectures, une difficulté importante pour Aliocha était celle de poser des interprétations sur certains passages obscurs et de prendre appui sur ces interprétations pour continuer. En effet, il fallait selon lui continuellement théoriser sur les propos de l'auteur pour avancer dans la lecture. Théorisation qui demande de la confiance en soi et du courage.

— Oui, oui, oui! lança Katia emballée.

— Puis tsé, je vais bucher, je vais bucher, je vais demander à mes camarades, je vais bucher, je vais bucher, je vais demander à David, je vais bucher et à la fin si je n'y arrive pas c'est pas grave, fit-il avec calme.

— Moi, c'était plus : « Je vais me fier sur Aliocha et Ninotchka », ajouta Martha soucieuse d'exprimer son anxiété face aux lectures.

En effet, elle avait eu l'impression parfois de se retrouver devant un vide durant les lectures, de ne repérer aucun énoncé auquel s'accrocher. Ses interprétations s'accompagnaient immanquablement d'un doute quant à leur justesse et elle sentait le besoin de valider sa compréhension auprès de ses coéquipiers ou du formateur. Ce doute se mêlait parfois à de la colère et de la frustration. Pour Martha, ses difficultés provenaient avant tout d'un problème de communication avec l'auteur. La distance historique et culturelle impliquait un flou interprétatif et la gestion d'un langage différent.

— Moi, je faisais : « Ah bof... », fit Grouchenka résignée.

— Moi, il fallait que je l'aie, c'était : « Je vais le trouver là! », lança Katia.

— Moi aussi, il fallait que je l'aie avant la fin. Sinon j'étais déçue là, je manquais de temps, ajouta Ninotchka.

— Moi, je trouvais que ça m'affectait dans ma façon de me voir, si j'étais pas capable, j'étais comme : « Hein!? T'es ben stupide! », lança Grouchenka désespérée. Voir que des gens comprennent ça, et on est en maths, et que moi je ne comprends pas!

— Mais moi, en voyant le nom des auteurs, je me suis dit que c'était normal, ajouta Martha sur un ton résigné.

— Moi, le soir même, je trouvais la preuve en deux secondes, il fallait que je la trouve là. J'étais comme : « Ah, voir que...! », continua Katia enthousiaste.

— Elle là, elle finissait les lectures chez elle, commenta Grouchenka. M. Roberval là, elle l'a fini chez elle et elle disait : « Eille, j'ai trouvé une autre façon de le résoudre! ». C'est comme : « Bravo Katia! Merci de me mettre en face que je n'ai pas réussi! », se lamenta Grouchenka à nouveau.

— Mais non! C'était pas ça! lui lança Katia affligée par les propos de sa collègue.

— Je le sais, mais comme vous avez pris les mots défi et jeu... moi non, termina-t-elle brusquement.

Le groupe reprit son souffle pendant quelques secondes. Entre le jeu et l'épreuve, l'excitation et les lamentations, l'écart se faisait sentir.

— Aliocha, je pense que tu avais autre chose à dire? relança doucement Mitia.

— Oui, mais euh... commença-t-il embêté.

— Oui va s'y, lui lança Katia.

— L'aspect, les activités sont bien complémentaires au cours, balbutia-t-il timidement.

— Tu as eu cette impression-là aussi? Je pense que Katia l'avait soulevée auparavant, lui lançai-je.

— En fait, on a fait une ou deux fois du travail mathématique dans le cours, reprit-il, mais la plupart du temps c'était du travail historique. Et puis, moi, je ne suis peut-être pas d'accord avec Grouchenka qui dit que c'est deux choses très différentes. Oui, les textes ne sont pas matière à évaluation, c'est plutôt du travail mathématique, c'est pas tant du travail historique qu'on avait besoin de retenir pour le cours, mais ça nous met quand même dans le même dépaysement que Louis nous plonge en mettant des cartes, des photos...

— Des images, de l'architecture, des statues... ajouta Martha.

— Oui, des images, puis ça, c'est une autre image en quelque sorte de l'époque, fit Aliocha en désignant les textes au centre de la table.

— Tu nous mettais en face d'un artéfact! me lança Katia.

La remarque de Katia avait stoppé net la discussion. Tous semblaient reconnaitre la justesse de l'observation.

— Oui, fit Aliocha songeur.

— Puis, c'est ça qui était riche. Excusez-moi, je voulais juste compléter, parce que c'était approprié comme conversation, fit Katia au groupe dans l'espoir qu'il se réanime.

***

Affectivité! Affectivité? Elle apparait éminemment de l'ordre de l'épreuve, car elle est vulnérabilité, exposition à l'outrage, blessure sur la peau lisse du Même. Mais n'est-elle pas aussi réponse? Riposte plénière à une provocation non thématisable. Pensées, créations, volontés, se déploient sur le fond d'un affect, car l'affectivité est exposition à l'Autre, c'est-à-dire exposition sans retenue, exposition de l'exposition, et ainsi, expression, un Dire sincère et franc.

— On a parlé du défi tout à l'heure, mais que ressent-on quand on lit les textes, qu'est-ce qu'on éprouve? lançai-je au groupe.

— Je dirais de l'angoisse là, confia tout de go Martha, de l'angoisse à vraiment vouloir comprendre, puis réussir.

— Tu passes par plein de sentiments là, commença Grouchenka.

— Plusieurs émotions pour vrai là, confirma Mitia.

— Par exemple? leur lançai-je

— Mais tsé, ça commence t'as l'excitation, tu te dis : « Wow, je vais rentrer dans un texte », commença Mitia.

— Un autre! lança Martha qui faisait une mine découragée.

— Après tu commences ton texte et là tu commences à subir la rage, t'es fâché : « Câline, j'y arrive pas! », cria Mitia.

— Parce que tu comprends pas, ajouta Grouchenka.

— Puis là, on angoisse! persista Martha.

— Ben moi, j'ai pas ressenti d'angoisse, s'arrêta Mitia.

— Moi, j'ai angoissé en plus, confirma Martha.

— Et là tu commences à travailler, continua-t-il en ignorant les plaintes de Martha, et là tu la sens là l'espèce de persévérance : « Faut que j'y arrive! ». Donc, tu ressens ça, puis là tu recontinues à t'enrager. Comme la fois où il était en train de faire des limites, mais il n'expliquait pas que c'était des limites, il divisait par zéro, après il ajoutait zéro...

Mitia faisait référence au texte de Fermat et à son utilisation des infiniment petits. Pour lui, et ce texte en était un bel exemple, les mathématiciens avancent sans filet vers de nouvelles avenues. Ce n'est que plus tard que leurs avancées sont confirmées, corroborées. Saisissant ainsi une liberté qui se déployant à l'intérieur des textes et il avait réagi par un certain agacement.

— Toi t'es resté avec ça sur le cœur, lui lança Aliocha avec le sourire en coin.

— Ah mon Dieu! Ça, c'était fâchant! s'écria Martha pour accompagner Mitia.

La reconnaissance des objets et processus mathématiques posait problème pour Martha, puisque ceux-ci se présentaient sous des formes qu'elle jugeait saugrenues. Parfois, leur convocation était même absente ou leur présence restait implicite. Une certaine liberté de l'auteur lui était apparue, liberté qui la troublait et qui la sortait de sa « zone de confort ». Comme Mitia, elle qualifiait d'« illégaux » certains gestes des mathématiciens.

— C'est des détails de même que tu fais comme : « Ben, aujourd'hui ça se fait pas! », continua Mitia. Puis pour vrai, toutes ces émotions-là... Et t'arrivais à la fin de la période, t'était heureux, tu disais : « J'ai passé par ben des émotions ».

— Mais il restait une satisfaction à la fin, avoua Martha.

— Tu as la satisfaction, ça oui. C'est comme une gamme d'émotions qui est passée là-dedans, conclut-il.

— Tantôt on parlait de l'échec, mais moi, j'étais quand même heureux même si j'avais un échec, avança Aliocha. J'avais une moins bonne estime de moi, mais j'étais quand même heureux d'avoir fait un travail, puis d'avoir avancé et d'avoir...

— ... d'avoir découvert, compléta Katia.

— Oui, fit-il.

— Moi, c'était une découverte à chaque fois, continua-t-elle.

— Ça dépend quand même d'une confiance en soi genre, si on va plus loin... ajouta Grouchenka.

— Ah oui?! lui fit-je intéressé.

— Oui, parce que moi je suis quelqu'un de très insécure, continua-t-elle. Tu me mets là-dedans et moi, c'est clair, c'est comme : « Ah! J'ai hâte, je vais apprendre quelque chose de nouveau, j'ai hâte! ». Je me ramasse à la troisième ligne, je ne comprends rien, je suis comme : « Sti que t'es inutile Grouchenka, tu sers à rien, tu t'en va enseigner les maths et tu ne sais rien faire! », cria-t-elle avec véhémence. Puis là comme : « Bon, Grouchenka, on se concentre! ». Tu fais : « OK, ben là, il faut que, comme dit un de mes profs, il faut que tu te restabilises »

— Qu'est-ce que ça veut dire? lui demandai-je.

— C'est comme tu effaces tout ce que tu viens de vivre et tu recommences à zéro, répondit-elle. Parce que, pendant que tu lis, tu vis plein d'émotions, puis tes émotions t'empêchent de vraiment comprendre, puis faut vraiment à un moment donné que tu fasses abstraction de ça et que tu te dises : « OK! Bon, ça y est, j'écris, puis j'essaie de comprendre ».

— Quelles émotions t'empêchaient d'avancer? continuai-je.

— C'est comme : « Elle est stupide! ». Je me trouvais incompétente, je me trouvais vraiment incompétente. On nous exige tellement d'être compétents dans ce qu'on va faire, puis ça, ça reste en lien avec l'enseignement qu'on va faire...

Ambivalente, Grouchenka alternait entre le sentiment d'incompétence et la fierté d'avoir été à la rencontre de ces auteurs qu'elle estime. Fascinée et intéressée par les lectures, elle n'en restait pas moins affligée par les difficultés qu'elle avait rencontrées et l'impression de ne pas être à la hauteur.

— Il y a des gens qui ont ressenti ça aussi, le sentiment d'être démuni, incompétent? fis-je au groupe.

— Ah! Moi complètement! s'exclama Martha

— Dans cette vague-là, quand j'y arrivais pas, continua Katia, c'était plutôt l'orgueil qui embarquait.

— Voilà! s'écria Grouchenka. C'est comme je te le dis, c'est la façon d'avoir confiance en soi.

— Ça fait un travail sur la confiance en soi. Ça, c'est sûr! conclut Aliocha.

Aliocha n'avait de cesse de mettre en avant le rôle crucial de l'affectivité dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques. Celle-ci concernait pour lui particulièrement les attitudes envers la discipline, l'anxiété et la confiance en soi. Il s'agissait d'une thématique chère à Aliocha.

— Ça c'est sûr, acquiesça Grouchenka, c'est comme, tu sors de là et tu as la satisfaction quand ça va bien, mais quand ça va pas bien, t'es comme...

— Ben moi, j'avais quand même eu de la satisfaction, répondit-il.

— Moi, j'étais avec ces deux-là très calés, lança Martha qui pointait Aliocha et Ninotchka. J'étais comme : « Ben écoute Martha, t'es bonne en mathématiques "du secondaire", donc tu dois regarder sur leurs feuilles! ».

L'ironie et l'autodénigrement de Martha faisaient sourire le groupe qui, à l'exception de Grouchenka, écoutait avec détachement.

— Moi aussi, j'étais satisfaite à chaque fois, ajouta Katia, mais avec une petite pointe sur l'orgueil là, dans le sens que j'y retournais le soir et il fallait que je trouve la formule.

— Mais en fin de « bac », tu deviens habitué, lui répondit Martha, il y plein de cours de maths que tu es moins fort, puis là... un de plus...

— Moi, j'ai pas essayé de mettre mes émotions de côté, ajouta doucement Aliocha. Oui, j'avais de la rage ou de la satisfaction ou de l'angoisse ou de l'incompréhension, mais je misais là-dessus, je me disais : « j'angoisse sur quoi », « c'est quoi que je ne comprends pas », « c'est quoi que je comprends »...

— Mais là, ça, c'est la gestion émotionnelle, Grouchenka et moi, on est des filles très très émotives. Donc, ça nous rentre plus dedans, rétorqua Martha. C'est ce que mon chum me dit souvent...

— Énormément! acquiesça Grouchenka

— Mais ça veut dire que vous faites un « blackout » des émotions afin de pouvoir fonctionner? lui demanda Aliocha déconcerté.

— Ben moi, non, pas nécessairement, répondit-elle.

— Parce que c'est ce Grouchenka disait tout à l'heure, renvoya-t-il.

— Oui, Grouchenka, c'est ça qu'elle disait, confirma Martha ne sachant plus sur quel pied danser et renvoyant la question à sa collègue.

— Non, moi, faut que je fasse abstraction, répondit Grouchenka, sinon je ne suis pas capable de fonctionner.

— Moi, je vais continuer à les ressentir, mais je vais être comme : « Hiiii! », je vais être pompée, ajouta Martha.

— C'est ça, il faut que tu les contrôles sinon ça te bloque, continua Grouchenka.

— Moi, commença Katia, je suis obligée de carburer à l'émotion, justement, c'est vraiment....

— C'est un gros travail de gestion, conclut Martha.

— Moi, j'ai fait un travail là-dessus par rapport aux premières activités, repris Aliocha. Tsé, durant la première activité, j'étais vraiment choqué de ne pas pouvoir fonctionner, puis tsé j'ai eu les sueurs là!

— Ah, mais tu vois moi les premières activités ça a été les plus faciles pour moi, lui répondit Martha.

— Moi aussi, les deux dernières, pour moi c'était comme : « Euuuhh! », acquiesça Grouchenka.

— Moi, c'est à la fin que je fonctionnais bien aussi, confia Katia.

— Puis à la fin j'étais tellement content d'avoir compris que j'ai refait tous les autres, reprit Aliocha. Puis j'en ai inventé, puis j'en ai refait, puis je disais : « Ben, OK, t'en a fait une dizaine, mais je pense que tu as compris, c'est correct! », ajouta-t-il en riant. Mais, j'ai fait un travail sur ma gestion émotive, j'étais pas comme ça dès le premier atelier.

— Moi je ne suis pas passée par toutes ces émotions-là, ajouta Ninotchka.

— Qu'est-ce que tu as ressenti Ninotchka? lui demandai-je.

— C'est juste comme un grand défi, comme quand t'es en bas d'une montagne et que tu te dis : « OK, faut que j'arrive en haut », puis tu marches et en haut t'es content d'être arrivé. C'est juste que des fois t'es déçu de manquer de temps pour te rendre, mais je savais que je serais capable d'y arriver dans le fond.

— Ah, mais c'est ça, tu l'as! l'interrompit Martha. Tu le savais que tu étais capable d'y arriver. Moi, je ne savais pas si j'étais capable ou non.

— Encore la confiance en soi! C'est ça! poursuivit Grouchenka.

— Mais moi, je ne suis pas passée par de la rage ou tout ça là, peut-être de la frustration, continua Ninotchka.

— Plus frustration que rage, précisa Grouchenka.

— Oui, mais même, je ne suis pas passée par de la frustration non plus. C'était plus un défi et je me disais : « OK, je veux y arriver, je veux le résoudre, je veux arriver à le faire! », puis, ben souvent, c'était le temps là qui arrivait à manquer.

L'argument de la confiance en soi était mis en doute, un silence en témoignait. La perception d'une confiance en soi « déficitaire » qui résumait jusqu'à présent les réactions négatives pouvait de moins en moins couvrir la relation des participants aux textes. Affectivité, adversité et altérité se voyaient interrogés.

— Moi, des fois, ajouta Martha, c'était le découragement, si j'ai un mot à donner là. Moi, à un moment donné là, justement un peu comme Grouchenka, sur le français... Comme toi t'étais bonne, fit-elle à Ninotchka, ça allait bien, mais moi, de nature, quand je lis, je lis les mots et je lis les syllabes, je ne suis pas capable de... Un mot, je vais le reconnaitre, mais quand je lis des textes longs... J'étais découragée.

— Pour moi, c'était comme monter les derniers mètres d'une montagne, continua Ninotchka, c'est comme : « Là là! On va y arriver! On lâche pas! ».

— Oui, avec une charge sur toi... ajouta Martha piteuse.

— Oui, avec une charge si tu veux, ajouta Katia, mais à un moment donné, je ne sais pas si tu as déjà monté des montagnes, mais ça devient mécanique genre, tu avances parce qu'il faut que tu avances... Tu suis le sentier puis t'avances...

— Oui, c'est ça! répondit Ninotchka.

— Tu passes à travers le texte, parce qu'il faut que tu avances, reprit Katia.

— Mais pour garder l'allégorie de la montagne, s'avança Aliocha, admettons que j'ai une montagne de 10 kilomètres à montrer, puis là pendant le cours je vais à une certaine vitesse constante. Il restait peut-être 10 minutes, moi j'avais parcouru huit kilomètres. Je voyais à la vitesse que j'allais, je savais que j'arriverais pas à la fin. C'était pas un sentiment d'abandon que j'avais, mais plus celui de profiter de la vue...

— J'aime ça! lui fit Katia.

— Oui, mais quand t'es en montagne, tu ne la vois pas la vue et tu te dis : « OK, faut que je redescende... », rétorqua Ninotchka.

— Non, non, je m'arrêtais là, continua Aliocha, je savais qu'à la fin on allait faire un « wrap up ». Puis, je regardais la vue; « Ah, mes camarades, il y en a qui sont plus haut, d'autres plus bas », « Moi, qu'est-ce que j'ai fait? », « C'est quoi le paysage mathématique ici? ».

— Faudrait que je gère mes émotions comme toi, lui fit Katia en riant.

— Oui, faudrait tous qu'on ait les émotions comme toi là, lança Grouchenka.

— Oui, il est un peu trop zen, conclut Ninotchka tout sourire.

Partie 3 : Empathie

Il s'était maintenant écoulé plus d'une heure depuis les premiers échanges. L'après-midi s'étirait et j'abordais avec les participants les derniers thèmes de l'entretien. De manière plus frontale et directe, il allait être question de leur vécu du dépaysement épistémologique. La parole était prise.

— Moi, mon dépaysement que j'ai vécu, commença Mitia, c'était beaucoup quand on avait les images. Quand t'avais les images, tu voyais, tu comprenais un peu plus l'époque; comment c'était, comment les personnages étaient, comment ils vivaient... Mais je l'ai eu davantage en faisant les textes, parce que quand on lit les textes, t'es obligé de faire cette compréhension-là, de comment est l'époque, si tu veux comprendre le texte, sinon tu n'y parviendras jamais. Donc, à ce moment-là, tu te sens un peu dépaysé, parce que justement tu veux lire le texte, mais ce n'est pas écrit d'une façon qu'on écrirait les mathématiques de nos jours.

— Il faut que tu comprennes comment « eux » ça fonctionne à cette époque-là pour être capable de comprendre le texte, ajouta Martha.

— C'est comme d'office plus dépaysant, peu importe, lança Aliocha.

— Vraiment! s'écria Martha, les mots qu'ils employaient, par exemple, le vocabulaire.

— Un bien, pour l'algèbre là, un bien, un gain... commenta Grouchenka qui faisait référence au texte d'al-Khwarizmi.

— Un bien, un mal, une racine... c'est pas les mots auxquels on est habitué, précisa Martha.

— Ben racine, c'est utilisé aujourd'hui, remarqua Mitia.

— Oui, mais c'était pas la même chose, rétorqua Martha.

— C'était pas dans le même sens, ajouta Grouchenka.

— C'est vrai, acquiesça Ninotchka.

— Le texte du marchand, ça a été long avant que je comprenne que... je me souviens plus du mot, mais que je comprenne que c'était une personne finalement ce mot-là, lança Martha qui cherchait à faire rire ses collègues.

— Autres choses que vous avez vécues? relançai-je

— Moi, je suis allé avec mon bagage culturel, commença Grouchenka. On le sait tous, je suis immigrante. C'était dépaysant, oui, parce que quand tu arrives dans une autre culture, tu ne connais rien. Et c'est que, moi, quand j'embarque dans les textes, j'y connais rien. Et tout mon parcours, ça a été de trouver le moyen de connaitre, trouver le moyen d'apprendre, puis c'est exactement ça que j'ai vécu. C'est comme ça, tu commences, t'es dépaysé.

Grouchenka associait les mots dépaysement et passion, car elle soulignait qu'il faut de la passion et de la volonté pour s'adapter lorsque l'on est en situation de dépaysement. Elle reconnaissait la nécessité d'une ouverture et d'une empathie dans ce contexte. Sa propre situation d'immigrante lui avait permis de reconnaitre le courage nécessaire pour s'adapter à une nouvelle culture. Il en allait de même, selon elle, pour le dépaysement vécu lors des lectures. Dans le dépaysement, elle avait été confrontée à ses propres conceptions et à ses propres manières de faire en mathématiques, elle avait dû s'adapter et dégager plus de souplesse. Le dépaysement avait été vécu par Grouchenka, en association avec son vécu d'immigrante, comme une rencontre avec une culture étrangère, une nouvelle réalité en mathématiques.

— Comment on se sent quand on cherche à connaitre quelque chose qui est loin de nous? lui fis-je intéressé.

— Je ne sais pas comment le dire, répondit-elle embarrassée. Il faut que tu trouves le moyen, il faut que tu te donnes des moyens de comprendre, reprit Grouchenka. Parce que tu n'auras pas tout le temps quelqu'un qui va venir t'aider. Là, j'avais Katia, mais dans ma vie de tous les jours, je ne l'ai pas toujours, donc il faut que je me crée un moyen de le faire par moi-même.

— Ta vie est un combat! lança Katia ironique.

— Oui, vraiment, t'a même pas idée, lui répondit-elle gravement. Surtout à l'école, moi, j'enseigne pas les mathématiques parce que je suis forte en mathématiques. J'enseigne les mathématiques parce que si je me suis rendue jusque-là, c'est parce que j'ai passé à travers tout ce qui a été difficile par moi-même, et avec l'aide des autres. Puis ce texte-là me mettait directement avec cette réalité que je vis depuis que je suis arrivé ici. C'était pas pareil, tout était nouveau quand je suis arrivée ici, puis ce texte-là, tout est nouveau pour moi.

Le groupe se tut un moment. Les propos de Grouchenka qui s'avéraient de véritables confidences semblaient toucher les participants par leur sincérité et leur profondeur. La métaphore du dépaysement prenait une forme concrète et visible.

— Oui, la nouveauté, lui dis-je.

— Oui, la façon d'écrire les maths, la façon d'écrire le français, la façon dont le raisonnement est fait. Il y en a un qui parle de choses vraiment très naturelles de la vie de tous les jours, un marchand, un gain, un truc... Puis d'autres qui parlent d'ellipse et de roulette...

— Ça t'a poussé à revivre le dépaysement que tu avais vécu en faisant des apprentissages? lui demanda Aliocha intéressé.

— Ah oui! Oui, complètement, mon dépaysement, comme culturel, est vécu automatiquement en lisant ces textes, répondit-elle.

— Mais en maths là!? lui fit Ninotchka.

— Moi, c'était comme... même chose. Mais, tout le monde ne voit pas le dépaysement pareil, répondit-elle incertaine.

Je voyais les participants devenir songeurs et méditatifs.

— Qu'est-ce que vous en pensez? demandai-je alors au groupe.

— Moi, je suis complètement d'accord, commença Martha. Des preuves dans des paragraphes comme ça, avec des phrases, puis des racines carrées, une affaire longue comme ça; « quand est-ce que ça finit? », « qu'est-ce qui est en dessous de la racine? », « qu'est-ce qui ne l'est pas? », le point, la virgule... Puis justement, ce texte-là, celui de Nicolas Chuquet, si je ne me trompe pas, son premier, ça a été par force d'analyse des phrases dans le fond que j'ai pu deviner : « Ah! OK! Racine carrée dans le fond ça se termine avec le point, puis ce qui est écrit après, c'est une addition, c'est autre chose! ».

— Tu dis : « Il faut que je devine! »...? lui fis-je.

— Oui, ben vraiment! répondit-elle du tac au tac.

— C'est hyper intuitif, ajouta Grouchenka.

— Qu'est-ce que tu veux dire par « intuitif »? lançai-je à Grouchenka.

— Ben ça fait du sens, puis ça marche, répondit-elle.

— Il faut se fier à son intuition pour comprendre, compléta Martha.

— C'est comme Newton et sa gravité, ben c'est beau la gravité, ça marche, je l'ai prouvé comme des années après... ajouta Grouchenka.

— La pomme est tombée, lança Martha

— Une pomme tombe, c'est sûr qu'il y a quelque chose qui régit ça, mais je ne l'ai pas encore trouvée, mais c'est sûr, c'est comme, tu devines à quelque part et tu te bases sur tes instincts, termina Grouchenka.

— Pour répondre à ta question, reprit Katia, quand tu as demandé : « Comment on se sent quand on va vers la découverte? », je pense qu'il y a un côté un peu personnel là-dessus. Il y en a qui sont très très insécures dans la découverte, et il y en a qui sont très...

— ... à l'aise, compléta Grouchenka.

— Moi, dans mon cas, je suis fascinée, continua Katia, chaque petit détail, c'est comme : « Wow! », une illumination, pour revenir à mon phare. Fascinée à chaque ligne. Puis pour le dépaysement, il y a une différence à faire entre être dépaysé culturellement, dépaysé géographiquement et dépaysé historiquement. Parce que c'est dans la chronologie, en tout cas, moi, en tant que francophone, que j'ai été la majorité du temps dépaysée. Quand on lisait, mettons Fermat ou Roberval, c'est du vieux français, là c'est un léger dépaysement je dirais.

Katia n'avait pas ressenti de dépaysement lors de toutes les lectures. En effet, il lui avait fallu un choc important et des découvertes bouleversantes pour se sentir dépaysée. Elle associait le vécu du dépaysement à l'étonnement et à la fascination.

— Culture et histoire, pour toi, c'est pas tout à fait... lançai-je à Katia.

— C'est deux choses, c'est un dépaysement, mais c'est pas le même, comme je ne l'ai pas vécu comme Grouchenka. Grouchenka, on l'a envoyé dans un vieux français… Je trouve en tout cas.

— Puis vous me lâchez! gémit Grouchenka ironiquement faisant mine de se plaindre piteusement.

— Eh oui! lui fit Katia rieuse.

— Pauvre enfant! lui fit Martha ironique à son tour.

— Ça reste une syntaxe similaire je dirais, repris plus sérieusement Katia, c'est peut-être pour ça qu'on arrivait à lire, parce que les mots changeaient, mais la syntaxe restait sensiblement la même. En tout cas, il y a surement une analyse linguistique à faire de ça là! Mais il y a des choses qui restaient pareil dans le langage, mais qui, pour Grouchenka, un détail faisait en sorte qu'elle avançait moins vite que les autres. C'est correct si je dis ça? Lui lança-t-elle.

— Oui, oui, accorda-t-elle.

***

Nous regardons ce que font les élèves et entendons ce qu'ils disent, mais il nous est difficile d'apercevoir ce qu'ils « sont » en mathématiques. Une relation avec un être infiniment distant, c'est-à-dire qui déborde son idée, comme celle qui s'établit devant le visage de l'Autre, est telle que toutes questions posées « sur » la signification de cet être restent vaines. C'est qu'il nous est naturel de s'interroger « sur » les élèves, mais il est plus difficile de simplement les interroger, de leur faire face. Nous oublions que cette interrogation, ce Dire à Autrui, cette relation à Autrui comme interlocuteur qui s'offre, précède tout « discours sur », tout « dits ». En d'autres mots, il est difficile pour l'enseignant de regarder la classe, de répondre présent. Curieusement, cette difficulté semblait se révéler au groupe.

— Qu'est-ce que vous pouvez dire sur votre expérience, sur ce vécu particulier d'être dépaysé? lançai-je au groupe

— Toi, tu relies ce vécu avec un dépaysement passé que tu as vécu, lança Aliocha à Grouchenka. Moi, je le relie plus à un dépaysement futur. Celui que je vais faire subir aux élèves, qui vont eux aussi avoir à construire des connaissances face à des choses qu'ils n'ont jamais entendu parler, ou qui en ont entendu parler beaucoup en mal...

— « Algèbre! Aaaah! », cria Martha qui faisait une mine effrayée.

— ... ils vont vivre des émotions un peu semblables à ce que moi je vis, continua Aliocha. Ils vont vivre des choses que, moi, je me rends compte là en ayant un document historique dans les mains. Puis c'est un peu aussi des documents à saveur historique qu'on leur fait vivre, parce que, les mathématiques, pourquoi ça a une place aussi forte dans l'école, c'est de nature historique.

— Oui, bien sûr, répondis-je.

— Lui, l'élève, quelle image il va appeler? Quel sens il va donner? Qu'est-ce qui va faire quand il a une erreur? Qu'est-ce qui va faire quand il va bloquer? Moi je cherche mes référents et je cherche mes outils personnels quand je vis un dépaysement comme celui-là. C'est quoi? À quoi je peux relier ça dans ma vie personnelle? Comment est-ce que je peux relier ça à ce que je sais déjà? Donc, l'élève, lui quand il vit un dépaysement, c'est un peu ça aussi. Qu'est-ce que je connais qui peut m'aider là-dedans? Comment est-ce que je peux relier ça avec quelque chose que je connais? C'est tout un travail mathématique qu'il va avoir à faire...

Pour Aliocha, les lectures permettaient de redécouvrir autrement les notions du secondaire et ainsi de vivre et reconnaitre ce que l'élève vit en situation d'apprentissage. Il mettait ainsi en parallèle l'impuissance et le désarroi des futurs maitres devant les textes avec le vécu des élèves qui explorent de nouveaux objets et processus mathématiques. Les expériences de lectures et de dépaysements l'avaient amené à se construire une nouvelle vision des mathématiques, à poursuivre ses réflexions épistémologiques et à développer ses compétences affectives en mathématiques. Il se sentait maintenant plus outillé pour accueillir les difficultés de ses élèves et intervenir lorsque ceux-ci vivent des chocs ou font des erreurs.

— Est-ce que vous êtes d'accord avec ce genre de choses? fis-je au groupe en voyant que les propos d'Aliocha laissaient les participants méditatifs.

— Oui, je comprends oui! répondit Katia enthousiasmée.

— Oui, je comprends où Aliocha veut en venir... mais si seulement les élèves étaient capables de faire des liens, ajouta Martha.

La remarque fit rire Aliocha.

— Non, mais pour vrai! s'exclama Martha piquée à vif.

— Ça, c'est ton CST de 5! lui répondit-il en souriant.

— Non, mais pour avoir fait mon stage en secondaire 5, autant en CST, en TS, qu'en SN... reprit Martha.

— Ben oui! fit Aliocha avec nonchalance.

— ... ils ne font pas de liens, parce qu'il y a eu un manque avant dans leur éducation en maths.

— En maths?! rétorqua-t-il agacé.

— C'est qu'on leur a pas enseigné à faire des liens. Si Aliocha est capable d'amener ses élèves à faire des liens... Je vais essayer moi aussi. C'est sûr que je vais essayer, mais si seulement ils pouvaient le faire, et voulaient le faire, poursuivit-elle péniblement.

— Des liens entre quoi et quoi?! Je ne suis plus la conversation, s'introduisit Katia tout à coup.

— En fait, lui répondis-je, je pense qu'Aliocha voulait dire, tu me corrigeras si je me trompe, que, par exemple, les élèves de Martha en secondaire 5 ont du mal à faire des liens... ben c'est ce que vous avez vécu lors des lectures, cette difficulté à faire des liens.

— Ben oui! fit Katia soudainement éclairée.

— Clairement! Mais c'est parce que tu le fais par toi-même, ajouta Grouchenka qui restait songeuse.

— C'est un peu ce que tu veux dire, non? lançai-je à Aliocha.

— Oui, oui! répondit-il.

— Mais Aliocha disait qu'il était allé rechercher dans ce qu'il savait pour s'aider, reprit Martha. Je me souviens que pour certains trucs, j'ai été capable de le faire, parce que je comprenais. Tsé, je ne suis pas si mauvaise en maths.

— Bien sûr! lui fis-je étonné de sa remarque.

— Ben je pense que, pour les élèves, faut pas généraliser, ajouta Ninotchka. Il y en a qui sont capables de faire ça aussi d'aller chercher dans leurs connaissances puis de construire à partir de ça.

— Oui, admit Martha.

— Puis il y en a qui, comme ce que vous contiez tantôt, je me disais : « Ah, mon dieu, mes élèves, quand je leur enseignais ça, c'est ça qu'ils ressentaient! », et j'étais comme... tu le vois dans leur visage... continua Ninotchka qui semblait illuminée. Parce que ça te touche là de ne pas comprendre, peu importe l'élève, quand t'es pas capable de faire le lien, c'est fâchant et c'est frustrant. Puis c'est un peu ça qui ressort, pour moi en tout cas, dans vos récits, je voyais vraiment la classe et les différents types d'élèves dans ma classe, puis je me dis : « OK, oui, lui il a ressenti ça probablement, quand je lui ai enseigné ça... ». Puis, tsé, tu peux jouer sur ces sentiments-là aussi. Ça aide là de faire la discussion ensemble, je trouve que ça aide à les comprendre.

— C'est ça! fit Katia qui était d'accord au point de ne plus pouvoir s'exprimer.

— Puis ça aide à avoir un meilleur bagage pour pouvoir travailler, puis les aider à faire ces liens-là, termina Ninotchka.

Aliocha, qui souriait fièrement, hochait la tête en regardant le groupe.

— On est tous différents là, conclut Martha qui avait du mal à partager l'enthousiasme du groupe.

— Clairement, je suis... lança Katia émue. J'allais dire que j'étais vraiment contente d'avoir cette discussion-là maintenant. Parce que j'avais tout le temps pensé que… peut-être parce que j'ai pas été déstabilisée souvent… sans arrogance là! C'est juste comme en classe… j'écoutais pas et j'étudiais...

— Dans les ateliers ou dans la vie? lui demanda Aliocha.

— Euh non! Au secondaire on s'entend! Plus tard, c'est une autre histoire…

***

Le groupe continuait à s'interroger sur le parallèle établi entre le vécu des lectures et celui des élèves en situation d'apprentissage. Interprétation d'un côté et résolution de problème de l'autre, ces deux mondes étaient apparemment distincts. En écoutant les participants, une question me venait constamment à l'esprit : au fond, quelles sont les retombées de ces exercices d'herméneutique pour leur formation?

— D'après vous, leur lançai-je, qu'est-ce qu'il y a de différent entre les lectures de textes comme celles-là, que ce soit avec les élèves ou dans la formation des enseignants, et les problèmes mathématiques comme on fait plus classiquement?

— C'est simple, la façon de faire est déjà là! lança aussitôt Grouchenka. Mais tu n'adhères pas nécessairement à cette façon de faire là. C'est pour ça que les textes sont beaucoup plus exigeants. Les élèves eux ont quand même une marge de manœuvre.

— Oui, tout est là, c'est ça que tu veux dire? La solution est là dans le texte? lui demandai-je.

— C'est ça, tout est là! fit-elle. Donc, tu vas toujours arriver à la solution, si tu fais pareil à ce qu'ils te disent, mais il y a peut-être d'autres façons, puis c'est ce que je trouve cool avec les problèmes de résolution.

— Donc ce n'est pas tout à fait la même chose que les problèmes ordinaires? l'interrompis-je.

— Non, non! répondit-elle. Parce que toi-même tu as ta marge de manœuvre. Ici, ta marge de manœuvre est définie par ce qu'eux ils veulent, donc il faut que tu comprennes ce que « eux » ils veulent et pas autre chose.

— J'aimerais parler!! lança Ninotchka qui se tortillait depuis un moment sur sa chaise. Ce que je voulais dire c'est que je ne suis pas d'accord avec ça. Parce que quand je lisais le texte, j'essayais de faire le lien avec ce qu'il y a aujourd'hui, et la manière dont moi je fais le lien n'est pas la même que celle d'Aliocha par exemple. Puis on était tous capables de faire ça de manière différente, tsé de retrouver dans le texte ce qui était dit de manière différente, un peu comme les élèves font. Puis même que je trouve que dans l'enseignement aujourd'hui…

— … c'est pas mis en valeur, compléta Aliocha.

— Avec nos stages, avec nos enseignants associés, continua Ninotchka, c'est pas ça qui est mis en valeur les façons différentes de pouvoir résoudre un problème. C'est plutôt : « Je te donne la structure et tu me fais telle étape en premier, telle étape en deuxième, telle étape en troisième et tu vas arriver à la solution, c'est ça que je veux ». Et quand tu donnes, comme ça, des problèmes aux élèves où justement il faut que tu réfléchisses, puis que tu n'as pas nécessairement la marche à suivre, ils sont complètement déstabilisés. Ils n'aiment pas ça là.

— Ils n'aiment pas ça? demanda naïvement Katia au groupe.

— Ben non! répondit aussitôt Martha.

— Ça dépend… reprit Grouchenka.

— Ça dépend des groupes, précisa Ninotchka.

— J'en n'ai pas eu assez, fit humblement Katia.

— Ça dépend des élèves, ça dépend des types d'élèves. Des élèves qui sont forts habituellement quand tu leur donnes ça, ils aiment pas ça.

— Oui, ils aiment pas ça, acquiesça difficilement Martha.

— Ceux qui ont de la difficulté d'habitude quand ils ont la marche à suivre…

— … ça les rassure, compléta Grouchenka.

— Ça les sécurise, compléta Katia.

— Oui, ça les sécurise, puis ils deviennent excellents dans cette méthode-là, conclut Ninotchka.

— Moi, je pense que ta question portait sur où ces activités-là sont bien situées, me lança Aliocha. Puis là, je pense qu'on parle en termes de dépaysement que nous on a vécu. Moi, je parle des liens avec les dépaysements que les élèves vivent. Mais je pense qu'on manque beaucoup de transposition de ce dépaysement vécu envers le dépaysement de l'élève.

Pour Aliocha, l'histoire des mathématiques bouscule les perspectives épistémologiques des futurs enseignants envers leur discipline. Ces changements de posture sont dus à la rencontre et au dialogue avec différentes manières de voir et de faire les mathématiques. Ces bouleversements épistémologiques provoquaient selon lui des changements d'attitudes envers les mathématiques et augmentaient les compétences affectives en mathématiques. Dès lors, il se questionnait sur la possibilité pour les futurs maitres de transmettre ces compétences affectives à leurs élèves.

— Oui, poursuivit-il, on parle de nos émotions, on parle pas de notre... ben tsé, on n'en parle pas parce qu'on n'a pas non plus 45 heures à mettre là-dessus... Quoiqu'on avait ces 45 heures, mais elles sont « bullshitées » par l'université! termina-t-il avec véhémence.

Tous se mirent à rire de la boutade d'Aliocha.

— Ben pas dans ce cours-là, ajouta Ninotchka plus sérieusement.

— Pas dans ce cours-là, acquiesça-t-il, mais on a des cours de métacognition qui parlent de ces réactions émotives qu'on a sur la construction des connaissances qu'on va avoir, et sur les référents qu'on aura, nos outils qu'on va développer. C'est important de vivre ce dépaysement-là en mathématiques, et on le fait dans la plupart de nos... mais là c'est un dépaysement historique.

— On le fait dans la didactique... précisa Ninotchka.

— On le fait dans nos cours de didactique des mathématiques, oui, poursuivit-il. Surtout nos premiers, c'est un dépaysement mathématique de reconceptualisation du travail mathématique, puis là, on en fait un aussi, mais à travers le cadre historique. Dans le cours de didactique, on fait la transposition de ce qu'on a vécu à travers l'enseignement, mais là, je pense que ça pourrait être utile aussi. Le cours est quand même beaucoup orienté pour les enseignants des mathématiques, il y a d'autres gens qui le font, mais... Puis c'est un avantage du travail qu'on a fait là. Tsé, nous a quand même fait un bon bout de chemin ensemble là, de vivre le dépaysement, de parler un peu de comment ça se transpose sur notre passé, sur notre futur... Mais il y a du potentiel là-dedans qui s'applique selon moi à une formation des maitres.

Aliocha valorisait fortement la présence de ce type d'expérience pour la formation des enseignants. Il y voyait un potentiel pour le développement d'une ouverture aux différentes manières de faire des élèves et pour le déploiement d'interventions plus ciblées et plus fines en classe. Lors du dépaysement, Aliocha se sentait philosophe. Il souhaitait partager son sentiment avec ses élèves, un sentiment qu'il associe à la liberté, à l'ouverture d'esprit, à l'aventure, à l'exploration et à la jeunesse.

— Clairement, lança Grouchenka sans conteste.

— Et par la suite, les maitres l'ayant développé pourront l'appliquer là aux élèves, termina Aliocha.

— C'est vrai, fit Katia songeuse.

***

Je m'identifie « activement » à une individualité, à l'autre. L'empathie est un acte, elle n'est pas coïncidence pure avec l'autre, car je ne me perds pas dans l'autre. Fragilité, adversité et empathie, que marque alors l'union de ces trois composantes dans notre contexte? L'histoire, la science, ainsi que toutes modalités théorétiques ne sont qu'une facette du visage Janus de l'exister humain, la seconde est celle de l'être-évènement qui implique la particularité de tout instant et le devenir. L'acte-comme-*acte*, participe de la responsabilité, de l'injonction du monde, de l'exigence d'une réponse. Pour les participants, l'histoire et ses nombreux visages exigeaient d'eux une relation empathique et l'espace pour de nouvelles possibilités. Dans l'ordalie des lectures de textes se révélaient l'Autre et la responsabilité, c'est-à-dire un devoir de participer.

— Ce qui m'a fasciné, c'est la façon de voir la chose. J'étais comme : « Wow! », commença Katia.

Elle faisait référence au texte d'Archimède dont le style et les perspectives prenant dans ses démarches l'avaient particulièrement touchée. Dans ce texte, Archimède fait appel avec virtuosité à des principes de physique pour la résolution de problèmes mathématiques. Elle y voyait une pensée radicalement originale, jusqu'à en être profondément bouleversée.

— Puis justement, poursuivit-elle, ce que tu disais tantôt sur tous les raisonnements qu'on impose aux élèves... ben ils sont pas imposés, mais comme...

— ... dirigés, proposa Martha.

— Ils sont carrément imposés, lança brusquement Grouchenka.

— Moi, personnellement, continua Katia, ce cours-là m'a permis une plus grande ouverture envers toutes les possibilités de raisonnements mathématiques. Quand un élève va m'arriver : « Oui, non... mais j'ai fait ça de même avec le centre de gravité du triangle... », je vais pas faire : « Non, tu as tort! ». Ça va être comme : « Attends une seconde! ». Tsé, je vais quand même vérifier...

Pour Katia, les activités de lecture, et les rencontres avec les différents styles des mathématiciens qu'elles suscitent, avaient contribué au développement de son ouverture aux différentes manières de faire en mathématiques. Elle disait valoriser maintenant davantage les raisonnements spontanés et marginaux dans sa classe du secondaire et soulignait l'importance de la liberté, de la créativité et de l'originalité dans l'activité mathématique. Elle se trouvait plus ouverte à de nouvelles possibilités en mathématiques et se disait confiante pour accueillir les raisonnements de ses élèves. Son rapport empathique avec la classe de mathématiques s'était accru.

— Oui, oui, oui! fit Ninotchka.

— Ça ne sera peut-être pas sur la notion de centre de gravité, comme dans le cas d'Archimède, ça va peut-être être autre chose, précisa Katia.

— Mais il faut faire attention, l'arrêta Martha. Parce qu'en didactique de la géométrie, j'en avais parlé avec le professeur, puis il faut faire attention à garder une certaine rigueur justement : « Est-ce qu'on est en maths? Est-ce qu'on est en physique? ».

— Ah oui, on garde la rigueur! acquiesça aussitôt Katia.

— Ça marche, c'est le même point, c'est OK, mais il faut le nommer correctement, continua Martha soucieuse.

— Oui. Je comprends ce que tu veux dire, reprit Katia embêtée, mais j'utilisais juste l'exemple de la gravité avec Archimède...

— Oui, oui, fit Martha pour clore la discussion.

— Katia s'est dit fascinée ou surprise, est-ce qu'il y a d'autres sentiments ou émotions quand on est dépaysé, que vous avez ressentis? relançai-je pour calmer le jeu.

— Ben moi, je suis tout le temps impressionnée face au travail de ces gens-là, commença Martha.

— Oui, moi aussi, lança Gouchenka. Maudit qu'ils sont brillants!

— Oui, oui, c'est ça, reprit Martha. Comme Grouchenka, elle disait : « Ah, je me trouvais poche des fois, parce que j'comprenais pas ». Ben pas moi! Parce que quand je regardais le nom sur la feuille. Je me disais, cet homme-là, c'est un homme important. Ces gens-là, ça fait longtemps qui sont décédés et on en parle encore aujourd'hui! Donc, oui, je suis tout le temps impressionnée.

— Oui, c'est vrai, reprit Grouchenka. N'empêche que si tu remarques, ce n'est pas nécessairement une personne qui l'a construit. Il s'est surement basé sur une autre chose que quelqu'un a faite, c'est toujours comme des petits bouts....

— N'empêche que le gars il a compris, rétorqua Martha.

— C'est ça, c'est lui qui va avoir compris, mais c'est sûr que derrière lui il en a eu d'autres. Tout est relié, tout est comme... ceux qui s'envoient des lettres, tout le monde était confronté à d'autres points de vue. Ils te font remarquer ce que tu ne vois pas. On voit que la mathématique ce n'est pas quelqu'un qui a été brillant et qu'il a été doté de nature.

— Oui, c'est pour ça que tantôt je parlais d'influence là, l'interrompit Martha.

— C'est comme, ça se bat, ça se bâtit... il faut que tu y travailles.

— On est influencé par les gens autour de nous, reprit Martha

— Oui, oui, clairement!

— Par la réflexion, continua Martha, par : « Oui, mais t'es-tu sûre? Moi je le verrais comme ça! Ah!... »

— C'est surtout les élèves, les élèves croient souvent que c'est comme : « Ben je ne suis pas faite pour les maths! », mais c'est pas question d'être fait ou pas fait, c'est que ça se construit, il faut que tu y travailles. Il ne s'est pas réveillé un matin et il a dit : « Ben, je vais créer un truc vraiment génial! ».

— Il y a tout le temps un lien, ça vient de quelque part, continua Ninotchka. Il y a quelqu'un qui le fait avancer un petit peu, après ça, il y a quelqu'un qui le reprend, qui continue à faire le chemin des mathématiques.

— Qui continue... souligna Grouchenka.

— Mais ça, dans notre façon d'enseigner aujourd'hui, on le voit plus, remarqua Ninotchka.

— On le voit plus, c'est ça que je veux dire! lança Grouchenka.

— On ne voit plus ces liens-là, puis cette construction-là, puis ce qui donne du sens à...

— Puis comment les maths sont enseignées... l'interrompit à nouveau Grouchenka

— « OK, mais pourquoi je vois ça Madame? », reprit Ninotchka. « Ben parce qu'on veut t'amener à être capable de voir ça, de faire ça, mais là, il faut que tu voies la base. Oui ça te parait peut-être simple, mais si tu ne vois pas la base, tu ne seras pas capable de comprendre quand ça se complexifie ».

— D'aller plus loin, lança Grouchenka.

— Parce que c'est comme ça que ça s'est construit un peu aussi les mathématiques en général. On est parti de quelque chose de simple qu'on peut voir, qu'on peut manipuler, pour arriver à quelque chose qu'on ne peut plus nécessairement manipuler, mais qu'avec ce qu'on peut manipuler, on est capables de l'expliquer et de le démontrer.

— Oui, lui répondis-je, c'est l'idée d'une communauté ou d'une histoire, de quelque chose qui se construit.

— C'est ça! fit-elle.

***

Peu après ces derniers échanges, je procédai à la clôture de l'entretien. Ayant parcouru l'ensemble du protocole, j'espérais que tous avaient eu la chance de partager ouvertement leur vécu du dépaysement épistémologique. Mon sentiment était positif et j'avais l'impression que l'ensemble des participants avait pu affirmer ou éclairer son vécu à travers l'écoute de celui des autres. Les consignes, me semblait-il, avaient été respectées.

Cependant, un questionnement accompagnait cette satisfaction. Qu'avons-nous à dire à la communauté? Qu'avons-nous découvert ensemble sur le dépaysement épistémologique? Notre liberté était-elle suffisante pour que se dégage de la nouveauté? Sera-t-il possible pour le lecteur de ce récit de dégager le monde en commun qui s'en dégage? Tout lecteur attentif y reconnaitra sans doute un espace de réflexion sur l'expérience de ces futurs enseignants, mais vers quels horizons de connaissance? De cela, je n'en avais évidemment aucune idée. Il m'en restait une impression d'abandon, car c'était de notre histoire dont il s'agissait, c'est-à-dire celle de la rencontre entre les participants, les textes et moi-même. Rencontre pour laquelle étaient associés des vécus qui, je l'espérais, avaient trouvé un espace d'expression lors de cet entretien. En quittant la salle, j'éprouvai une grande reconnaissance envers les participants. Leur générosité et leur sollicitude me touchaient profondément.

CONCLUSION

Cette recherche avait pour objectif de décrire le dépaysement épistémologique vécu par les futurs enseignants du secondaire dans le cadre d'activités de lecture de textes historiques. Elle a permis de mieux comprendre le vécu des étudiants à la formation en enseignement en donnant la parole à ces derniers. En effet, ce témoignage a rendu possible l'émergence de nouveaux éléments de réflexion sur le dépaysement épistémologique, et ce, autant du point de vue de la recherche que de celui des milieux de formation. Pour mener à bien l'étude et saisir le sens de l'expérience des participants, le recours à l'approche phénoménologique en sciences humaines s'est révélée très féconde. De plus, la perspective particulière que porte la théorie de l'objectivation sur le dépaysement épistémologique, notamment à travers la pensée de Mikhaïl Bakhtine et d'Emmanuel Levinas, a invité à orienter de manière originale certains éléments de méthode et à entamer une réflexion sur la forme de la description finale du vécu des participants. En effet, l'exploration de la théorie de l'objectivation, l'examen de ses concepts centraux et la méditation sur la posture épistémologique sous-jacente ont influencé la structure des phases de collecte, de traitement et d'analyse des données et ont abouti au projet de l'écriture d'une narration polyphonique en guise de description finale. Cette narration polyphonique a permis de mettre en évidence, par le dialogue, les différents points de vue des participants. C'est l'éclaircissement de ces perspectives, lesquelles ont été mises en tension à travers le style du discours indirect libre de la narration, qui a été garant d'un discours porteur et fécond sur le vécu du dépaysement épistémologique des futurs maitres. Avant d'aller plus loin à propos des conclusions de cette étude, un retour global sur les éléments de problématisation dégagés au départ, ainsi que sur la démarche d'investigation déployée pour cette recherche, apparait nécessaire.

Retour sur la démarche de l'étude

À travers l'exploration des problématiques relevées par les chercheurs et les praticiens des milieux d'enseignement et de formation des maitres, plusieurs éléments de problématisations ont été mis en évidence. D'abord, de nouveaux questionnements des chercheurs du milieu depuis une dizaine d'années ont été remarqués. En effet, le milieu de recherche ne semble plus s'atteler autant à la production de situations d'apprentissage où intervient l'histoire des mathématiques, mais semble s'orienter vers la réflexion en termes de fondements didactiques et pédagogiques afin de mieux penser le rôle d'une perspective historique et culturelle dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques.

Aussi, de nombreux comptes rendus de recherche mettent en évidence le besoin de donner la voix aux acteurs des milieux de pratique, tout en raffinant davantage les modalités d'investigation de la recherche empirique du domaine.

En parallèle, au Québec et ailleurs, des prescriptions concernant l'introduction d'éléments historico-culturels dans la classe de mathématiques ont été mises en évidence dans les curricula du primaire comme du secondaire. Les besoins associés à ces prescriptions concernant la formation des maitres ont aussi été éclairés et articulés aux questionnements des chercheurs.

Du côté de la recherche théorique, l'exploration des plus importants travaux spéculatifs du domaine (*voir* sect. 1.3) a permis de mettre de l'avant l'important concept de dépaysement épistémologique développé par Évelyne Barbin. Pour cette auteure, notamment dans le contexte de la formation des maitres, l'étude de l'histoire des mathématiques, à travers les textes historiques, impliquerait un « choc culturel » en plongeant d'emblée l'histoire des mathématiques dans l'histoire. Il ne s'agit pas ici de lire les textes historiques en rapport à nos connaissances actuelles, mais plutôt dans le contexte de celui qui les a écrits. C'est alors que l'histoire peut devenir une source d'« étonnement épistémologique » par une remise en question des savoirs et des procédures qui « vont de soi ».

Du côté de la recherche empirique, par l'analyse de plusieurs études de terrain (*voir* sect. 1.4), le besoin de recherches aux aspects foncièrement « exploratoires » a été souligné. Celui-ci a été associé à la nécessité d'assoir les travaux de recherche sur des fondements épistémologiques solides, notamment en rapprochant la recherche du domaine aux cadres épistémologiques et méthodologiques ayant cours en didactique des mathématiques, et plus largement dans les sciences de l'éducation. Enfin, le besoin d'interfécondité entre recherche spéculative et empirique a été mis en relief.

Ces éléments de problématisation ont mené à l'élaboration de questions larges qui ont guidé l'ensemble de la démarche de notre étude :

- Comment ce dépaysement épistémologique si fondateur se déploie-t-il à l'intérieur d'activités de formation des maitres basées sur la lecture de textes historiques?

- De quelle manière ce dépaysement épistémologique s'inscrit-il dans le développement du devenir enseignant de ces étudiants?

Après une importante méditation épistémologique sur le concept de dépaysement épistémologique, argument fondateur dans le domaine de recherche, ainsi qu'un travail d'explicitation de plusieurs concepts (entre autres; objectivation, subjectivation, apprentissage, être-en-mathématique) de la théorie de l'objectivation qui porte une perspective socioculturelle sur l'objet d'étude, un objectif clair de recherche a été établi : décrire le dépaysement épistémologique vécu par les futurs enseignants de mathématiques dans le cadre d'activités de formation où intervient l'histoire des mathématiques, en particulier la lecture de textes historiques.

D'un point de vue méthodologique, compte tenu du besoin d'expliciter le sens de l'expérience des apprenants et de l'accent mis sur le vécu de l'individu dans la description du dépaysement épistémologique, l'approche phénoménologique en sciences humaines a été choisie. Cependant, la perspective bakhtinienne sur le dépaysement épistémologique que porte la théorie de l'objectivation a invité à orienter certains éléments de méthode de sorte que le cadre méthodologique puisse s'harmoniser avec la posture épistémologique sous-jacente.

Concernant l'approche phénoménologique en sciences humaines, elle vise à décrire une portion d'expérience qu'une personne a vécue. Elle s'intéresse au vécu subjectif, à l'expérience intime. À partir de l'analyse phénoménologique d'entretiens individuels, des descriptions spécifiques du vécu des participants et, par la suite, une description générale du phénomène sont recherchées.

Concernant la perspective bakhtinienne, elle souligne que, confrontée à la critique dialogique, une œuvre scientifique ou littéraire peut être dite « polyphonique » dans la mesure où elle offre une forte pluralité de discours et de compréhensions du monde. À l'intérieur d'une œuvre polyphonique, la réalité perd de son statisme et de son naturalisme. Cette perspective souligne que toute explication est par définition un processus de réduction, un mouvement qui part du dialogique pour aller vers le monologique. Compte tenu de ces éléments critiques, il a été décidé que la description finale allait prendre la forme d'une narration polyphonique.

D'ailleurs, le besoin de développer des moyens discursifs originaux est couramment rapporté par les chercheurs phénoménologues. Or, la narration/description a permis de faire émerger les tensions et les différences de points de vue sur le dépaysement épistémologique. À l'encontre d'une posture positiviste qui chercherait à éliminer les discours alternatifs sur l'objet d'étude et la posture subjective du chercheur, cette étude a plutôt cherché à les intégrer.

Six participants ont été recrutés parmi les étudiants inscrits au cours *MAT6221 Histoire des mathématiques* offert au baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire à l'UQAM. À la session d'hiver 2013, nous nous sommes joint aux activités du cours et avons proposé sept activités de lecture (environ 90 minutes chacune) de textes historiques portant sur les écrits de mathématiciens associés aux différentes époques abordées en classe.

Des captations vidéo ont été effectuées lors de quatre activités de lecture. Elles ont permis de reconnaitre comment les lectures affectent les participants et d'obtenir « à chaud » leurs réactions. Globalement, il s'agissait de capter les moments clés du « particulier » et de l'apparition du « singulier » (connaissance), soit de l'apparition de l'historicité des mathématiques, qui correspondait au processus d'objectivation.

À la fin de la session d'étude, les participants ont pu décrire leur expérience du dépaysement épistémologique lors d'entretiens individuels. Ces entretiens ont porté sur trois thèmes : leur expérience générale du cours, leur expérience des activités de lecture de textes historiques et spécifiquement leur expérience du dépaysement épistémologique. Ils visaient à reconnaitre plus finement le vécu de chacun des participants de l'étude, afin d'obtenir des notes d'écriture en vue de la narration polyphonique finale. Le processus de subjectivation associé aux activités de lecture de textes historiques a été alors investigué.

Pour la dernière phase de collecte de données, un entretien de groupe auquel les six participants étaient conviés a eu lieu. L'ensemble des thèmes abordés lors des entretiens individuels a été repris pour la discussion. L'objectif était alors d'amener les participants à partager leur expérience du dépaysement épistémologique. La consigne était de ne pas obligatoirement chercher le consensus sur le vécu du dépaysement épistémologique, mais plutôt de chercher à peaufiner la description de son expérience à travers l'écoute de celle des autres. Les participants étaient amenés à réagir aux propos de leurs collègues dans le but de s'y reconnaitre ou, au contraire, d'affirmer leur différence.

Les captations vidéo des activités, les transcriptions des entretiens individuels et la transcription de l'entretien de groupe ont constitué les données de l'étude.

Pour l'analyse de ces captations vidéo (*voir* sect. 4.2), un visionnement attentif séance par séance et équipe par équipe a été fait. Le but était de capter les moments d'objectivation apparaissant lors des activités de lecture, c'est-à-dire, littéralement, les moments de rencontre avec quelque chose qui s'(ob)jecte, qui se donne à voir à travers les activités de lecture. En parallèle à ce visionnement, un texte descriptif a été produit pour chacune des équipes de chaque activité de lecture. À ce texte ont été ajoutées des saynètes permettant de décrire avec plus de précision comment les lectures affectaient les participants.

Pour l'analyse des entretiens individuels (*voir* sect. 4.3), des grilles de traitement ont été produites pour chaque participant. Celles-ci ont permis de dégager un ensemble de vécus phénoménologiques à partir de l'analyse de chaque prise de parole du participant. Ces analyses phénoménologiques, inspirées par les procédures développées par Giorgi, Deschamps et Lamarre, ont mené à l'élaboration de six descriptions spécifiques. Ces dernières ont ensuite été validées par les participants de l'étude.

Ces phases d'analyse ont été des moments de rencontre avec les participants en vue de la description finale du dépaysement épistémologique qui prend la forme d'une narration polyphonique. Celle-ci a été construite à partir de la transcription de l'entretien de groupe qui en formait le squelette. La narration polyphonique, qui constitue entièrement le chapitre cinq, tire sa densité des phases précédentes d'analyse qui ont accompagné de manière serrée l'écriture. L'objectif était de restituer, à travers l'écrit, le monde en commun qui a émergé de ces activités d'apprentissage, monde dans lequel nous habitons aussi comme chercheur, monde de sens qui éclaire le vécu du dépaysement épistémologique et qui a émergé à partir du moment où nous avons rencontré les participants.

L'écriture de cette narration polyphonique dans le style du discours indirect libre était arrimée au besoin de conserver la multiplicité des vécus du dépaysement épistémologique. Multiplicité qui cherche, non pas à présenter côte à côte ou en rangées les vécus de chacun des participants, mais à mailler les perspectives et les faire dialoguer. Il en résulte une narration pouvant prendre des directions inattendues, enchevêtrées et tissées d'éléments descriptifs qui se répondent et se font écho.

L'objectif de la narration polyphonique était donc de « d'écrire » ce monde en commun qui a émergé lors de la session d'étude. Mais il s'agit d'un monde dans lequel nous habitons aussi comme formateur/chercheur. Ainsi, la narration polyphonique a été un moyen de nous y inclure, à la fois en tant que metteur en scène et protagoniste. Cette proposition supposait pour nous tous, chercheurs et participants, une exploration aux frontières de nos horizons, dans le cadre de la rencontre avec d'autres individus présents et historiquement présents.

Une telle narration polyphonique rappelle cette « brèche du moi » où s'insinue la littérature contemporaine. Une littérature qui vise la pluralité des langues, la confrontation des discours et des idéologies, et ce, sans conclusion, sans synthèse, sans monologisme et sans point axial. Elle cherche à demeurer une entité polyphonique non finie et indécidable. Elle vise la multiplicité, tout en évitant la culmination dans un « je-stable » qui serait celui de l'auteur monologique.

Un principe cher à l'approche phénoménologique est de garder vivante la subjectivité des participants, de ne pas la réifier ou la chosifier. La narration polyphonique répond à ce principe, tout en respectant une perspective sur l'apprentissage qui souligne que savoir est nécessairement « savoir-avec-les-autres ».

Soucis concernant la conclusion de l'étude

À ce stade, il nous apparait important de souligner la difficulté de fournir des remarques et conclusions finales sur le dépaysement épistémologique vécu par les participants de l'étude. Cette difficulté réside non pas dans le dégagement d'éléments de synthèse et de résumé, mais dans la possibilité de le faire tout en respectant l'objectif de garder ouverte et vivante la description obtenue. C'est pourquoi cette conclusion cherche à ne pas en être une. Elle se refuse à elle-même, et ne peut consentir à sa mouvance synthétique, récapitulative et déterminante. Mouvance qui serait de l'ordre du discours monologique, rendant d'un seul coup caduque la puissance polyphonique de la narration et faisant sombrer tout espoir de consistance.

Comment conclure à présent? Est-il nécessaire de le faire? La narration polyphonique ne se veut-elle pas, elle-même, conclusion de cette recherche? D'une part, les points importants de cette étude se doivent d'être rendus saillants et plusieurs remarques finales nous apparaissent cruciales quant au concept de dépaysement épistémologique. L'abandon de ces éléments, alors que nous adoptons un point de vue privilégié sur le phénomène, ne serait que gâchis et dissipation des réflexions émergentes. D'autre part, la narration polyphonique se suffit à elle-même dans son objectif de porter une description du vécu du dépaysement épistémologique. Elle doit rester indépendante de toutes considérations ultérieures de notre part, puisqu'elle est offerte à la communauté de recherche comme entité vivante, expressive et indéterminée. Elle est « résultat de recherche » dans la mesure où elle se présente comme opportunité pour le lecteur curieux de mieux comprendre le vécu du dépaysement épistémologique des étudiants en enseignement au secondaire.

La lecture de cette narration polyphonique implique une infinité d'interprétations possibles et nous souhaitons rappeler que les prochains points de résumé et les prochaines remarques qui figurent dans cette conclusion ne sont qu'une, quoique privilégiée, lecture de la description. Car la narration est ici « offerte » et non « donnée »[17]. Pour bien comprendre cette nuance, il faut saisir que l'offre ne s'accompagne pas d'injonctions de préservation, rien en elle n'appelle au maintien de « choses ». Autrement dit, l'offre est la disparition du don dans la mesure où elle ne porte pas avec elle de prescriptions de pensées ou d'usages, mais la simple ouverture à de nouvelles possibilités dans la parousie des êtres qui la constituent.

Retour sur les résultats de l'étude : une lecture de la narration polyphonique

Dans le dépaysement épistémologique, il se dégage, selon notre point de vue, une *fragilité* des mathématiques. En effet, les mathématiques perdent, aux yeux des participants, de leur rigidité et de leur fermeté. Elles sont perçues dans leur aspect débutant, instable et précaire. Ce nouveau rapport à la discipline s'accompagne d'un étonnement important et d'une vive passion associés à l'impression de redécouverte. Dans ce sens, les étudiants perçoivent le savoir mathématique comme en mouvement, comme une entité insaisissable dans son développement historique qui se déplace de manière diffuse et hasardeuse. Cette fugacité engendre un sentiment de mysticité, de légendaire. Le savoir mathématique devient ainsi susceptible de se dégrader, de se perdre ou de réapparaitre. Il est traversé par d'autres disciplines. Fragmenté, il devient multiforme et semble impossible à totaliser, car il porte la trace d'éléments culturels profonds, son caractère conventionnel et arbitraire se révèle. Il est associé à une

[17] Voir le court et puissant texte de Jean-François Maheux *Offering and differing* (2013) sur la différence entre « offrir » et « donner » à partir d'une réflexion éthique dans le domaine de la didactique des mathématiques.

activité scientifique communautaire, exploratoire et intuitive, dont la composante éthique est centrale. Cette perspective s'accompagne d'un sentiment de liberté.

Le thème interprétatif s'annonce et prend la place alors occupée par le formel et le déterminé. Ce thème interprétatif porte une liberté maitrisée, liberté qui est celle de l'herméneute. Craintifs de leur propre puissance interprétative, les étudiants doutent d'eux-mêmes. En effet, les étudiants craignent de dénaturer l'histoire des mathématiques : l'interprétation est à la fois un acte libre et suspect.

Ces mathématiques fragiles et plurielles s'opposent aux mathématiques formelles, rigides et mécaniques des milieux académiques et scolaires. Elles révèlent l'importance de l'intuition et de la créativité dans l'activité mathématique. Un désir pressant de partager cette perspective avec leurs futurs élèves est ressenti par les participants. Ce désir est associé à l'attachement et l'amour pour la discipline.

La métaphore du voyage parle aux participants de l'étude. À travers le voyage que proposent les lectures, ceux-ci se voient dorénavant plus ouverts aux raisonnements marginaux. L'expérience des lectures est pour eux garante de cette ouverture qui survient dans le dépaysement. Les lectures apparaissent comme un voyage initiatique, à travers lequel s'établit un rapport nouveau à la discipline et à la classe de mathématique.

Dans leur devenir enseignant, cette fragilité des mathématiques se déplace vers les élèves. Dans le dépaysement épistémologique, les mathématiques scolaires apparaissent sophistiquées et pointues, et les élèves ont la tâche de décortiquer ce savoir raffiné. Un rôle se révèle alors aux futurs enseignants, celle d'accompagner l'élève dans ce travail d'appropriation. Ce rôle s'accomplit dans un mouvement empathique envers les élèves, mais aussi dans l'examen du rôle de l'enseignement des mathématiques et dans le questionnement de la tradition scolaire. Cette posture critique et politique des futurs enseignants porte un sentiment de force, de pouvoir, de confiance en soi et de maitrise de la discipline.

Dans le dépaysement épistémologique, les étudiants vivent, selon notre point de vue, de l'*adversité*. Dans l'ordalie des lectures de textes historiques, ils ressentent un vif inconfort. Les lectures leur sont exigeantes et éprouvantes. L'étrangeté et la non-familiarité ne recouvrent pas entièrement leur vécu qui est avant tout de l'ordre de l'épreuve. Cette adversité est expliquée par la présence de raisonnements implicites, d'arguments singuliers, de démarches insolites, d'une calligraphie particulière, d'un vocabulaire et d'une syntaxe saugrenue ou encore d'une mise en page inhabituelle. Elle s'accompagne d'une impression d'incomplétude, d'imprécision, de confusion et de flou. La liberté des auteurs exaspère autant qu'elle étonne et passionne. Cet agacement peut devenir insécurité et angoisse.

Vécues comme un déchiffrement, les lectures représentent un défi prenant qui perturbe en même temps qu'il intrigue et enthousiasme. Ce défi s'accompagne d'un sentiment d'immersion, c'est-à-dire un sentiment d'être entièrement absorbé par la tâche. Il peut devenir jeu, énigme ou casse-tête.

Ainsi, du plaisir accompagne aussi les lectures. Il y a une joie dans la rencontre des mathématiciens et dans la découverte de leur style et de leurs particularités, ils sont perçus dans la concrétude de leur travail mathématique. Ils ressentent une compréhension joyeuse de l'autre. Un amusement est aussi vécu dans l'établissement de liens entre les éléments du contexte historique, les lectures de textes et les personnalités des mathématiciens.

Lors des lectures, les étudiants alternent entre une perception positive et négative d'eux-mêmes. Ils ressentent de la satisfaction et de la fierté en soulignant le rapport inégal avec l'auteur perçu dans sa grandeur et son autorité, mais aussi un sentiment d'incompétence dans l'incompréhension. Cette ambivalence leur est difficilement supportable, elle épuise et décourage.

Les témoignages indiquent que les lectures leur demandent de la détermination. En effet, ils doivent se faire confiance pour avancer. Plus précisément, ils doivent parfois abandonner leurs efforts d'interprétation de certains passages dans l'espoir que ceux-ci s'éclaireront par la suite. Aussi, ils doivent avoir confiance en leurs interprétations successives pour avancer dans le texte et réévaluer leurs interprétations au regard de nouvelles interprétations au fil de la lecture. Les participants soulignent « le travail sur la confiance en soi » qu'impliquent ces exercices d'herméneutique.

Le vécu de cette adversité met en évidence l'importance de l'affectivité dans l'apprentissage des mathématiques pour les participants. Ces derniers engagent une réflexion, notamment sur la confiance en soi. Cette réflexion oscille entre une perspective en termes de fondements qui souligne que l'affectivité est au cœur de l'apprentissage et une perspective en termes déficitaires qui souligne que l'affectivité n'est qu'une composante possiblement améliorable.

Malgré le vécu de cette adversité, les participants soulignent avec insistance la confiance en eux-mêmes que les expériences de lectures leur ont apportée. Ils se sentent plus matures et en maitrise de leur discipline. Ils rapportent avoir grandi et muri et se sentent plus outillés et prêts à exercer leur métier. Un sentiment de densité et de richesse est associé à leurs apprentissages dans le contexte des lectures.

Dans le dépaysement épistémologique, les étudiants éprouvent, selon notre point de vue, de l'*empathie*. Les lectures incitent les étudiants à comprendre comment les mathématiciens, « eux », comprennent « dans » leur culture. Pour ce faire, ils doivent se mettre dans la peau de l'autre pour « vivre » leurs questions et leurs difficultés. Ce processus implique d'abord un étonnement et une fascination dans la rencontre avec l'auteur, puis un repli sur soi-même et sur ses propres conceptions mathématiques. Un effort de souplesse et d'ouverture dans la nouveauté est alors nécessaire pour se donner les moyens de comprendre l'autre. Pour les participants, cet effort se caractérise par un recours à l'intuition et à la créativité. Il nécessite une certaine liberté. Il engage aussi de l'insécurité et du doute.

Pour mieux rendre compte de leur expérience, les étudiants font référence à un dépaysement passé qu'ils ont eux-mêmes vécu. Ce dépaysement passé correspond à l'ensemble des vécus associés à l'immersion en contexte étranger, à l'exil. Y sont associés, le manque, l'incompréhension, la sensation de vide et l'insécurité. L'autonomie y est mise à mal.

À ce dépaysement passé des étudiants, se reflète le dépaysement futur de leurs élèves en classe de mathématiques. Ainsi, dans le dépaysement épistémologique, le mouvement empathique, d'abord dirigé vers les mathématiciens, se tourne ensuite vers les apprenants. L'attention est alors portée vers le vécu des élèves dans la classe qui souffrent les objets de savoir. Pour les futurs maitres, s'éclaire alors le visage des élèves. Les élèves apparaissent dans le mouvement empathique, leur subjectivité se révèle. Leurs difficultés prennent un nouveau sens et s'associent à l'expérience de l'altérité, à la rencontre avec des objets de savoirs culturellement et historiquement marqués. Selon les participants, les rencontres avec les auteurs et le dépaysement épistémologique qu'elles suscitent les amènent à vivre ce que vit l'élève en classe de mathématiques. Le sentiment d'impuissance et de désarroi que ceux-ci peuvent vivre est alors accueilli de manière plus vive.

À partir de cette réflexion, les compétences affectives, c'est-à-dire la capacité à comprendre ses sentiments et émotions et à leur répondre, sont mises de l'avant, et ce, jusqu'à devenir une thématique majeure dans la compréhension de l'enseignement-apprentissage des mathématiques. Ces éléments deviennent capitaux pour les élèves en situation d'apprentissage, mais aussi pour l'enseignant qui se doit d'affronter la difficulté de regarder la classe et de reconnaitre le vécu des élèves.

Dans le devenir enseignant des participants, cette perspective nouvelle implique une ouverture aux raisonnements marginaux des élèves et à leur vécu en termes affectifs dans la rencontre avec le savoir mathématique. Ce savoir mathématique de la culture scolaire est perçu lui-même comme « objet historique », ayant une histoire et une portée politique, sociale et culturelle. Une valorisation de la liberté, de l'audace et du non-conformisme se fait alors sentir dans l'apprentissage des mathématiques. Les mathématiques de la culture scolaire, perçues comme mécaniques, algorithmiques et stériles, se placent en contradiction avec l'activité mathématique libre, fragile et débutante des élèves en situation d'apprentissage. Dans ce contexte, le besoin de donner du sens au savoir mathématique par le questionnement de l'origine est mis de l'avant. Cette perspective souligne le rôle de l'enseignant qui est celui de faire entrer les élèves dans la communauté de ce savoir, et ce, avec leurs propres particularismes.

Remarques personnelles et finales sur le dépaysement épistémologique

De manière globale, il se dégage de la description du dépaysement épistémologique vécu par les participants de l'étude deux éléments interreliés : l'expérience de l'altérité et l'empathie.

Les futurs enseignants de mathématiques du secondaire fournissent de grands efforts pour bien comprendre les textes sans les déraciner du contexte dans lequel ils ont été produits. Ce travail interprétatif est gêné par de nombreuses difficultés qui surgissent lors des lectures et qui sont associées à de nombreux éléments; types de langage, notations, théorèmes implicites, styles saugrenus, nouvelles définitions, arguments insolites, typographie inhabituelle, etc. Littéralement, les étudiants souffrent les textes. Dans le contexte de la formation des enseignants du secondaire, ces activités de lecture apparaissent comme des exercices d'herméneutique périlleux et hasardeux. En effet, l'expérience de l'altérité en mathématique que propose la lecture de ces textes semble brutale du point de vue cognitif et affectif. Dans cette expérience de l'altérité que porte le dépaysement épistémologique, les étudiants peuvent parfois répondre avec violence.

Pour Levinas, la violence est la « thématisation de l'Autre », une réification de l'Autre, une manière de rendre l'Autre un Même pour soi. D'une certaine manière, comprendre l'Autre, c'est aussi lui faire violence. Ici se rejoignent les concepts d'altérité et d'empathie, car, toujours avec Levinas, mais aussi avec Bakhtine, l'empathie peut être entendue comme un effort d'établissement d'une relation non violente avec l'Autre. Dans l'expérience de l'altérité, l'empathie est cette modalité d'être qui tente de garder libre et vivante la subjectivité de l'Autre, de la garder mystérieuse et indéterminée. Ainsi, cette relation non violente et empathique avec l'Autre « n'est pas une idyllique et harmonique relation de communion, ni une sympathie par laquelle nous mettant à sa place, nous le reconnaissons comme semblable à nous, mais extérieur à nous; la relation avec l'Autre est une relation avec un Mystère » (Levinas, 1979/2011, p.63).

Ainsi, l'empathie implique une relation particulière avec l'autre, mais n'est pas la pure coïncidence avec l'autre. Comme le souligne Derrida, « si j'atteignais immédiatement et originairement l'autre, en silence et en communion avec son propre vécu, l'autre cesserait d'être l'autre » (1979, p. 182). Paradoxalement, l'empathie traduit « la reconnaissance de la séparation radicale des origines absolues, le rapport des absolus absous et le respect non violent du secret : elle est le contraire de l'assimilation victorieuse » (*ibid.*).

De plus, l'empathie n'est pas une expérience reçue dans la passivité. Elle est une réponse possible à l'expérience de l'altérité. Sur ce point Bakhtine remarque que :

> Je m'identifie *activement* à une individualité et par conséquent, pas un instant je ne me perds moi-même ni ne perd ma place en dehors d'elle. Ce n'est pas l'objet qui, de façon inattendue, prend possession de moi, passif, mais c'est *moi* qui m'identifie activement à lui. L'acte d'empathie est mon acte et c'est là seulement que réside sa productivité et sa nouveauté. [...] L'empathie réalise quelque chose qui n'est ni dans l'objet d'empathie, ni en moi avant l'acte d'empathie, et l'être-évènement s'enrichit de ce quelque chose qui est réalisé, il ne reste pas égal à lui-même. Et cet acte-comme-acte qui crée quelque chose de nouveau, ne peut plus être un reflet – esthétique dans son essence – cela le rendrait extérieur à celui qui agit et à sa responsabilité. L'empathie pure, c'est-à-dire la coïncidence avec l'autre, la perte de ma place unique dans l'être singulier, suppose la reconnaissance que ma singularité et ma place unique ne sont pas une composante essentielle, n'ont pas d'influence sur le caractère de l'essence ontologique du monde; mais cette reconnaissance de ma propre singularité comme inessentielle pour la conception de l'être, inéluctablement entraine aussi à sa suite la perte de la singularité de l'être, et nous aboutirons à la conception d'un être seulement possible, et non pas de l'être singulier effectif qui existe, inévitablement *réel* [c'est l'auteur qui souligne] (Bakhtine, 2003, p. 35-36).

Ainsi, si le mouvement empathique envers l'autre est un acte participatif à l'être évènement, s'il est inauguré activement dans la particularité de tout instant de l'exister humain et s'il n'est pas reçu passivement, il peut alors être sollicité et encouragé, mais il peut surtout être maintenu.

La violence est souvent présente dans le vécu des lectures de textes des étudiants. En effet, la subjectivité des auteurs est difficilement conservée. Les étudiants maintiennent difficilement une relation empathique avec les auteurs, celle-là même qui leur ont permis de les rencontrer. Dans la souffrance du dépaysement épistémologique, la réponse est souvent violente. Cette réponse violente est la disparition de la relation empathique. Les auteurs se voient alors dépossédés de leur singularité, ils se trouvent traduits, résumés et réifiés. Ils deviennent un Même pour les étudiants. Il y a violence de la synchronisation.

Du point de vue de la formation des maitres du secondaire, le besoin d'amener les étudiants à maintenir une relation empathique, c'est-à-dire non violente, avec l'auteur nous apparait dorénavant crucial. Par conséquent, il semble nécessaire d'accompagner les futurs maitres dans le dépaysement épistémologique, afin qu'ils maintiennent une relation non violente avec les auteurs.

La raison vient du fait que, d'une part, cette empathie permet l'accueil du mathématicien et implique une réflexion épistémologique sur les mathématiques et un rapport nouveau à la discipline, d'autre part, il appert que cette empathie peut se déplacer ensuite vers la classe. En effet, à travers une réponse empathique à l'expérience de l'altérité qui caractérise le dépaysement épistémologique, se révèle un Autre qui est le visage des élèves. Dans leur devenir enseignant, c'est vers leurs futures classes de mathématiques que les étudiants orientent leurs réflexions sur leur vécu du dépaysement épistémologique. La narration polyphonique montre que les étudiants voient leurs élèves comme étant aussi confrontés à des textes mathématiques[18] à interpréter. Conscients de la possibilité de violenter les auteurs en réaction au dépaysement épistémologique, les étudiants se donnent une nouvelle responsabilité dans l'activité mathématique qui aura cours dans leur classe, celle d'accueillir de manière non violente leurs élèves et leurs raisonnements. Les lectures peuvent donc soutenir et encourager chez les étudiants cet acte participatif qu'est le mouvement empathique vers l'Autre dans la classe de formation des maitres et possiblement dans la classe de mathématiques.

C'est pourquoi nous voudrions suggérer que les lectures de textes historiques, par le biais du dépaysement épistémologique qu'elles suscitent, supportent une éducation mathématique non violente. De plus, la narration polyphonique laisse présager que cette éducation mathématique non violente peut prendre place dans les futures classes des étudiants en enseignement au secondaire.

Cette perspective sur le dépaysement épistémologique comme une incitation à une éducation mathématique non violente nous apparait, à partir et au-delà de la narration polyphonique, être la seule « conclusion » possible de l'étude.

---

[18] Il a d'ailleurs été mentionné dans la narration polyphonique que le savoir et le matériel scolaires étaient eux-mêmes « historiques », c'est-à-dire historiquement, culturellement et politiquement marqués.

Limites de l'étude et ouverture sur la recherche

Cette étude cherche à décrire le dépaysement épistémologique vécu par les étudiants en formation à l'enseignement secondaire en mathématiques dans le cadre de la lecture de textes historiques. Le regard est donc tourné vers la dimension expérientielle du phénomène investigué pour mieux mettre en évidence le vécu des étudiants et la manière dont ce vécu prend sens à l'intérieur de leur devenir enseignant.

Or, la convocation de l'approche phénoménologique et l'élaboration des outils d'investigation nécessaires à l'atteinte de cet objectif ont impliqué de lourdes phases de collectes et de traitement de données et un nombre restreint de participants recrutés. Un si petit nombre de participants ne nous permet évidemment pas de fournir des conclusions généralisables. Cependant, la prédictibilité, la falsifiabilité ou la reproductibilité ne sont évidemment pas de l'ordre de ce type de recherche exploratoire, laquelle est animée par le paradigme interprétatif/compréhensif. Notre étude faillit en tout point à ces objectifs de cartographie du réel. Elle ne se les donnait d'ailleurs pas, ni au départ ni à l'arrivée. Cela dit, la formation d'un petit groupe de six participants apparait avoir été de taille suffisante pour la construction d'une description finale riche et féconde, permettant au lecteur de tirer de nouvelles avenues pour la réflexion sur l'important concept de dépaysement épistémologique. L'objectif était plutôt d'« offrir » des occasions de mieux comprendre le vécu des participants, et plus encore, de mieux comprendre « leurs » vécus par le biais du polyphonique de la narration.

Le dépaysement épistémologique est une expérience humaine, et toutes les expériences humaines sont ambigües. Il semble impossible d'atteindre et d'exprimer ultimement et absolument dans le langage le vécu intime, c'est-à-dire la prés(ence), l'être-maintenant des participants. De plus, le recueillement lui-même, la quête ou la compréhension de son propre vécu apparaissent d'ailleurs comme une entreprise des plus complexes et délicates pour chacun. Ne coïncide donc pas au langage, le vécu des participants, et puisque c'est dans le langage qu'habite ce document, tout porte à croire que le vécu des participants reste celé.

Malgré tout, le langage évoque et éveille. Il est porteur de sens. Nous entrons encore une fois ici dans la sphère de l'écriture et de la relation qu'elle entretient avec la recherche. Conscient de l'aspect médiatique du langage, en opposition au caractère immédiat de la relation intentionnelle, il nous a importé de ne pas faire violence au participant par des conclusions « réifiantes », mais de laisser vivante leur subjectivité à travers la ruse de la narration polyphonique, et par l'exercice d'un style de discours indirect libre. La présence et la voix des participants peuvent alors être accueillies par le lecteur. Autrement dit, comme cette thèse est langage, tout comme les témoignages des participants, il a fallu élaborer une construction linguistique, et donc travailler dans le langage lui-même, pour restituer les mouvements de conscience des participants en ne les déracinant pas des autres mouvements de conscience auxquels ils répondent et qu'ils permettent en guise de réponse, et ce, dans le but de rester au plus près de leur vécu. Nous considérons ainsi, non seulement à partir des phases de collectes de données sur le terrain, mais aussi à travers l'écriture de la narration polyphonique, être allé au plus près des participants de l'étude. La description finale, autonome, porte la trace du travail d'analyse phénoménologique, et son écriture est elle-même phénoménologique.

De plus, l'étude convoque la théorie de l'objectivation et lui emprunte plusieurs concepts importants afin d'engager une méditation sur l'objet d'étude et d'orienter des phases de collecte de données. Cependant, elle emprunte davantage aux aspects « phénoménologiques » de la théorie (objectivation, subjectivation, être-en-mathématiques, apprentissage et altérité...). Les aspects proprement « socioculturels » qui mettent l'accent sur les artéfacts, les modes d'activités ou les modes de savoirs ont été négligés, et n'ont pas trouvé parfaitement leur terrain

APPENDICE A

COURRIEL D'INVITATION POUR LA PARTICIPATION À LA RECHERCHE

Bonjour à tous,

Je souhaite aujourd'hui vous inviter à prendre part mon projet de recherche visant à mieux comprendre l'expérience de l'étude de l'histoire des mathématiques à travers la lecture de textes historiques chez les futurs enseignants du secondaire. Ce projet est réalisé dans le cadre d'une thèse de doctorat sous la direction de M. Louis Charbonneau et vise les étudiants en enseignement des mathématiques au secondaire.

Comme je vous l'ai mentionné, votre participation au projet consistera à :

1- Participer aux activités de lecture en classe. Vous travaillerez en équipe de deux ou trois avec les autres participants de l'étude.
2- Répondre à un questionnaire (environ 20 minutes) et donner ensuite une entrevue individuelle (environ 60 minutes). La passation du questionnaire et de l'entrevue aura lieu à votre convenance dans la semaine qui suit votre examen final (18 ou 25 avril) au pavillon Président-Kennedy de l'UQAM.
3- Participer à une discussion de groupe (environ 30 minutes) où vous pourrez partager votre expérience du cours. L'entrevue de groupe aura aussi lieu au pavillon Président-Kennedy de l'UQAM dans la semaine du 6 mai.

L'implication au projet nécessitera donc au total environ 2 heures de votre temps à l'extérieur du temps de classe.

Votre participation à ce projet est volontaire. Cela signifie que vous acceptez de participer au projet sans aucune contrainte ou pression extérieure, et que, par ailleurs, vous être libre de mettre fin à votre participation en tout temps au cours de cette recherche. Je propose, en guise de compensation, une ambiance conviviale avec café, thé et pâtisseries, lors de chacune des étapes de la recherche!

En espérant vous compter parmi les participants de l'étude, je vous remercie à l'avance pour votre attention et je vous souhaite bonne session!

Cordialement,

David Guillemette

APPENDICE B

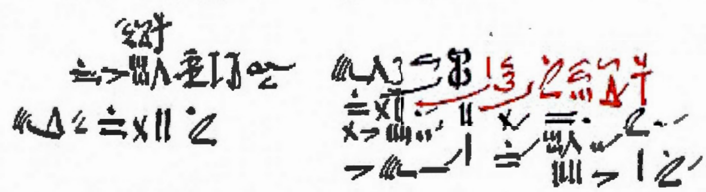
ACTIVITÉS DE LECTURE

Activité 1 : Numération et fractions égyptiennes.

En 1858, l'égyptologue Henri Rhind achète dans un marché de Louxor un grand rouleau de parchemin. Ce dernier aurait auparavant été trouvé dans les ruines d'un petit bâtiment à Thèbes. Il aurait été confectionné par un scribe nommé A'hmosè vers 1650 avant notre ère. Le texte rédigé en écriture hiératique est posé sur un papyrus d'environ cinq mètres et demi de long par 30 centimètres de large. Il est séparé en trois parties : une partie traitant d'arithmétique, une autre de géométrie et une dernière montre comment résoudre quelques problèmes concrets. On peut y voir comment les Égyptiens s'y prenaient afin d'effectuer les opérations arithmétiques élémentaires et résoudre certains problèmes algébriques (recherche d'inconnues) à l'aide de l'arithmétique. On y trouve plus de 70 problèmes résolus.[1]

Exercice 1 :

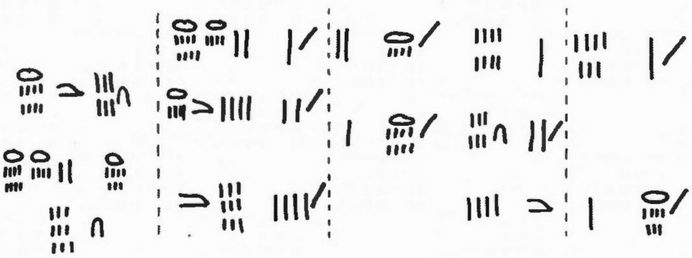
Voici un extrait original du papyrus, il s'agit du problème 24 :



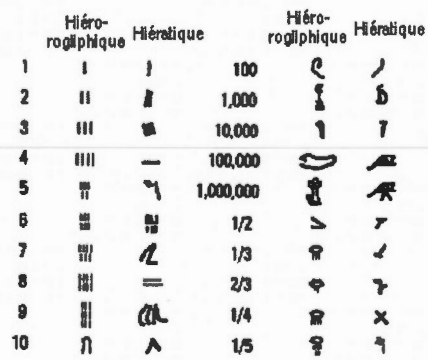
[1] Pour une introduction intéressante à l'histoire et au contenu de ce papyrus, voir : Arnorld Buffum Chase, *The Rhind Mathematical Papyrus – Reprint of the 1927-1929 ed.*, Oberlin, Ohio, The Mathematical Association of America, 1979 (Coll. « Classics in Mathematics Education »).

L'énoncé du problème est le suivant :
Une quantité et son septième additionnés ensemble donnent 19. Quelle est cette quantité?

Voici la traduction de l'écriture hiératique à l'écriture hiéroglyphique du calcul proposé pour la résolution :



a) Traduisez les hiéroglyphes ci-dessus à partir de cette table (attention, il faut lire de droite à gauche et de haut en bas) :



b) Exposez et analysez la démarche proposée par le scribe.

Exercice 2 :

Les problèmes 25 et 27 du papyrus sont très semblables et sont appelés problèmes d'« aha » qui signifie « masse ». Ils portent sur la recherche d'inconnues.
Avec la notation moderne, proposez une démarche « égyptienne » pour la résolution de ces problèmes.

a) Problème 25 : *Une quantité et sa moitié additionnées ensemble donnent 16. Quelle est cette quantité?*
b) Problème 27 : *Une quantité et son cinquième additionnés ensemble donnent 21. Quelle est cette quantité?*

Activité 2 : Euclide et l'algèbre géométrique.

Les Éléments d'Euclide font bien entendu partie des textes fondateurs dans l'histoire des mathématiques. Ils constituent littéralement la source de traditions mathématiques depuis l'Antiquité jusqu'à l'époque moderne. Plus largement, ils ont fait et font toujours partie, en quelque sorte, des textes préparatoires à l'exercice de la pensée. Les Éléments forment une vaste propédeutique qui demeurera le noyau de l'enseignement des mathématiques pendant près de deux millénaires. Comme le concevait Platon, l'activité mathématique forme ainsi l'antichambre de la philosophie.

Euclide, mathématicien grec d'Alexandrie ayant vécu sous Ptolémée 1er, autour de 300 av. J.-C., traite, dans cet ouvrage, à la fois de géométrie, d'arithmétique et de nombres irrationnels. Il y rassemble, en un formidable édifice logique, les résultats mathématiques accumulés à l'époque. La forme de l'ouvrage est autant sinon plus intéressante et puissante que sont contenu. En effet, axiomes, définitions et théorèmes s'articulent pour l'élaboration d'un système qui marquera très profondément l'histoire de la pensée.

Exercice :

La proposition 14 du livre 2 est une courte démonstration qui indique les étapes à suivre afin de construire un carré équivalent à un polygone donné. C'est-à-dire, qu'Euclide nous propose une marche à suivre pour effectuer la quadrature d'un polygone.

L'extrait[1] est tiré d'une des toutes premières traductions françaises des Éléments d'Euclide au début du 17e siècle :

a) Analysez et exposez la démarche que propose Euclide.
b) Justifiez avec les outils modernes la construction que propose Euclide.
c) Euclide fait appel dans sa preuve à la proposition 5. Quelle peut être cette proposition? Donnez en une preuve.
d) Quelle peut être la proposition 47 du livre 1?

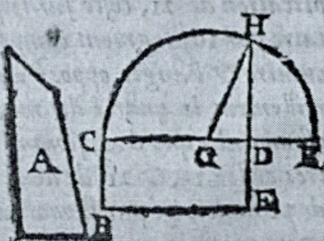
[1] Extrait de : Denis Henrion, *Les XV livres des Éléments d'Euclide*, Paris, Imprimé chez Jean Antoine Ioallin, 1623. Numérisation entièrement disponible à l'adresse : http://books.google.ca/books?id=dkdAAAAAcAAJ&pg=PP5&hl=fr&source=gbs_selected_pages&cad=3#v=onepage&q&f=false

PROBL. 2. PROP. XIV.

Faire un quarré egal à une figure rectiligne donnée.

Soit donnée la figure rectiligne A, à laquelle il faut faire un quarré egal.

Soit premierement fait le parallelogramme BD egal à la figure donnée A, ayant un angle droit par la 45. prop. 1 puis soit prolongé un côté, comme CD, jusques en F, & fait DF egale à l'autre côté DE : & apres avoir coupé CF en deux egalement au point G, & d'iceluy point G & intervalle GC ou GF, décrit le demy cercle CHF, soit continuée ED jusques à ce qu'elle rencontre la circonference du demy cercle en H. Je dis que le quarré de DH est egal à la figure rectiligne A.



Car puisque CF est coupée en deux egalement au point G, & en deux inegalement au point D; le rectangle de CD & DF, sçavoir BD, avec le quarré de la partie du milieu GD, est egal au quarré de la moitié GF par la 5. prop. de ce livre, ou de son egale GH, lequel est egal aux deux quarrez de GD & DH par la 47. prop. 1. Que si on oste le quarré commun de GD, le demeurant quarré de DH se trouvera egal au demeurant rectangle BD : & par consequent à la figure rectiligne donnée A. Nous avons donc trouvé le côté d'un quarré egal à une figure rectiligne donnée A. Ce qu'il falloit faire.

Fin du second Element.

Activité 3 : Archimède et les théorèmes mécaniques.

Archimède de Syracuse (3^{e} siècle avant J.-C.) est un mathématicien de l'Antiquité auteur d'une quinzaine de mémoires dont plusieurs nous sont parvenus. Il y traite de géométrie et d'arithmétique. On y trouve de nombreux résultats notamment sur le cercle, la sphère, le cylindre, la spirale et les corps flottants. Écrivant pour ses paires (Conon, Dosithée, Ératosthène) eux aussi mathématiciens, Archimède se démarque non seulement par la puissance et la richesse des idées et raisonnements qu'il déploie, mais aussi par un style particulier, empruntant au vocabulaire de la physique (pesés de segments, centre de gravité) et montrant un profond souci de convaincre et d'exposer clairement le cheminement de sa pensée. D'ailleurs, si on excepte les *Données* d'Euclide, qui sont des « exercices d'application » de ses *Éléments* et qui obligent à exercer l'analyse, c'est le seul géomètre de l'Antiquité qui nous ait livré quelque peu son analyse. Et ce, en faisant une petite partie de l'analyse des Anciens, dont Descartes déplorera qu'elle ne nous soit pas parvenue.

Exercice :

La méthode relative aux théorèmes mécaniques[1] est un traité mathématique d'Archimède vieux de plus de 2000 ans. Le texte a été découvert sur un palimpseste en 1906 par J.-L. Heiberg. Archimède montre que la surface d'une portion de parabole limitée par une corde perpendiculaire à son axe (segment de parabole) est dans le rapport 4/3 avec le triangle qui lui est inscrit.

Voici l'extrait du traité en question :

[1] Extrait de : Les Œuvres Complètes d'Archimède, suivies du commentaire d'Eutocius d'Ascalon, Paris, Blanchard, 1966. Traduites du grec en français avec introduction et notes par Paul Ver Eycke, ingénieur des mines, inspecteur général honoraire du travail.

ARCHIMÈDE : *LA MÉTHODE RELATIVE AUX THÉORÈMES MÉCANIQUES* (EXTRAITS)

ENVOI, LEMMES UTILES & PROPOSITION I

Archimède à Ératosthène, prospérité !

Je t'ai envoyé antérieurement certains théorèmes que j'avais découverts, en me bornant à en rédiger les énoncés et en t'invitant à trouver les démonstrations que je n'avais pas encore indiquées ; [...]

Mais ces [deux] théorèmes diffèrent de ceux qui ont été trouvés antérieurement ; car dans ceux-là nous avons comparé les volumes de figures, comme les paraboloïdes, les hyperboloïdes et les ellipsoïdes de révolution, et les segments de ces figures, à des volumes de cônes et de cylindres, mais aucune de ces figures n'a été trouvée équivalente à une figure solide limitée par des plans, alors que chacune de ces figures, comprises entre deux plans et des surfaces cylindriques, est trouvée équivalente à une figure solide limitée par des plans.

Ce sont donc les démonstrations de ces théorèmes que je t'envoie, rédigées dans ce livre.

M'apercevant, comme je l'ai déjà dit, que tu es studieux, que tu domines d'une manière remarquable les questions de philosophie et que tu sais apprécier à sa valeur l'enquête mathématique sur des problèmes nouveaux qui se présentent, j'ai jugé à propos de te décrire, et de développer dans ce même livre, les propriétés caractéristiques d'une méthode qui te permettra d'aborder certaines propositions mathématiques par le biais de la mécanique. Mais je suis persuadé que cet outillage peut servir même pour la démonstration des théorèmes ; certaines propriétés, en effet, qui m'étaient d'abord apparues comme évidentes par la mécanique, ont été démontrées plus tard par la géométrie, parce qu'une étude faite par cette méthode n'est pas susceptible de démonstrations ; car il est plus aisé d'édifier la démonstration après avoir acquis préalablement quelque connaissance des objets de la recherche au moyen de cette méthode que de chercher sans la moindre connaissance. Pour cette raison, de ces propositions sur le cône et la pyramide, dont Eudoxe fut le premier à trouver la démonstration, en particulier des théorèmes affirmant que le cône est la troisième partie du cylindre, et la pyramide la troisième partie du prisme, qui ont même base et même hauteur, on doit attribuer une part notable à Démocrite, qui le premier a formulé l'énoncé au sujet de la figure indiquée sans en donner une démonstration. Or il m'arrive que, aussi pour les propositions que je vais exposer maintenant, la découverte m'est venue de la même manière que pour les propositions précédentes ; aussi ai-je voulu rédiger et publier cette méthode, à la fois parce que j'en ai parlé antérieurement et que j'ai voulu éviter de paraître à certains avoir proféré de vaines paroles, et parce que je suis convaincu d'apporter une contribution très utile à la recherche mathématique. Je suis persuadé, en effet, que des chercheurs, soit de notre époque, soit de l'avenir, trouveront, par l'application de la méthode que j'aurai fait connaître, encore d'autres propositions qui ne me sont pas encore venues à l'esprit.

Je rédige donc en premier lieu la proposition qui fut aussi la première à m'être révélée par la mécanique, à savoir que tout segment de parabole est équivalent aux quatre tiers du triangle ayant même base et même hauteur, ensuite une à une les propositions qui ont été examinées de la même manière. La fin du livre sera consacrée aux démonstrations géométriques des théorèmes dont je t'avais envoyé les énoncés antérieurement.

Lemmes.

1 *Si on retranche une grandeur d'une grandeur, et si le même point est centre de gravité à la fois de la grandeur entière et de la grandeur retranchée, ce même point est le centre de gravité de la grandeur qui reste.*

2. *Si une grandeur est retranchée d'une grandeur sans que le même point soit centre de gravité à la fois de la grandeur entière et de la grandeur retranchée, le centre de gravité de la grandeur restante est situé sur le prolongement de la droite joignant les centres de gravité de la grandeur entière et de la partie retranchée, à l'extrémité d'un segment découpé dont le rapport au segment compris entre les centres de gravité indiqués est égal au rapport entre le poids de la grandeur retranchée au poids de la grandeur restante.*

3. *Si les centres de gravité d'un nombre aussi élevé qu'on voudra de grandeurs sont situés sur la même droite, le centre de gravité de la grandeur composée de toutes ces grandeurs sera, lui aussi, situé sur la même droite.*

4. *Le centre de gravité de tout segment de droite est le point qui divise le segment en deux parties égales.*

5. *Dans tout triangle le centre de gravité est le point d'intersection des droites menées des sommets du triangle aux milieux des côtés.*

6. *Dans tout parallélogramme le centre de gravité est le point de rencontre des diagonales.*

[...]

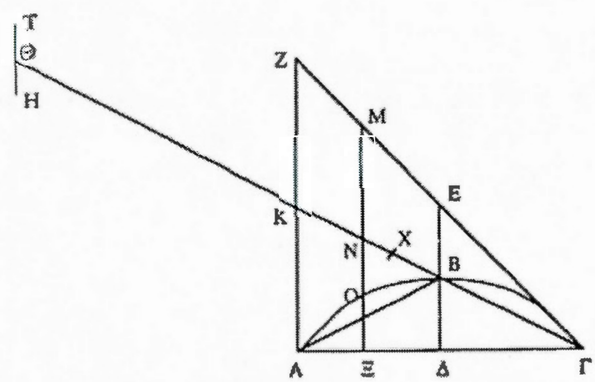
Nous nous servirons aussi de la proposition suivante, qui figure déjà dans le livre *Sur les Conoïdes* : *si des grandeurs en nombre quelconque ont à d'autres grandeurs, en même nombre, prises deux à deux dans le même rang, le même rapport, si les premières grandeurs, soit dans leur totalité, soit en partie, sont dans un rapport quelconque à d'autres grandeurs, et si les grandeurs de la seconde suite ont, prises dans le même ordre, le même rapport à d'autres grandeurs, le rapport entre la somme des premières grandeurs et la somme des grandeurs qui sont en proportion avec elles est égal au rapport entre la somme des grandeurs de la seconde suite et la somme des grandeurs en proportion avec elles.*

[...]

[Proposition] I.

Soit le segment ABΓ compris entre la droite AΓ et la parabole ABΓ; divisons AΓ en deux parties égales par le point Δ, menons la parallèle ΔBE au diamètre et les droites AB et BΓ joignant B à A et à Γ. Je dis que le segment ABΓ est équivalent aux quatre tiers du triangle ABΓ.

Menons des points A et Γ la droite AZ parallèle à ΔBE et la droite ΓZ tangente au segment et prolongeons ΓB jusqu'au point K ; soit ΓK égal à KΘ. Imaginons que ΓΘ soit un levier de centre K, et choisissons une parallèle MΞ à EΔ.



Dès lors, comme ΓBA est une parabole, que ΓZ est une tangente et que ΓΔ est mené d'une manière ordonnée, EB est égal à BΔ, comme cela a été démontré dans les *Éléments* ; pour cette raison, et parce que ZA et MΞ sont parallèles à EΔ, MN est égal à NΞ et ZK égal à KA. Et comme ΓA est à AΞ comme MΞ est à ΞO, comme cela est démontré dans un lemme, que ΓA est à AΞ comme ΓK est à KN, et que, enfin, ΓK est égal à KΘ, le rapport de ΘK à KN est égal au rapport de MΞ à ΞO. Et puisque le point N est le centre de gravité du segment de droite MΞ, parce que MN est égal à NΞ, si nous plaçons le segment de droite TH, égal à ΞO, de manière que son centre de gravité soit le point Θ et que TΘ soit égale à ΘH, le segment de droite TΘH fera équilibre au segment de droite MΞ restant en place, parce que ΘN est coupé en raison inverse des poids TH et MΞ et que ΘK est à KN comme MΞ est à HT ; il s'ensuit que le centre de gravité de la grandeur composée de ces deux poids est le point K ; de la même manière aussi toutes les parallèles à EΔ menées dans le triangle ZAΓ feront équilibre, en restant en place, aux segments, découpés d'eux par la parabole et transportés au point Θ de manière que le centre de gravité de la grandeur composée des uns et des autres soit le point K. Et du moment que le triangle ΓZA est constitué par les segments de droite menés dans le triangle ΓZA, et le segment ABΓ constitué par les segments de droite pris dans le

a) Analysez et exposez la démarche que propose Archimède.
b) Quelles « traces » de calcul intégral observez-vous dans la démarche d'Archimède?
c) Comparez le style d'Archimède à celui d'Euclide.
d) Justifiez avec les outils modernes le résultat d'Archimède.
e) Archimède affirme que « ΓA est a AΞ comme MΞ est a ΞO, comme cela est démontré dans un lemme ». Sauriez-vous en faire la preuve?

Activité 4 : Al-Khwārizmī et l'algèbre du monde arabe.

La formation de l'école algébrique arabe a lieu à partir du IXe siècle. Le principal personnage en est sans doute Abū ʿAbdallāh Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī (780-850). Le nom, al- Khwārizmī, désigne son lieu de naissance ou, du moins, celui de ses ancêtres, Khwārizm, région d'Asie centrale situé au sud de la mer d'Aral (aujourd'hui Ouzbékistan). On ne sait rien de son enfance ni de son adolescence, ni pour quelle raison et à quel moment de sa vie il se rendit à Bagdad, pour joindre La Maison de la sagesse, une prestigieuse institution scientifique de l'empire arabe de l'époque.

Al-Khwārizmī a d'abord été astronome. Il a écrit plusieurs livres importants d'astronomie, dont un contenant les plus anciennes tables astronomiques arabes de la tradition indienne qui nous soient parvenues. Son ouvrage le plus connu reste cependant l'Abrégé sur le calcul par la restauration et la comparaison. Sa parution est souvent citée comme l'acte de naissance officiel de l'algèbre. Plusieurs copies arabes manuscrites de l'époque nous sont parvenues. Le livre comprend deux grandes parties précédées d'une introduction. Cette dernière commence par les traditionnelles louanges à Dieu et à son Prophète Muhammad. Elle se poursuit par un éloge du calife al-Ma'mûm qui est présenté comme un mécène cultivé et généreux. On apprend que c'est ce dernier qui aurait commandé l'ouvrage à l'auteur « pour rendre plus clair ce qui était obscur et pour faciliter ce qui était difficile ».

Dans la première partie du livre, al-Khwārizmī commence par définir les objets de l'algèbre, c'est-à-dire les nombres (entiers et rationnels positifs, on fait parfois référence à des dirhams la monnaie de l'empire), l'inconnue (jidhr qui veut dire racine) et son carré (māl qui veut dire bien, entendu comme une possession). Puis il présente en phrase, sans symbolisme, le modèle de six équations canoniques, où a, b et c sont des entiers positifs :

1- $ax^2 = bx$
2- $ax^2 = c$
3- $bx = c$
4- $ax^2 + bx = c$
5- $ax^2 + c = bx$
6- $bx + c = ax^2$

Ainsi, ne pouvant concevoir de nombres négatifs, il était impossible d'aborder la forme générale $ax^2 + bx + c = 0$ telle que nous la connaissons. Pour ramener une équation du second degré à un des six modèles, il utilise deux opérations :

1- L'opération d'al-jabr (la restauration) : se débarrasser des termes à soustraire en ajoutant le même terme à chaque membre.
2- L'opération d'al-muqabala (la comparaison) : réduire les termes semblables à chaque membre de l'égalité.

Par exemple, $2x^2 + 100 - 20x = 58$ devient $2x^2 + 100 = 20x + 58$ par al-jabr. Et devient $2x^2 + 42 = 20x$ par al-muquabala.

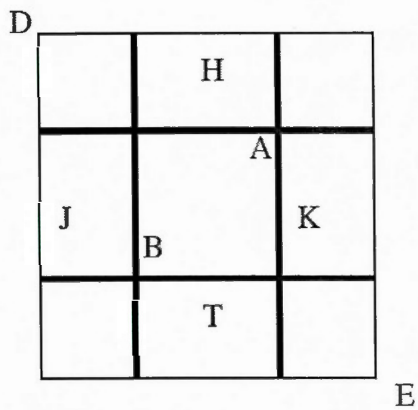
Vient ensuite une série de manipulations précises à mener pour chacun des six modèles d'équations avec des exemples à chaque fois. La procédure pour la résolution des modèles de type 4, 5 et 6 est illustrée à l'aide d'un support géométrique.

<u>Exercice 1 :</u>

Voici la procédure qu'al-Khwārizmī propose pour la résolution du 4e modèle : $ax^2 + bx = c$. Il donne en exemple l'équation à résoudre $x^2 + 10x = 39$.

« Quant à la justification de "un bien et dix racines égalent trente-neuf dirhams", sa figure est une surface carrée de côtés inconnus, et c'est le bien que tu veux connaitre et dont tu veux connaitre la racine. C'est la surface (AB), et chacun de ses côtés est la racine. Chacun de ses côtés, si tu le multiplies par un nombre parmi les nombres, quels que soient les nombres, sera des nombres de racines, chaque racine étant comme la racine de cette surface. Comme on a dit qu'avec le bien il y a dix de ses racines, nous prenons le quart de dix – et c'est deux et un demi – et nous transformons chacun de ses quarts [en segment] avec l'un des côtés de la surface. Il y aura ainsi, avec la première surface, qui est la surface (AB), quatre surfaces égales, la longueur de chacune d'elles étant comme la racine de la surface (AB) et sa largeur deux et un demi, et ce sont les surfaces (H), (T), (K), (J). Il [en] résulte une surface à côtés égaux, inconnue aussi, et déficiente dans ses quatre coins, chaque coin étant déficient de deux et demi par deux et demi. Alors, ce dont on a besoin comme ajout afin que la surface soit carrée, sera deux et demi par lui-même, quatre fois; et la valeur de tout cela est vingt-cinq. Or, nous avons appris que la première surface, qui est la surface du bien, et les quatre surfaces qui sont autour de lui et qui sont dix racines, sont [égales à] trente-neuf en nombre. Si on leur ajoute les vingt-cinq qui sont les quatre carrés qui sont dans les coins de la surface (AB), la quadrature de la surface la plus grande, et qui est (DE), sera alors achevée. Or nous savons que tout cela est soixante-quatre, et que l'un de ses côtés est sa racine, et c'est huit. Si on retranche de huit l'équivalent de deux fois le quart de dix – et c'est cinq –, aux extrémités du côté de la surface la plus grande qui est la surface (DE), il reste son côté trois, et c'est la racine de ce bien. »[1]

[1] Khwārizmī (al-), al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala [le livre abrégé sur le calcul par la restauration et la comparaison], Ms. Oxford, Hunt. No.214/1, ff. 1a-34a, A.M. Musharrafa et M. Mursī Ahmad (édit.), Le Caire, 1939; 2e édition, 1968, pp. 21-23. (Traduction française issue de Djebbar, A. (2005). L'algèbre arabe : la genèse d'un art, Paris : Vuibert, pp. 28-29.)



a) Analysez et exposez la démarche que propose al-Khwārizmī pour la résolution de l'équation.
b) Donnez une démarche algébrique moderne pour le cas général abordé par al-Khwārizmī.
c) En quoi l'héritage grec influence-t-il la démarche du mathématicien? En quoi ce dernier s'en éloigne?

Exercice 2 :

Voici maintenant la procédure qu'al-Khwārizmī propose pour la résolution du 5^e modèle : $ax^2 + c = bx$. Il donne en exemple l'équation à résoudre $x^2 + 21 = 10x$.

Quel sera le bien qui lorsqu'on lui ajoute 21 dirhams équivaut à 10 racines de ce montant? Divise en deux les racines, ce qui donne 5; multiplie 5 par lui-même, tu obtiens 25; retire les 21 qui sont ajoutés au carré; il reste 4; extrais la racine - cela donne 2 - et retire-la de la moitié de la racine, c'est-à-dire de 5; il reste 3; c'est la racine du carré que tu cherches et le carré est 9. Si tu le désires, ajoute cela à la moitié de la racine, ce qui donne 7, qui est la racine du carré que tu cherches et dont le carré est 49. Si tu rencontres un problème qui se ramène à ce cas, examine alors sa justesse à l'aide de l'addition; si tu ne le peux, tu obtiendras certainement (la solution) à l'aide de la soustraction. Parmi les trois cas dans lesquels on doit diviser en deux les racines, c'est le seul où l'on se serve de l'addition et de la soustraction. Sache en outre que si dans ce cas, tu divises en deux la racine, que tu la multiplies par ellemême et que le produit soit plus petit que les dirhams qui sont ajoutés au carré, alors le problème est impossible. Mais s'il est égal aux dirhams, la racine du carré est égale à la moitié de la racine, sans qu'on ajoute ou retire quoi que ce soit.[2]

a) Analysez et exposez la démarche que propose al-Khwārizmī pour la résolution de l'équation.
b) Expliquez les possibles problèmes dont al-Khwārizmī nous met en garde lors de la résolution.

---

[2] A.P. Youschkevitch, Les mathématiques arabes (VIIIe - XVe siècles), Paris : Vrin, 1976.

Activité 5 : Nicolas Chuquet et l'algèbre des marchands au Moyen-Âge en Occident.

Nicolas Chuquet (1445-1488) est un important mathématicien français du bas Moyen-Âge. Né à Paris, Chuquet est parti pour Lyon en 1480 après des études de médecine à la Sorbonne. Il y a pratiqué le métier d'« escripvain », c'est-à-dire qu'il a enseigné aux enfants à écrire, puis il est devenu « maistre d'algorisme », c'est-à-dire qu'il a enseigné aux jeunes fils de marchands dans son école faisant partie alors des écoles dites des abacistes.

Son œuvre majeure écrite en français est le *Tripartys en sciences des nombres*. Jamais paru de son vivant, son texte aurait été récupéré par son voisin, Estienne de La Roche, qui publiera le livre pour son compte en 1520 sous le titre *Arismeticque et geometrie*. Ce n'est qu'en 1880 que le professeur Aristide Marre découvre par hasard l'ouvrage original de Chuquet annoté de la main de La Roche. La découverte est phénoménale, car il s'agit d'un des plus vieux textes de mathématiques connus écrits en français. Chuquet y traite d'arithmétique et d'algèbre en reprenant des éléments de l'algèbre arabe, mais en utilisant une notation puissante qui influencera grandement les mathématiciens d'Occident de la renaissance, dont Descartes.

Son *Tripartys en sciences des nombres* est une œuvre à la fois théorique et pratique. Il y présente d'abord des algorithmes pour les opérations élémentaires en arithmétique (et extraction de racines nièmes). Il présente ensuite une série de ce qu'il appelle « canons », ce sont des procédés de résolution algébrique de problème de premier et second degré et qui reprenne (sans le support géométrique) les modèles d'al-Khwarizmi. Vient ensuite une série de problèmes qui illustrent la puissance des méthodes de Chuquet. Ces problèmes portent généralement sur des situations comptables permettant aux marchands de s'exercer sur des situations concrètes. En voici un exemple[1] :

[1] Extrait du texte de Paul Benoit : Calcul, algèbre et marchandise. Dans M. Serre (Dir.) *Éléments d'histoire des sciences*. Paris: Bordas, 1989, p. 209.

Un problème d'association selon Nicolas Chuquet (1484)

« Il est un marchant qui a baillé a ung sien facteur 500 livres pour gouverner et conduire en marchandise par telle convenance que le facteur doit prandre les 2/5 du gaing. Advient que le facteur oultre et par dessus ces paches (accords) et du consentement de son maistre, il a mis 100 livres en compaignie de son maistre. Assavoir moult quelle partie du gaing cellui facteur doit avoir par les paches premières non corrompues. Response : pour le premier par les paches faictes le facteur a cause de son service doit prandre les 2/5 du gaing des 500 livres que a mys son maistre. Or il est ainsi que les 500 livres sont les 5/6 de tout le corps de la compaignie ainsi le facteur a cause de son service doit prandre du gaing les 2/5 de 5/6 qui sont 1/3 de tout le gaing. Et après pour les 100 livres qu'il a mises et qui sont 1/6 de la compaignie il doit prandre la sixième partie de tout le gaing et par ainsi le facteur doit prandre 1/3 et 1/6 du gaing qui sont 1/2. Et doit-on entendre que en ceste maniere de faire (le marchand) ne perd (ni) ne gangne des 100 livres que son facteur met en compaignie. Ainsi veu que le facteur a eu la charge et la peine de tout et que le marchant ne s'en mesle en rien il n'y doit aussi en rien participer. »

<u>Exercice 1</u>

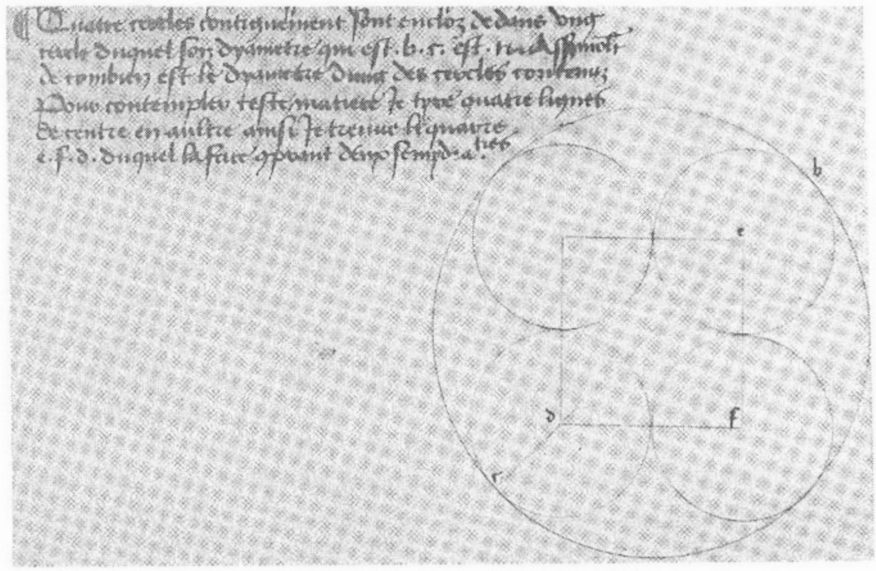
a) Expliciter le problème arithmétique soulevé par Chuquet dans cet extrait.

D'autre part, on retrouve dans le livre de Chuquet une partie abordant des problèmes de géométrie. Encore une fois, la puissance des méthodes de Chuquet et de sa notation inédite est illustrée fortement au travers de ces résolutions. En effet, Luca Pacioli (vers 1494), algébriste de la même époque pouvait écrire « un nombre ajouté à son carré valent 12 ». Chuquet quant à lui possédait déjà un symbolisme qui lui permettait d'échapper à ce langage rhétorique. En effet, pour désigner l'inconnue, qu'il appelle un premier, Chuquet emploie la notation 1^1 pour désigner x, 1^2 pour désigner x^2 et 3^4 pour désigner $3x^4$. Aussi, il n'utilise pas encore les symboles + ou -, mais utilise les abréviations $\overline{p}$ et $\overline{m}$ qui acquièrent déjà le statut de symbole. Voici, un exemple[2] de résolution de problème géométrique à l'aide de l'algèbre proposé par Chuquet :

[2] Dans Chuquet, N. *La géométrie: première géométrie algébrique en langue française*. (H. L'Huillier, Dir., Introduciton, raduction et notes). Paris: Vrin, 1979, pp. 305-306. (Œuvre originalement publiée en 1484)

166. Quatre cercles contiguement sont encloz dedans ung cercle duquel son dyametre qui est .b.c. est 12; assavoir moult de combien est le dyametre d'ung des cercles contenuz. Pour contempler ceste matiere je tyre quatre lignes de centre en aultre, ainsi je treuve le quarré .e.f.d. duquel la face comprant deux semy-diametres // comme il appert de .e.f.; et aussi je regarde que le dyametre du quarré qui est .d.e. avec deux semy-diametres .c.d. et .e.b. sont egaulx au dyametre du cercle contenant .c.b., et par ainsi le dyametre du quarré .d.e. avec l'une de ses faces .e.f. est egal a .c.b. qui sont 12; et pourtant je pose que .e.f. soit 1^1, et aussi .d.f.; je multiplie chascun en soy et puis les adjouste, montent 2^2 dont la racine seconde qui est $R^2.2^2$. est le dyametre .d.e., auquel je adjouste .e.f., monte tout $R^2.2^2$. plus 1^1 egaulx a 12 qui sont .c.b.; abrevie tes parties en ostant 1^1 de chascune d'icelles et auras $R^2.2^2$. d'ung costé, et 12 moins 1^1 d'aultre; multiplie ores chascune partie en soy, si auras 2^2 d'une part et 144 $\bar{m}$ 24^1 $\bar{p}$ 1^2; prestes 24^1 a l'une et a l'aultre parties, et d'une chascune d'icelles lyeves 1^2, et auras 1^2 $\bar{p}$ 24^1 d'une part, et 144 de l'aultre; expedie le residu de ce compte selon les canons de la rigle des premiers, si trouveras $R^2.288$. moins 12, et tant monte .e.f., et par consequent chascun dyametre des cercles contenuz. Et pour prouver cest euvre, je multiplie .e.f. en soy, qui est $R^2.288$. $\bar{m}$ 12, et aussi .d.f. en soy, monte chascune multiplicacion 432 moins $R^2.165888$. que je adjouste ensemble, monte tout 864 moins $R^2.663552$., duquel nombre la racine seconde qui est $R^2.\underline{864\ \bar{m}\ R^2.663552.}$ est le dyametre .d.e.; laquelle racine abreviee par extraction d'icelle vient a $R^2.576$. $\bar{m}$ $R^2.288$., laquelle encores abreviee par extraction de R^2 vient a 24 $\bar{m}$ $R^2.288$., a laquelle somme je adjouste les deux semy-diametres .c.d. et .e.b. qui sont eulx deux ensemble $R^2.288$. $\bar{m}$ 12; monte celle addicion 12 qui est la perfection de cest examen.

Le texte original[3] :



Exercice 2

a) Expliciter le problème et la démarche de résolution de Chuquet.
b) Que peut vouloir dire : « les canons de la rigle des premiers »?

En parcourant le livre de Chuquet, on tombe sur un problème particulièrement troublant dont voici la description[4] :

[3] Image extraite de Flegg, G., Hay, C., & Moss, B. *Nicolas Chuquet, Renaissance Mathematician.* Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1985, p. 268.

[4] Extrait du texte d'Aristide Marre, *Notice sur Nicolas Chuquet et son Triparty en la science des nombres*, 1881, p. 453-454.

CXLVI. ℂ Il est vng patron de galee qui a en sa garde et conduite .15. xp̄iens et .15. juifz Lequel patron pour la tempeste des vndes de la mer est contraint de descharger sa nef de la moittie de ses gens pour sauluer laultre moittie ou aultrēmēt tout periroit et seroit la nef profundee en la mer Et vouldroit bien cellui patron trouuer moyen que les juifz seulement feussent gettez en la mer et les xp̄iens sauluez mais Il doubte que les juifz ne se rebellēt et quilz ne refusent son ordonnance. toutesfoiz a celle fin quil ne soit veu accepteur de personnes et fauorisant les vngs plus que les aultres. Il les fist asseoir lung coste l'ault.ᵉ en figure circulaire et ent'meslez les xp̄iens parmy les juifz par certaine ordonnance. Et puis dit Il est neccessᵉ que la moittie de tous vous aultres soit gettee en la mer pour sauluer laultre. Vous Veez le grant peril en quoy noᵘ sōmes. Je ordonne que en contant circuliēment de .1. jusques a .9. et puis recōmancer a .1. et ꝯtinuer jusques a .9. et ainsi continuant tousiours le neuf.ᵉ soit gette en la mer. ℂ A laquelle ordonnance toᵘ furent consentens. Et puis cōmanca a compter. 1. 2. 3. 4. etc. jusques au neuf.ᵉ qui fut gette en la mer. Et puis sus le 10ᵉ Il recōmanca 1. 2. 3. etc. Jusques au neuf.ᵉ qui pareillemēt fut gette en la mer. Et tant fut ce compte reitere que .15. personnes furent gettees en la mer. Et si cautement fut procede que les .15. xp̄iens furent gardez et sauluez et les .15. Juifz furent suffoquez en la mer. Assmōlt en quelle ordonnance Ilz furent situez.

ℂ Et ainsi quil est fait de 15. Xp̄iens et de .15. Juifz lon peult faire de .18. et de .24. Et si pourroit on prandre le 10.ᵉ ou le tantiesme que lon vouldroit ainsi cōme a este fait du neuf.ᵉ (1)

(1) Bachet de Meziriac, en son XXIIIᵉ problème, s'exprime ainsi : (PROBLEMES, etc. *A LYON*, etc. *M.DC. XXIIII*, page 174, lig. 3—23, PROBLÈMES, etc. PARIS, etc. 1874, etc. page 118, lig. 1—17) :

PROBLEME XXIII.

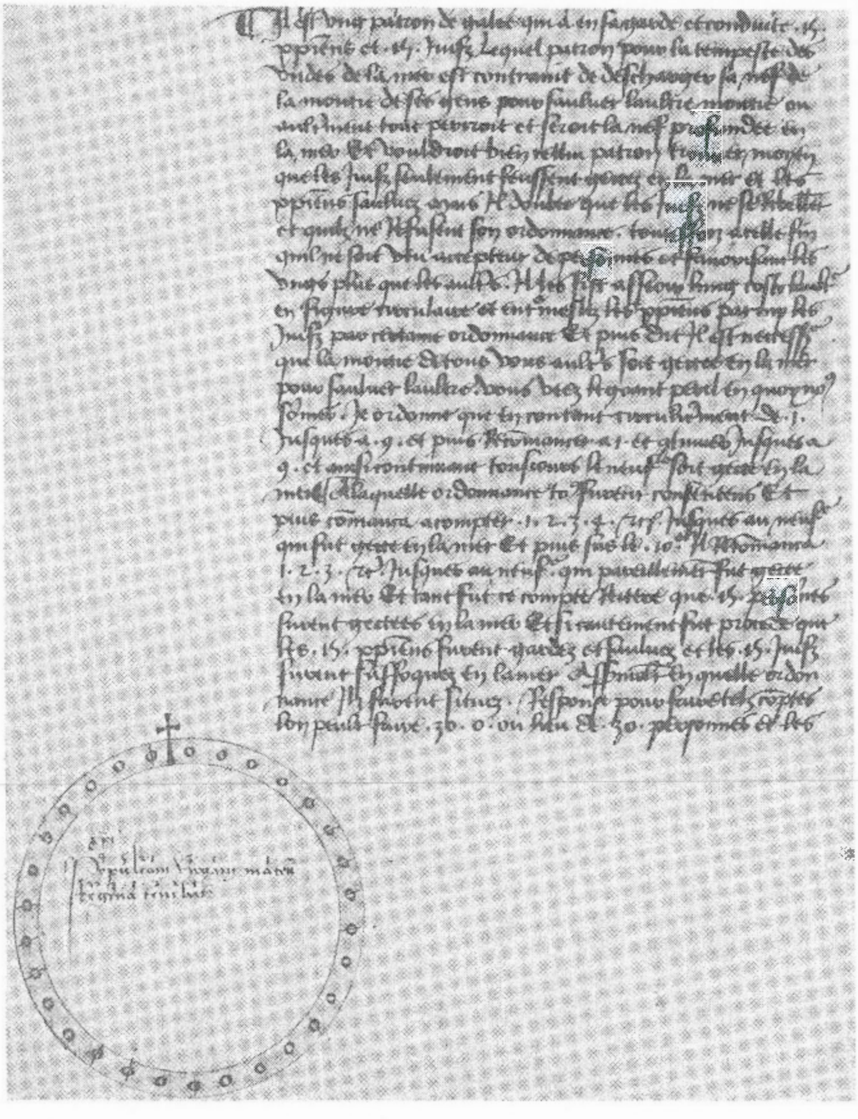
» *Estant propose* (sic) *quelque nombre d' vnites* » *distinguees entre elles, les disposer &* » *ranger par ordre en telle sorte, que reiet-* » *tant tousiours la neufiesme, ou la* » *dixiesme, ou la tantiesme que l'on vou-* » *dra, iusques à vn certain nombre, les* » *restantes soyent celles que l'on voudra.*

» On a accoustumé de proposer ce Probleme » en ceste sorte. Quinze Chrestiens & quin- » ze Turcs se treuuent sur mer dans vn mesme na- » uire, & s'estant esleuee vne terrible tourmente, le » pilote dit qu'il est necessaire de ietter dans la » mer la moitié des personnes qui sont en la nef, » pour sauuer le reste. Or cela ne se peut faire que » par sort; Partant on est d'accord que se rangeans » tous par ordre, & contant de neuf, en neuf, on » iette chasque neufuiesme dans la mer iusques à » ce que de 30. qu' ils sont, il n'en demeure que 15. » On demande comment il les faudroit disposer » pour faire que le sort tombat sur le 15. Turcs » sans perdre aucun des Chrestiens.

Le problème est bien le même que celui de Nicolas Chuquet, avec cette différence que Claude Bachet a mis des Turcs à la place des Juifs.

Le texte[5] original (la « solution » du problème est illustrée dans la figure en bas) :

[5] Image extraite de Flegg, G., Hay, C., & Moss, B. *Nicolas Chuquet, Renaissance Mathematician.* Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1985, p. 229.



Exercice 3

a) Ce texte soulève des enjeux moraux et éthiques importants quant à l'activité mathématique. Que dire du choix d'un tel contexte par Chuquet?

b) S'agit-il d'un texte mathématique? Faire des mathématiques est-il nécessairement neutre moralement?

c) Sommes-nous à l'abri aujourd'hui de dérives éthiques?

Activité 6 : Roberval et l'approche mécanique/cinématique.

Professeur de mathématiques au Collège Royal (actuel Collège de France), Gilles Personne de Roberval (1602-1675) est un mathématicien aujourd'hui encore méconnu ayant été un membre actif du cercle du père Mersenne. Membre fondateur de l'Académie des Sciences, ses traités portent sur la mécanique, la méthode des indivisibles ou encore sur des courbes dites mécaniques comme la cycloïde. Ce dernier objet, aussi appelé roulette, fera l'objet de nombreuses spéculations et débats féconds entre mathématiciens du 17e siècle, dont Descartes, Pascal et Fermat. Publiant peu, mais se montrant acharné à défendre ses méthodes, Roberval se retrouvera au carrefour de nombreuses controverses dans les milieux savants de son époque.

Dans le texte[1] qui suit, Roberval propose une méthode originale pour déterminer les tangentes (appelées touchantes) à la cycloïde. L'approche est à la fois mécanique et cinématique, car l'analyse se fonde sur l'analyse de la courbe définie comme une composée, dans le temps, de translations et de rotations. Ses méthodes géniales d'inspiration physique et mécanique amènent les historiens des sciences à en faire un précurseur de Newton et de sa théorie des fluxions, à l'origine du calcul différentiel moderne.

---

[1] Texte tiré de : Aux Origines du calcul infinitésimal, IREM – Histoire des mathématiques, Ellipses, 1999.

GILLES PERSONNE DE ROBERVAL : *OBSERVATIONS SUR LA COMPOSITION DES MOUVEMENTS ET SUR LE MOYEN DE TROUVER LES TOUCHANTES DES LIGNES COURBES* (EXTRAITS, vers 1636)

PROBLÈME I.

Proposition cinquième.

Donner les touchantes des lignes courbes par les mouvements mêmes mêlés.

Mais nous supposons qu'on nous en donne assez de propriétés spécifiques, qui nous fassent connaître des mouvements qui les décrivent.

Axiome, ou principe d'invention.

La direction du mouvement d'un point qui décrit une ligne courbe, est la touchante de la ligne courbe en chaque position de ce point-là.

Le principe est assez intelligible, et on l'accordera facilement dès qu'on l'aura considéré avec un peu d'attention.

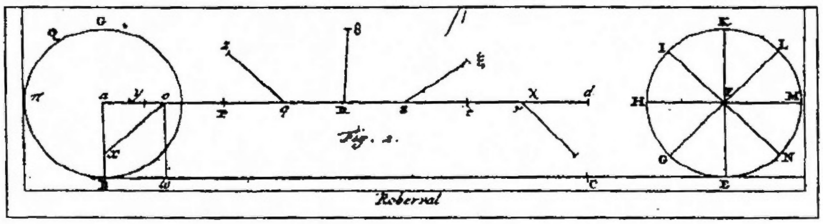
Règle générale

Par les propriétés spécifiques de la ligne courbe (qui vous seront données) examinez les divers mouvements qu'a le point qui la décrit à l'endroit où vous voulez mener la touchante : de tous ces mouvements composés en un seul, tirez la ligne de direction du mouvement composé, vous aurez la touchante de la ligne courbe.

La démonstration est mot à mot dans notre principe. Et parce qu'elle est très générale, et qu'elle peut servir à tous les exemples que nous en donnerons, il ne sera point à propos de la répéter.

[...]

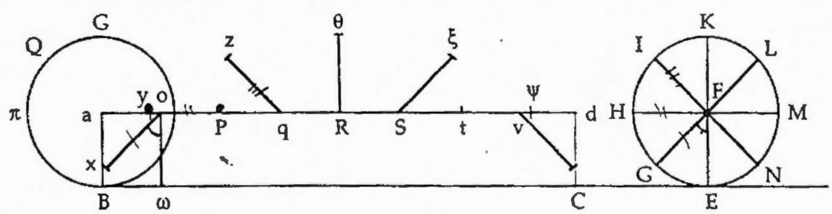
Onzieme exemple, de la Roulette ou Trochoïde de M. de Roberval



Soit proposé le cercle duquel le centre est a, le demi-diamètre aB, et sa touchante BC au point B prolongée en C, l'on imagine que le cercle B faisant une révolution sur la ligne BC, soit que BC soit égale à la circonférence du cercle, soit qu'elle soit plus grande ou plus petite (ce que je suppose indifférent, et facile à démontrer) le point B de ce cercle étant porté par les deux mouvements, l'un droit qui le porte de B vers C, l'autre circulaire à cause de la révolution du cercle ; que ce point, dis-je, décrit la Roulette ou Trochoïde ; ou si vous voulez, ayant tiré par le centre a la ligne ad égale et parallèle à BC vers le même côté, l'on imagine que le cercle glissant de B vers C sans tourner à l'entour de son axe, en sorte que le centre a décrive la ligne ad par un mouvement uniforme, en même temps le point B décrive la circonférence de son cercle passant de B par πQGB d'un mouvement uniforme, et que le centre a étant arrivé en d, ce point se retrouve en C, où la ligne BC touche le cercle, et qu'enfin ces deux mouvements, l'un circulaire, par le moyen duquel le point B parcourt une fois la circonférence de son cercle, l'autre droit, par lequel il est emporté vers C, mêlés comme nous avons dit, étant tous deux uniformes, font décrire la roulette à ce point B.

D'où vous voyez que ces deux mouvements étant uniformes, le point B peut décrire trois diverses sortes de Roulettes, suivant que son mouvement circulaire sera proportionné à son mouvement droit, ou si vous voulez suivant la raison de la circonférence de son cercle à la ligne ad, que le centre décrit, puisque cette circonférence peut être ou égale à la ligne ad, ou plus grande ou plus petite.

Nous ne nous arrêtons pas à considérer les lignes qui peuvent être décrites, posé que l'un ou l'autre de ces mouvements, ou même posé que ni l'un, ni l'autre ne fût uniforme.



Ceci posé, pour décrire aisément cette ligne, soit prolongée la ligne BC, comme en E ; du point E soit tirée EF égale et parallèle à aB ; du centre F décrivez le cercle EGHIKLMN, qui sera égal au premier, divisez sa circonférence en tant de parties que vous voudrez par les points GHIKLMN, et tirez par ces points les demi-diamètres du cercle. Divisez la ligne ad en autant de parties égales que vous avez divisé la circonférence GHI etc., aux points oPqRStu, par le point o tirez ox égale et parallèle au rayon FG, par P tirez Py égale et parallèle à FH, puis qz égale et parallèle à FI, et ainsi des autres, vous aurez les points B$xyz\Theta\xi\psi$C, par lesquels la Roulette doit être décrite.

La raison de cette description est manifeste, car prenez dans la ligne ad un des points de la division comme par exemple le premier o, tirez $o\omega$ perpendiculaire sur BC, et par conséquent parallèle aux rayons aB, FE, mais par la description ox est parallèle à FG, et partant l'angle $xo\omega$ est égal à l'angle GFE, et décrivant du centre o et de l'intervalle ox, l'arc $x\omega$, cet arc est égal à l'arc GE : mais posé que le centre a ait décrit la ligne ao, et soit en o, le point B doit avoir décrit un arc égal à EG ; car par l'hypothèse EG est à sa circonférence totale, comme ao est à ad, et les mouvements sont uniformes ; donc le point B a décrit l'arc ωx, il est donc en x, et par conséquent le point x est un point de la Roulette ; ce qu'il fallait démontrer. L'on démontrera la même chose de tous les autres points.

Il s'ensuit de cette démonstration, que décrivant le cercle GHIKLMN d'un autre centre pris dans la ligne *ad*, comme du centre *a*, P, R etc. et faisant le reste de la construction, l'on trouvera les mêmes points de la Roulette.

Ces connaissances suffisent pour trouver les touchantes de la Roulette par les mouvements composés ; car ayant pris un point de la Roulette, et ayant trouvé les deux directions de son mouvement droit et de son mouvement circulaire ; si l'on entend dans ces lignes de direction deux lignes qui soient entre elles comme la ligne BC ou la base de la Roulette, est au cercle de la Roulette, chacune de ces lignes étant prise dans la direction du mouvement homologue, la direction du mouvement composé de ces deux sera la touchante.

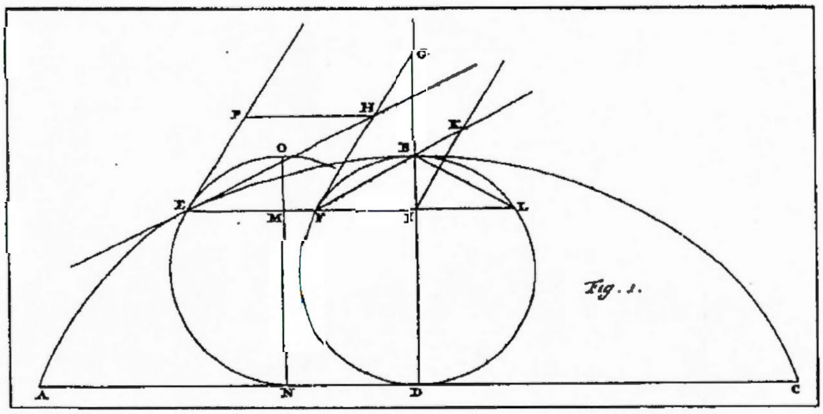
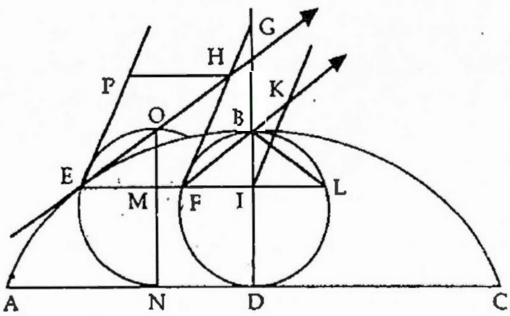


Fig. 1.

Car soit proposé la Roulette ABC de laquelle la base est ADC, le sommet B et l'axe BD, et que l'on en demande la touchante au point E. Décrivez le cercle BFD de la Roulette, soit autour de l'axe BD, soit sur quelque diamètre perpendiculaire à la ligne ADC ; du point E tirez la ligne EF parallèle à AC, et coupant en F la circonférence du demi-cercle de la Roulette (la plus proche du point E; si le point E étant pris entre A et B, vous avez décrit le cercle plus vers C que le point E, sinon au contraire etc.) tirez FG touchante du cercle, puis faites que comme AC est à la circonférence du cercle, ainsi EF soit à FH, prenant le

point H dans la touchante FG, du point H tirez HE, ce sera la touchante de la Roulette.

M. de Fermat tire cette touchante en cette façon : tirez la ligne EF, comme ci-dessus. Tirez encore une ligne FB, et par le point E tirez EH parallèle à FB, la ligne EH sera la touchante.



Exercice 1 :

a) Expliciter la démarche de Roberval pour déterminer la touchante à la cycloïde.

b) Roberval souligne que Fermat tire la touchante d'une façon différente, tentez de réconcilier les deux démarches.

Roberval poursuit plus loin son exploration de la cycloïde et propose une méthode pour la quadrature de celle-ci. C'est-à-dire, une méthode qui permet le calcul de l'aire sous la cycloïde. Dans une série de lettre au Père Mersenne[2], René Descartes commente les travaux de Roberval et propose ses propres analyses des problèmes autour de la cycloïde.

[2] Lettres tirées de : Œuvres complètes de René Descarte, disponible en ligne sur le site de : *Œuvres Complètes de René Descartes. Electronic edition. Edition Information* Past Masters Preface ISBN: 978-1-57085-249-7 Charlottesville, Virginia, USA: InteLex Corporation, 2001. (Consulté le 12 septembre 2012)

Voici deux extraits[3] de ces lettres :

Lettre de Descartes à Mersenne (28 avril 1638)

Monsieur,

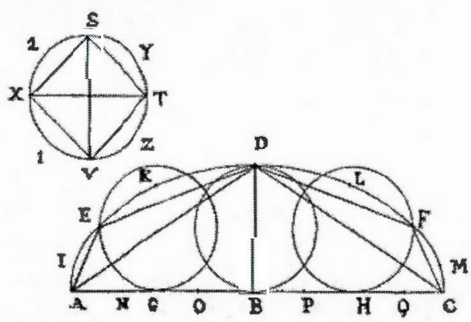
Quant au sieur de Roberval, il a trouvé quantité de belles spéculations nouvelles, tant géométriques que mécaniques, et entr'autres je vous en dirai une, à savoir qu'il a démontré que l'espace compris par la ligne courbe ACB et la droite AB est triple du cercle ou de la roue ou roulette AEF; or ledit espace est fait par la roulette qui se meut depuis A jusqu'à B, sur le plan ou sur la ligne AB, lorsque la ligne AB est égale à la circonférence de ladite roulette. Et puis il a démontré la proportion de cet espace avec ledit cercle, lorsque la roulette décrit AB plus grande ou plus petite que sa circonférence in quacunque ratione data [dans un rapport quelconque donné].

Lettre de Descartes à Mersenne (27 mai 1638)

Mon Révérend Père,

J'ai reçu vos deux paquets du vingt-huitième avril et premier mai au même voyage, et sans compter les autres lettres que vous m'envoyez, j'y trouve 26 pages de votre écriture, auxquelles je dois réponse. Véritablement c'est une extrême obligation que je vous ai, et je ne saurais penser à la peine que vous prenez à mon occasion, que je n'en aie un très grand ressentiment. Mais ad rem [allons au fait].

Vous commencez par une invention de Monsieur de Roberval, touchant l'espace compris dans la ligne courbe que décrit un point de la circonférence d'un cercle, qu'on imagine rouler sur un plan, à laquelle j'avoue que je n'ai ci-devant jamais pensé, et que la remarque en est assez belle; mais je ne vois pas qu'il y ait de quoi faire tant de bruit, d'avoir trouvé une chose qui est si facile, que quiconque sait tant soit peu de géométrie ne peut manquer de la trouver, pourvu qu'il la cherche.



[3] Lettres tirées de : Œuvres complètes de René Descarte, disponible en ligne sur le site de : *Œuvres Complètes de René Descartes. Electronic edition. Edition Information* Past Masters Preface ISBN: 978-1-57085-249-7 Charlottesville, Virginia, USA: InteLex Corporation, 2001. (Consulté le 12 septembre 2012)

Car si ADC est cette ligne courbe, et AC une droite égale à la circonférence du cercle STVX, ayant divisé cette ligne AC en 2, 4, 8, etc., parties égales par les points B, G, H, N, O, P, Q etc., il est évident que la perpendiculaire BD est égale au diamètre du cercle, et que toute l'aire du triangle rectiligne ADC est double de ce cercle. Puis prenant E pour le point où ce même cercle toucherait la courbe AED, s'il était posé sur sa base au point G, et prenant aussi F pour le point où il touche cette courbe, quand il est posé sur le point H de sa base, il est évident que les deux triangles rectilignes AED et DFC sont égaux au carré STVX inscrit dans le cercle. Et tout de même, prenant les points I, K, L, M pour ceux où le cercle touche la courbe, lorsqu'il touche sa base aux points N, O, P, Q, il est évident que les quatre triangles AIE, EKD, DLF et FMC sont ensemble égaux aux quatre triangles isocèles inscrits dans le cercle, SYT, TZV, V1X, X2S, et que les huit autres triangles, inscrits dans la courbe sur les côtés de ces 4, seront égaux aux 8 inscrits dans le cercle, et ainsi à l'infini. D'où il parait que toute l'aire des deux segments de la courbe, qui ont pour bases les lignes droites AD et DC, est égale à celle du cercle; et par conséquent toute l'aire comprise entre la courbe ADC et la droite AC est triple du cercle. Ce que je n'aurais pas ici pris la peine d'écrire, s'il m'avait dû coûter un moment de temps davantage qu'il en a fallu pour l'écrire. Et si je me vantais d'avoir trouvé de telles choses, il me semblerait faire le même que si, en regardant le dedans d'une pomme que je viendrais de couper par la moitié, je me vantais de voir une chose que jamais aucun autre que moi n'aurait vue.

Exercice 2 :

Dans ces extraits, Descartes commente la démarche de Roberval concernant la quadrature de la cycloïde. La réponse de Descartes est-elle satisfaisante?

Activité 7 : Fermat, le prince des amateurs.

Mathématicien amateur, Simon Pierre de Fermat publie très peu et ses principales découvertes sont inscrites en marge des livres qu'il a étudiés. Co-inventeur avec Descartes de la géométrie des coordonnées, initiateur avec Pascal du calcul des probabilités, Fermat est aussi l'artisan de la renaissance de la théorie des nombres au 17^{e} siècle.

Voici une courte lettre[1] de Descartes à Fermat qui met en relief l'admiration que ces personnages hauts en couleur entretenaient l'un envers l'autre :

LETTRE DE MONSIEUR DESCARTES

A MONSIEUR DE FERMAT,

pag. 347. tom. 3. des Lettres de Monſieur Deſcartes.

MONSIEUR,

Je n'ay pas eu moins de joye de recevoir la Lettre par laquelle vous me faites la faveur de me promettre voſtre amitié, que ſi elle me venoit de la part d'une Maiſtreſſe, dont j'aurois paſſionnement deſiré les bonnes graces. Et vos autres écrits qui ont precedé me font ſouvenir de la Bradamante de nos Poëtes, laquelle ne vouloit recevoir perſonne pour ſerviteur, qui ne ſe fut auparavant éprouvé contr'elle au combat. Ce n'eſt pas toutefois que je pretende me comparer à ce Roger, qui eſtoit ſeul au monde capable de luy reſiſter ; mais tel que je ſuis, je vous aſſeure que j'honnore extremement vôtre merite. Et voyant la derniere façon dont vous uſez pour trouver les tangentes des lignes courbes, je n'ay autre choſe à y répondre, ſinon qu'elle eſt tres-bonne, & que ſi vous l'euſſiez expliqué au commancement en cette façon, je n'y euſſe point du tout contredit, &c.

Descartes fait référence à la méthode de Fermat pour trouver des tangentes à des lignes courbes. En effet, concernant le calcul différentiel, Fermat rédige vers 1629 le traité sur la méthode des *maxima et minima* présentée dans l'extrait ci-dessous. Il s'agit d'une méthode permettant de calculer les minimums et maximums relatifs et absolus de fonctions polynomiales de degré quelconque. Il appliquera cette méthode algébrique pour la détermination de tangente à des lignes courbes. L'idée qui est bien à l'origine du calcul différentiel moderne et sera formalisée quelques années plus tard de façon indépendante par Leibniz et Newton. Voici un extrait[2] d'un texte de Fermat dans lequel il présente sa méthode des minimums et maximums :

---

[1] Tiré des *Varia opera mathematica* de Samuel Fermat, Toulouse, 1679, p.16.

[2] Tiré de : Aux origines du calcul infinitésimal, IREM – Histoire des mathématiques, Ellipse, 1999.

PIERRE DE FERMAT : *MÉTHODE POUR LA RECHERCHE DU MAXIMUM ET DU MINIMUM* (1er EXTRAIT : SUR LA MÉTHODE D'ADÉGALATION, 1629/1637)

Toute la théorie de la recherche du maximum et du minimum suppose la position de deux inconnues et la seule règle que voici :

Soit a une inconnue quelconque de la question (qu'elle ait une deux ou trois dimensions, suivant qu'il convient d'après l'énoncé). On exprimera la quantité maximale ou minimale en a, au moyen de termes qui pourront être de degrés quelconques. On substituera ensuite $a + e$ à l'inconnue primitive a, et on exprimera ainsi la quantité maximale ou minimale en termes où entreront a et e à des degrés quelconques. On *adégalera*, pour parler comme Diophante, les deux expressions de la quantité maximale ou minimale, et on retranchera les termes communs de part et d'autre. Cela fait, il se trouvera que de part et d'autre tous les termes seront affectés de e, ou par une puissance de e d'un degré plus élevé, de façon que dans l'un au moins des termes de l'un quelconque des membres e disparaisse entièrement. On supprimera ensuite tous les termes où entrera encore e ou l'une de ses puissances et l'on égalera les autres, ou bien, si dans l'un des membres il ne reste rien, on égalera, ce qui revient au même, les termes en plus aux termes en moins. La résolution de cette dernière équation donnera la valeur de a, qui conduira au maximum ou au minimum, en reprenant sa première expression.

Voici un exemple :

Soit à partager la droite AC *en* E, *en sorte que* le rectangle AEC *soit maximum.*

Posons AC = b ; soit a un des segments, l'autre sera $b - a$, et le produit dont on doit trouver le maximum : $ba - a^2$. Soit maintenant $a + e$ le premier segment de b, le second sera $b - a - e$, et le produit des segments :

$$ba - a^2 + be - 2\,ae - e^2\,;$$

Il doit être *adégalé au précédent* :	$ba - a^2$;
Supprimant les termes communs :	$be \sim 2\,ae + e^2$;
Divisant tous les termes :	$b \sim 2\,a + e$;
Supprimez e :	$b = 2\,a$.

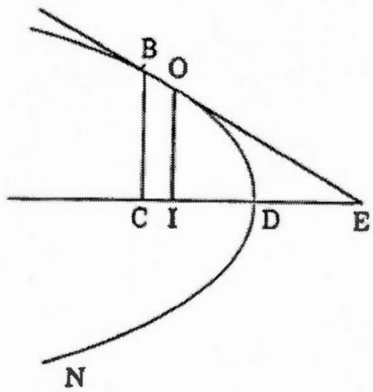
Pour résoudre le problème il faut donc prendre la moitié de b. Il est impossible de donner une méthode plus générale.

a) Analysez et exposez la démarche que propose Fermat pour la résolution du problème.
b) Donnez une démarche moderne à l'aide de la définition de la dérivée d'une fonction.
c) Faites de même pour les prochains extraits[3] où Fermat illustre la puissance de sa méthode.

[3] *Ibid.*

PIERRE DE FERMAT : *MÉTHODE POUR LA RECHERCHE DU MAXIMUM ET DU MINIMUM* (3e EXTRAIT : DES TANGENTES AUX LIGNES COURBES, 1629/1637)

Nous ramenons à la méthode précédente l'invention des tangentes en des points donnés à des courbes quelconques.



Soit donnée, par exemple, la parabole BDN, de sommet D, de diamètre DC ; soit donné sur elle le point B, par lequel il faut mener la droite BE tangente à la parabole et rencontrant le diamètre en E.

Si l'on prend sur la droite BE un point quelconque O, dont on mène l'ordonnée OI, en même temps que l'ordonnée BC du point B,

le rapport de CD à DI sera plus grand que
celui du carré de BC au carré de OI,

puisque le point O est extérieur à la parabole.

Mais, à cause de la similitude des triangles,

le carré de BC est au carré de OI
comme le carré de CE est au carré de IE.

Donc

le rapport de CD à DI sera plus grand que
celui du carré de CE au carré de IE.

Or le point B est donné, donc l'ordonnée BC, donc le point C, donc CD. Soit donc CD $= d$, donnée. Posons CE $= a$ et CI $= e$;

Donc

le rapport de d à $d - e$ sera plus grand que celui de a^2 à $a^2 + e^2 - 2ae$.

Faisant le produit des moyens et des extrêmes :

$da^2 + de^2 - 2dae$ sera plus grand que $da^2 - a^2e$.

Adégalons, donc, d'après la méthode précédente ; on aura, en retranchant les termes communs :

$$de^2 - 2dae \sim -a^2e,$$

ou, ce qui revient au même :

$$de^2 + a^2e \sim 2dae.$$

Divisez tous les termes par e :

$$de + a^2 \sim 2da.$$

Supprimez de ; il reste : $a^2 = 2da$, donc : $a = 2d$.

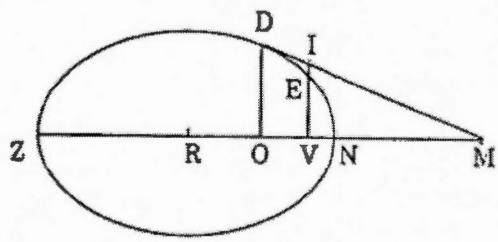
Nous prouvons ainsi que CE est double de CD, ce qui est conforme à la vérité.

Cette méthode ne trompe jamais, et peut s'étendre à nombre de questions très belles ; grâce à elle, nous avons trouvé les centres de gravité de figures terminées par des lignes droites et courbes, aussi bien que ceux de solides et nombre d'autres choses dont nous pourrons traiter ailleurs, si nous en avons le loisir.

* * * * *

PIERRE DE FERMAT : *MÉTHODE POUR LA RECHERCHE DU MAXIMUM ET DU MINIMUM* (4e EXTRAIT : LA TANGENTE À L'ELLIPSE, 1629/1637)

Pour appliquer aussi cette même méthode aux *tangentes*, je puis procéder comme suit. Soit, par exemple, l'ellipse ZDN, d'axe ZN et de centre R. Prenons sur sa circonférence un point comme D, menons par ce point la tangente DM à l'ellipse et l'ordonnée DO. Posons, en notations algébriques, la donnée $OZ = b$ et la donnée $ON = g$; soit l'inconnue $OM = a$, en comprenant par OM la portion de l'axe comprise entre le point O et le point de rencontre avec la tangente.



Puisque DM est tangente à l'ellipse, si, par un point V pris *ad libitum* entre O et N, je mène IEV parallèle à DO, il est évident que la ligne IEV coupe la tangente DM et l'ellipse, soit aux points E et I. Mais, puisque DM est tangente à l'ellipse, tous ses points, sauf D, sont en dehors de l'ellipse, donc la ligne IV est plus grande que la ligne EV.

Donc

le rapport du carré de DO au carré de EV est plus grand que celui du carré de DO au carré de IV.

Mais, d'après la propriété de l'ellipse,

le carré de DO est au carré de EV
comme le rectangle ZON est au rectangle ZVN,

et

le carré de DO est au carré de IV
comme le carré de OM est au carré de VM.

Donc

le rapport du rectangle ZON au rectangle ZVN sera plus grand que celui du carré de OM au carré de VM.

Soit l'arbitraire OV $= e$, nous aurons,

rectangle ZON $= bg$,
rectangle ZVN $= bg - be + ge - e^2$,
carré de OM$= a^2$,
carré de VM $= a^2 + e^2 - 2\,ae$.

Donc

le rapport de bg à $bg - be + ge - e^2$ est plus grand que celui de a^2 à $a^2 + e^2 - 2\,ae$.

Si donc, on multiplie le premier terme par le dernier et le second par le troisième,

$bga^2 + bge^2 - 2\,bgae$ produit du premier terme par le dernier

est plus grand que

$bga^2 - bea^2 + gea^2 - a^2e^2$ produit du second terme par le troisième

Il faut donc, suivant ma méthode, comparer par adégalité ces deux produits, retrancher ce qui leur est commun et diviser ce qui reste par e ; on aura donc :

$$bge - 2bga \; - \; -ba^2 + ga^2 - a^2e.$$

Supprimant les termes où reste e,

$$-2bga \; - \; -ba^2 + ga^2,$$

membres qu'il faut égaler, d'après la méthode. Transposant comme il convient, on aura : $ba - ga = 2bg$.

On voit que cette solution est la même que celle d'Apollonius, car, d'après ma construction, pour trouver la tangente, il faut faire :

$b - g$ est à g comme $2b$ est à a,

ou ZO − ON est à ON comme 2 ZO est à OM,

tandis que, d'après celle d'Apollonius, il faut faire :

ZO est à ON comme ZM est à MN.

Il est clair que ces deux constructions reviennent au même.

Je pourrais ajouter nombre d'autres exemples, tant du premier que du second cas de ma méthode, mais ceux-ci suffisent, et prouvent assez qu'elle est générale et ne tombe jamais en défaut.

Je n'ajoute pas la démonstration de la règle, ni les nombreuses autres applications qui pourraient en confirmer la haute valeur, comme l'invention des centres de gravité et des asymptotes, dont j'ai envoyé un exemple au savant M. de Roberval.

PIERRE DE FERMAT : *MÉTHODE POUR LA RECHERCHE DU MAXIMUM ET DU MINIMUM* (5e EXTRAIT : LA TANGENTE À LA CYCLOÏDE, 1629/1637)

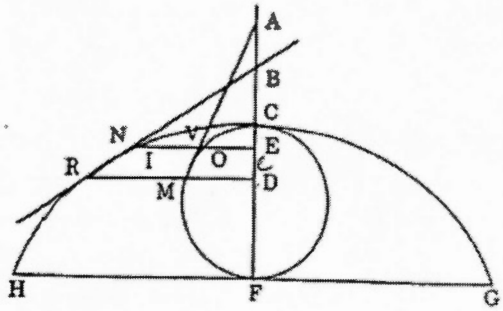
Nous considérons en fait dans le plan d'une courbe quelconque deux droites données de position, dont on peut appeler l'une *diamètre*, l'autre *ordonnée*. Nous supposons la tangente déjà trouvée en un point donné sur la courbe, et nous considérons par *adégalité* la propriété spécifique de la courbe, non plus sur la courbe même, mais sur la tangente à trouver. En éliminant, suivant notre théorie des maxima et minima, les termes qui doivent l'être, nous arrivons à une égalité qui détermine le point de rencontre de la tangente avec le diamètre, par suite la tangente elle-même. [...]

Tant que les termes sont formés seulement de lignes droites, on les cherche et on les désigne d'après la règle précédente. D'ailleurs, pour éviter les radicaux, il est permis de substituer aux ordonnées des courbes, celles des tangentes trouvées d'après la méthode précédente. Enfin, ce qui est le point important, aux arcs de courbes on peut substituer les longueurs correspondantes des tangentes déjà trouvées, et arriver à l'*adégalité*, comme nous l'avons indiqué : on satisfera ainsi facilement à la question.

Prenons comme exemple la courbe de M. de Roberval.

Soient HRIC la courbe, C son sommet, CF l'axe ; décrivons le demi-cercle COMF, et prenons sur la courbe un point quelconque, comme R, duquel il faut mener la tangente RB.

Menons par ce point R, la ligne droite RMD, perpendiculaire à CDF, qui coupe le demi-cercle en M. La propriété spécifique de la courbe est que la droite RD est égale à la portion de cercle CM et à l'appliquée DM. Menons au point M, par la méthode exposée précédemment, la tangente MA au cercle : l'on procéderait toujours de même si la courbe COM était de nature autre.



Supposant cela fait comme il a été requis, soient :
les lignes droites DB, recherchée, égale à a ;
DA, trouvée par construction, égale à b ;
MA, trouvée de même, appelée d ;
MD, donnée, appelée r ;
RD, donnée, appelée z ;
CM, portion donnée de la circonférence, appelée n ;
DE, ligne droite choisie arbitrairement, appelée e,
et soit conduite par le point E, EOVIN parallèle à la ligne droite RMD.

Il se fait que, comme a est à $a-e$, de même z est à $\frac{z\times a - z\times e}{a}$, qui est pour cette raison égale à la ligne droite NIVOE.

Donc, la ligne droite $\frac{z\times a - z\times e}{a}$ doit être *adégalée* (d'après la propriété spécifique de la courbe, qui doit être considérée sur la tangente) à la ligne droite OE unie avec la ligne courbe CO ; mais la ligne courbe CO est égale à la ligne courbe CM diminuée de la ligne courbe MO : donc la ligne droite $\frac{z\times a - z\times e}{a}$ doit être *adégalée* à la ligne droite OE et à la ligne courbe CM diminuée de la ligne courbe MO. Pour réduire ces trois derniers termes en termes analytiques, au lieu de la ligne droite OE, tout en évitant l'asymétrie d'après le préambule exposé ci-dessus, sommer la ligne droite EV, appliquée sous la tangente, et au lieu de la ligne courbe MO, sommer la portion de tangente MV, qui lui est adjacente.

Pour trouver EV en termes analytiques : comme b est à $b-e$, de même r est à $\frac{r \times b - r \times e}{b}$, qui est pour cette raison égale à cette même ligne droite EV.

Pour trouver ensuite MV : comme b est à d, de même e est à $\frac{d \times e}{b}$, qui est pour cette raison, à savoir la similitude des triangles, comme ci-dessus, égale à cette même ligne droite MV.

Mais la ligne courbe CM a été appelée n : donc en termes analytiques, il advient l'*adégalité* entre $\frac{z \times a - z \times e}{a}$ d'une part, et $\frac{r \times b - r \times e}{b} + n - \frac{d \times e}{b}$ d'autre part.

Multipliant toutes ces quantités par $b \times a$, l'*adégalité* aura lieu entre $z . b . a - z . b . e$ et $r . b . a - r . a . e + b . n . a - d . a . e$.

Mais, comme, d'après la propriété de la courbe, z égale $r + n$, alors : $z . b . a$ d'une part, égale $r . b . a + b . n . a$ d'autre part ; et de ce fait, en ôtant les termes communs, les restes sont égaux, $z . b . e$ avec $r . a . e + d . a . e$.

Après division par e, comme il ne reste aucun terme homogène superflu dans ce cas, il n'y a aucune suppression à faire. Donc on peut égaler $z . b$ avec $r . a + d . a$: d'où il vient que, comme $r + d$ est à b, de même z est à a.

Construction : d'où, pour construire le problème, une fois posé que, comme l'agrégat des lignes droites MA, MD est à la ligne droite DA, de même RD est à DB, on joindra BR qui touchera la courbe CR.

Mais comme la somme des lignes droites MA, MD est à la ligne droite DA, de même que MD est à DC, comme il est facile de le démontrer, dès lors, il suffira de faire en sorte que, comme MD est à DC, de même RD est à BD, ou, pour que la construction parvienne à plus d'élégance, après avoir joint MC, on lui conduira la parallèle RB.

La même méthode produira les tangentes à toutes les courbes de cette espèce : nous en avons indiqué la construction générale, depuis longtemps. [...]

*
* *

APPENDICE C

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT POUR LES CAPTATIONS VIDÉO DES ACTIVITÉS DE CLASSE

Date : ______________________________

Aux étudiants du groupe-cours MAT6221-040 du professeur Louis Charbonneau à l'hiver 2013.

Dans le cadre d'une recherche pour ma thèse de doctorat à l'UQAM, je sollicite votre assentiment à enregistrer à l'aide de deux caméras vidéo le travail effectué par les participants de l'étude regroupés en deux équipes de deux ou trois. Ces équipes travailleront à des endroits légèrement isolés du groupe lors des séances de lectures. Les plans de caméra ne viseront que les participants et leurs productions et non l'ensemble du groupe. La captation vidéo s'effectuera au moment du travail d'équipe et s'arrêtera au moment de la phase de plénière de la séance. Je garantis que ces enregistrements ne serviront que dans le cadre de cette recherche et ne seront aucunement divulgués à d'autres que les personnes concernées, soient M. Louis Charbonneau, mon directeur de thèse, et M. Luis Radford, mon codirecteur de thèse, et ce, seulement à la fin du cours.

David Guillemette

Par la présente, je déclare mon consentement libre et éclairé quant à la captation vidéo telle que décrite plus haut.

Signatures des participants :

APPENDICE D

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT POUR LA PARTICIPATION AU PROJET

FORMULAIRE D'INFORMATION ET DE CONSENTEMENT POUR LE PROJET : « L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS LA FORMATION DES MAÎTRES EN MATHÉMATIQUES : LE DÉPAYSEMENT ÉPISTÉMOLOGIQUE ».

IDENTIFICATION

Chercheur responsable du projet : David Guillemette
Programme d'enseignement : Baccalauréat en enseignement au secondaire (concentration mathématiques)
Adresse courriel : guillemette.david@courrier.uqam.ca
Téléphone : 514-419-1482

BUT GÉNÉRAL DU PROJET ET DIRECTION

Vous êtes invité(e) à prendre part à ce projet visant à comprendre l'expérience de l'étude de l'histoire des mathématiques à travers la lecture de textes historiques chez les futurs enseignants du secondaire. Ce projet est réalisé dans le cadre d'une thèse de doctorat sous la direction de M. Louis Charbonneau, professeur du département de mathématique de la Faculté des sciences de l'UQAM. Il peut être joint au (514) 987-3000 poste 3217 ou par courriel à l'adresse : charbonneau.louis@uqam.ca.

TÂCHES DEMANDÉES AU PARTICIPANT

Votre participation consiste à assister aux séances de lectures de textes historiques organiser dans le cadre du cours *MAT6221 Histoire des mathématiques*. Des captations vidéo sont prévues, avec votre permission, lors de ces séances de lectures. Votre participation consiste aussi à donner une entrevue individuelle au cours de laquelle il vous sera demandé de décrire votre expérience de l'étude de l'histoire des mathématiques à travers l'étude de textes historiques. Cette entrevue est enregistrée numériquement avec votre permission et prendra environ 90 minutes de votre temps. Le lieu et l'heure de l'entrevue sont à convenir avec le responsable du projet. La transcription sur support informatique qui en suivra ne permettra pas de vous identifier. De plus, votre participation vous amènera à participer à une discussion de groupe ou vous pourrez partager votre expérience du cours. Cette discussion sera aussi enregistrée numériquement avec votre permission et prendra environ 1 heure de votre temps. Le lieu et l'heure de l'entrevue de groupe sont aussi à convenir avec le responsable du projet. L'implication au projet nécessite, hormis les séances de lectures, au total environ 2 heures et 30 minutes. D'autre part, il vous sera proposé de valider ultérieurement l'analyse de la transcription écrite de l'entrevue individuelle. Cette lecture commentée de l'analyse (2 à 3 pages) sera proposée et vous serez entièrement libre de vous y adonner.

AVANTAGES ET RISQUES

Votre participation contribuera à l'avancement des connaissances par une meilleure compréhension de l'apport de l'étude de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants de mathématiques au secondaire. **Aussi, votre participation pourra vous amener à explorer vos propres attitudes envers les mathématiques et leur histoire.** Il n'y a pas de risque d'inconfort important associé à votre participation à cette recherche. Vous devez cependant prendre conscience que les entrevues que suppose l'étude sont des entrevues de fond et qu'elles nécessiteront une attention soutenue. Aussi, vous demeurez libre de prendre des pauses lors de chacune des phases de la recherche, de ne pas répondre à une question que vous estimez embarrassante ou de mettre fin à l'entrevue, et ce, sans avoir à vous justifier. Une ressource d'aide appropriée pourra vous être proposée si vous souhaitez discuter de votre situation. Il est de la responsabilité du chercheur de suspendre ou de mettre fin à l'entrevue s'il estime que votre bien-être est menacé. Enfin, **la participation à ce projet n'augmente pas significativement vos chances de réussite du cours. D'ailleurs, la participation au projet n'interfère pas avec les activités d'évaluation du cours, puisque l'ensemble des activités d'évaluations du cours sera assuré par le professeur Charbonneau.**

ANONYMAT ET CONFIDENTIALITÉ

Il est entendu que les renseignements recueillis à partir des captations vidéo en classe, de l'entrevue individuelle et de l'entrevue de groupe sont confidentiels et que seuls le responsable du projet, David Guillemette, son directeur de recherche, M. Louis Charbonneau, et son codirecteur de recherche, M. Luis Radford, y auront accès. Le matériel de recherche (questionnaires, enregistrements numériques et transcriptions) ainsi que votre formulaire de consentement seront conservés séparément sous clé par le responsable du projet pour la durée totale du projet. Le matériel de recherche ainsi que les formulaires de consentement seront détruits 5 ans après les dernières publications associées à cette thèse.

PARTICIPATION VOLONTAIRE

Votre participation à ce projet est volontaire. Cela signifie que vous acceptez de participer au projet sans aucune contrainte ou pression extérieure, et que, par ailleurs, vous être libre de mettre fin à votre participation en tout temps au cours de cette recherche. Dans ce cas, les renseignements vous concernant seront détruits. Votre accord à participer implique également que vous acceptez que le responsable du projet puisse utiliser aux fins de la présente recherche (articles, mémoire, essai ou thèse, conférences et communications scientifiques) les renseignements recueillis à la condition qu'aucune information permettant de vous identifier ne soit divulguée publiquement à moins d'un consentement explicite de votre part.

COMPENSATION FINANCIÈRE

Votre participation à ce projet est offerte gratuitement. Un résumé des résultats de recherche vous sera transmis au terme du projet.

DES QUESTIONS SUR LE PROJET OU SUR VOS DROITS?

Vous pouvez contacter le responsable du projet, David Guillemette, au numéro (514) 987-3000 # 4186 pour des questions additionnelles sur le projet. Vous pouvez également discuter avec le directeur de recherche, M. Louis Charbonneau, des conditions dans lesquelles se déroule votre participation et de vos droits en tant que participant de recherche.

Le projet auquel vous allez participer a été approuvé sur le plan de l'éthique de la recherche avec des êtres humains. Pour toute question ne pouvant être adressée au directeur de recherche ou pour formuler une plainte ou des commentaires, vous pouvez contacter le Président du Comité d'éthique de la recherche pour étudiants (CÉRPÉ), par l'intermédiaire de son secrétariat au numéro (514) 987-3000 # 1646 ou par courriel à l'attention de Mme Josée Savard : savard.josee@uqam.ca.

REMERCIEMENTS

Votre collaboration est importante à la réalisation de ce projet et nous tenons à vous en remercier.

SIGNATURES :

Je reconnais avoir lu le présent formulaire de consentement et consens volontairement à participer à ce projet de recherche. Je reconnais aussi que le responsable du projet a répondu à mes questions de manière satisfaisante et que j'ai disposé suffisamment de temps pour réfléchir à ma décision de participer. Je comprends que ma participation à cette recherche est totalement volontaire et que je peux y mettre fin en tout temps, sans pénalité d'aucune forme, ni justification à donner. Il me suffit d'en informer le responsable du projet.

Signature du participant : Date :

Nom (lettres moulées) et coordonnées :

Je déclare avoir expliqué le but, la nature, les avantages, les risques du projet et avoir répondu au meilleur de ma connaissance aux questions posées.

Signature du responsable du projet : Date :

Nom (lettres moulées) et coordonnées :

APPENDICE E

PROTOCOLE DES ENTRETIENS INDIVIDUELS

Ouverture :

Avec la signature du formulaire de consentement

« Cet entretien vise à décrire ton expérience de l'étude de l'histoire des mathématiques à travers la lecture de textes historiques dans le cadre de la formation à l'enseignement. »

« Je m'intéresse au dépaysement que l'on peut vivre lors de ce genre d'expérience. »

« L'objectif n'est pas d'évaluer ta compréhension du cours ou des textes historiques, ni d'évaluer les activités de lecture en termes d'efficacité pour le cours, mais simplement de décrire le genre d'expériences qui peuvent y être vécues par les futurs enseignants du secondaire. »

« Les questions seront parfois larges et profondes et vont te demander de penser beaucoup, tu dois prendre le temps. »

« Parfois, je vais insister sur certains points, ce n'est pas parce que tu t'exprimes mal, mais que je vais t'amener à raffiner ton propos pour entrée dans les questions plus en profondeur. »

« Il y aura trois parties lors de cette entrevue une partie sur ton expérience du cours en général, sur ton expérience précisément des activités de lecture de textes historiques et sur le sentiment de dépaysement que l'on ressent ors de ces activités. Les trois parties peuvent ne pas être abordées en chaine ».

Partie 1 : Questions ouvertes sur l'expérience vécue au cours :

« Nous allons commencer l'entrevue avec un point très large. J'aimerais que tu me racontes avec le plus de précision possible ton expérience du cours d'histoire des mathématiques de cette session. »

Si le participant ne verbalise pas suffisamment ou ne sait pas par quoi commencer :

« Dis-moi ce qui te vient à l'esprit quand tu penses à l'étude de l'histoire des mathématiques. »

Relance

« Quels évènements ou éléments particuliers t'ont marqué ou frappé lors du cours? »

Approfondissements sur les éléments soulevés :

« Qu'as-tu éprouvé au moment de cet évènement? »

« Que ressentais-tu à ce moment-là? »

« À quoi pensais-tu la plupart du temps? »

« Que te venait-il en tête à ce moment-là? »

« Quelles sont les images qui te viennent spontanément à l'esprit quand tu y penses? »

« Quels sont les mots qui te viennent spontanément à l'esprit quand tu y penses? »

« Que peux-tu dire de ta relation avec les autres de ton équipe ou de la classe à ce moment-là? »

« Est-ce que ces expériences ont changé ton point de vue sur les mathématiques? »

Partie 2 : Approfondissement de la description du vécu de la partie « lecture de textes » du cours.

« J'aimerais que tu me racontes maintenant avec le plus de précision possible ton expérience des activités de lecture de textes historiques. »

Si le participant ne verbalise pas suffisamment ou ne sait pas par quoi commencer :

« Dis-moi ce qui te vient à l'esprit quand tu penses aux activités de lecture de textes historiques. »

Relance

« Concernant la partie du cours où tu étais amené à lire des textes historiques, quels évènements ou éléments particuliers à cette partie du cours t'ont marqué ou frappé? »

Approfondissements sur les éléments soulevés :

« Qu'as-tu éprouvé au moment où tu faisais ces activités? »

« Que ressentais-tu à ce moment-là? »

« Au moment de ces activités, à quoi pensais-tu la plupart du temps? »

« Que te venait-il en tête à ce moment-là? »

« Quelles sont les images qui te viennent spontanément à l'esprit quand tu y penses? »

« Quels sont les mots qui te viennent spontanément à l'esprit quand tu penses à cette partie du cours? »

« Que peux-tu dire de ta relation avec les autres de ton équipe ou de la classe à ce moment-là? »

« Est-ce que ces expériences ont changé ton point de vue sur le cours d'histoire des mathématiques, par rapport à la perception que tu avais au début du cours? »

Partie 3 : Approfondissement de la description du vécu du dépaysement épistémologique.

Vers le dépaysement épistémologique s'il n'est pas abordé lors des deux premières parties.

« Toujours sur la partie du cours où tu étais amené à lire des textes historiques, t'est-il arrivé de te sentir perdu, en difficulté ou dépaysé? Peux-tu m'en parler? »

Relance

« Quels éléments particuliers lors de ces activités ont causé chez toi un dépaysement ou un malaise? »

Approfondissements :

« Qu'as-tu éprouvé au moment où tu ressentais ces difficultés? »

« Que ressentais-tu à ce moment-là? »

« Au moment de ces difficultés, à quoi pensais-tu la plupart du temps? »

« Que te venait-il en tête à ce moment-là? »

« Quelles sont les images qui te viennent spontanément à l'esprit quand tu y penses? »

« Quels sont les mots qui te viennent spontanément à l'esprit quand tu penses à cette expérience du dépaysement? »

« Que peux-tu dire de ta relation avec les autres de ton équipe ou de la classe à ce moment-là? »

« Est-ce que ces expériences ont changé ton point de vue sur le cours d'histoire des mathématiques, par rapport à la perception que tu avais au début du cours? »

« Est-ce que ces expériences ont changé ton point de vue sur ce que sont les mathématiques, par rapport à la perception que tu avais au début du cours? »

Partie 4 : Approfondissement de la description du vécu du cours en rapport avec son devenir enseignant.

« Que retires-tu de la partie du cours sur la lecture de textes historiques pour ton métier d'enseignant? »

« Quels sens donnes-tu au métier d'enseignant en mathématiques après avoir étudié l'histoire des mathématiques à travers la lecture de textes historiques?

Clôture de l'entretien :

« Est-ce qu'il y a des éléments qui n'ont pas été discutés durant l'entretien et que tu aimerais abordés? »

« Comment s'est déroulé l'entretien pour toi? Quelles sont tes impressions? »

APPENDICE F

PROTOCOLE DE L'ENTRETIEN DE GROUPE

Organisation générale :

- Captation vidéo et audio (caméra et magnétophone numériques).
- Prévoir une Salle suffisamment spacieuse et lumineuse avec une table suffisamment grande. (PK5115).
- Prévoir deux heures et demie en tout pour la préparation, l'accueil et l'entretien.
- Prévoir café et pâtisseries pour l'accueil.
- Prévoir une copie papier du présent protocole d'entretien, une fiche pour noter l'ordre de prise de parole si nécessaire et une fiche pour la prise de notes lors de la discussion.
- Prévoir une copie des sept activités de lecture de textes, elles seront disposées au centre de la table et seront disponibles pour consultation.

Déroulement général :

- Arriver 20 minutes à l'avance pour la préparation des outils de collecte.
- Accueil avec café et pâtisseries, environ 20 minutes.

- Entretien de groupe, environ 60 à 90 minutes.
- Remerciement, consignes pour la suite (validation des descriptions spécifiques) et salutation, environ 10 minutes.

Déroulement général de l'entretien de groupe :

- Salutation et remerciement des participants.
- Tour de table, rappeler le prénom de chacun (certains ne sont pas dans les mêmes cohortes).
- Exposer le but de la rencontre (*voir* partie Ouverture de l'entretien) et le déroulement prévu, rappel des objectifs de recherche.
- Inviter les participants à une discussion conviviale et bienveillante. Le but est de confronter les points de vue dans un climat d'écoute et d'accueil (« cela ne veut pas dire que je vous demande d'être d'accord ou de vous accorder durant l'entretien, si oui, tant mieux »).
- Inviter les participants à tolérer les moments de silence où les participants seront amenés à réfléchir et prendre leur temps.
- Mise en situation (première question ouverte).
- Le déroulement de l'entretien (phases imbriquées, aspect systémique, place à l'imprévu) :
    - Phase de mise en train (faire ressortir les affinités et les disparités).
    - Phase d'affrontement (découverte des différences).
    - Phase d'acceptation (acceptation des opinions adverses, retenue, écoute).
    - Phase de maturité (expression véritable, sentiment de liberté, absence de la crainte d'être jugé).
    - Phase de séparation (phase de remerciement et de conclusion, aspect affectif important).

- Synthèse (reprendre les grandes lignes des principaux points abordés, valider avec le groupe ma compréhension de ces différents points, laisser la possibilité au groupe d'ajouter).

- Recueillir les impressions générales du groupe sur l'entretien de groupe.

Éléments à considérer lors de l'animation :

- Poser une question de départ ouverte, invitante et non menaçante pour les trois parties de l'entretien.

- Ne pas perdre de vue le dépaysement épistémologique, tenter de s'en rapprocher rapidement (la 3e partie est la plus importante).

- Accorder une attention égale aux six participants, aménager un équilibre de temps et d'intérêt.

- Garder un certain sens de l'humour, de bienveillance.

- Ne pas laisser la discussion être contrôlée par un ou des meneurs, recentrer au besoin avec une fermeté bienveillante.

- Tolérer les moments de silence.

- Tolérer les participants qui s'engagent moins, ne pas forcer la participation.

- Parler calmement, se montrer détendu, à l'écoute et ouvert.

- Éviter de montrer aux participants qu'ils sont jugés.

Ouverture :

Après l'accueil

« Cet entretien vise à décrire votre expérience de l'étude de l'histoire des mathématiques à travers la lecture de textes historiques dans le cadre de la formation à l'enseignement. »

« Je m'intéresse au dépaysement que l'on peut vivre lors de ce genre d'expérience. »

« L'objectif n'est pas d'évaluer votre compréhension du cours ou des textes historiques, ni d'évaluer les activités de lecture en termes d'efficacité pour le cours, mais simplement de décrire les expériences qui ont été vécues par vous en tant que futurs enseignants du secondaire. »

« Les questions seront parfois larges et profondes et vont demander de penser beaucoup, vous devez prendre votre temps. Elles vont reprendre les points abordés lors des entretiens individuels. »

« Je souhaite que vous ayez la chance de partager vos expériences et réflexions en relation avec les activités de lecture de textes historiques. J'entends par partager, échanger, mais aussi confronter vos perspectives. Je vous invite à peaufiner ou à raffiner vos réflexions sur votre vécu à travers l'accueil et l'écoute de celles des autres. Il y a plusieurs positions et vécus différents, car ces différences vous permettront éventuellement soit de **clarifier** votre point de la vue en le **nuançant** (Ah! Je n'avais pas vu ça comme ça, c'est vrai, j'ai perçu ou ressenti cela aussi!) ou en **l'affirmant** (Je comprends ce point de vue, et je me rends compte que pour moi c'était très différent!). »

« Somme toute, l'objectif et de raffiner ou de peaufiner votre point de vue sur votre expérience du dépaysement épistémologique. »

« Il y aura trois parties lors de cet entretien : une partie sur votre expérience du cours en général, sur votre expérience précisément des activités de lecture de textes historiques et sur le sentiment de dépaysement que vous avez ressenti lors de ces activités. Les trois parties peuvent ne pas être abordées en chaine ».

Partie 1 : Questions ouvertes sur l'expérience vécue au cours en général :

« Nous allons commencer l'entretien avec un point très large. J'aimerais que vous partagiez ensemble votre expérience du cours d'histoire des mathématiques de cette session. »

« Dites-moi ce qui vous vient à l'esprit quand vous pensez au cours d'histoire des mathématiques de cette session. »

Relance

« Quels évènements ou éléments particuliers vous ont marqué ou touché lors du cours? »

Approfondissements :

« Qu'avez-vous éprouvé la plupart du temps lors du cours? »

Groupe « Le cours a-t-il été éprouvé d'autres manières? »

« Que ressentiez-vous la plupart du temps lors du cours? »

« À quoi pensiez-vous la plupart du temps? »

« Que vous vient-il en tête lorsque vous pensez au cours d'histoire des mathématiques? »

« Quelles sont les images qui vous viennent spontanément à l'esprit quand vous y pensez? »

« Quels sont les mots qui vous viennent spontanément à l'esprit quand vous y pensez? »

« Avez-vous été amené à discuter du cours à l'extérieur? Si oui, qu'est-ce qui vous a amené à le faire? »

Partie 2 : Approfondissement de la description du vécu de la partie « lecture de textes » du cours.

« J'aimerais que vous partagiez maintenant votre expérience des activités de lecture de textes historiques. »

« Dis-moi ce qui vous vient à l'esprit quand vous pensez aux activités de lecture de textes historiques. »

Relance

« Concernant la partie du cours où vous étiez amené à lire des textes historiques, quels évènements ou éléments particuliers à cette partie du cours vous ont marqué ou touché? »

Approfondissements, possiblement sur les éléments soulevés :

« Qu'avez-vous éprouvé la plupart du temps lors des activités de lecture de textes historiques? »

Groupe « Y a-t-il eu d'autres manières d'éprouver ces ou de vivre ces activités de lecture? »

« Que ressentiez-vous la plupart du temps lors de ces activités? »

« À quoi pensiez-vous la plupart du temps? »

« Que vous vient-il en tête lorsque vous pensez aux activités de lecture de textes historiques? »

« Quelles sont les images qui vous viennent spontanément à l'esprit quand vous y pensez? »

« Quels sont les mots qui vous viennent spontanément à l'esprit quand vous y pensez? »

Partie 3 : Approfondissement de la description du vécu du dépaysement épistémologique.

Vers le dépaysement épistémologique s'il n'est pas abordé lors des deux premières parties.

« Toujours sur la partie du cours où vous étiez amenés à lire des textes historiques, j'aimerais que vous partagiez ensemble vos expériences de dépaysement, de malaise, de choc ou de surprise qu'il est possible de vivre lors de ces lectures difficiles. »

« Dites-moi ce qui vous vient à l'esprit quand vous pensez à ce sentiment de dépaysement lors des activités de lecture. »

Relance

« Quels éléments particuliers lors de ces activités ont causé chez vous un dépaysement? »

Approfondissements :

« Qu'avez-vous éprouvé ou ressenti au moment où vous ressentiez ce dépaysement? »

Groupe « Y a-t-il eu d'autres manières d'éprouver ce dépaysement? »

« Durant ces moments de dépaysement, quelles émotions ou quels sentiments éprouviez-vous à ce moment-là? »

Groupe « D'autres sentiments ou émotions? »

« Quelles sont les images qui vous viennent spontanément à l'esprit quand vous pensez à ces moments de dépaysement? »

Groupe « Y a-t-il d'autres images qui vous viennent à l'esprit? »

« Quels sont les mots qui vous viennent spontanément à l'esprit quand vous pensez à ces moments de dépaysement? »

Groupe « Y a-t-il d'autres mots qui vous viennent à l'esprit? »

« Est-ce que ces expériences de dépaysement vous ont amené à voir sous un autre jour les mathématiques? De quelle manière? »

Groupe « Y a-t-il d'autres manières? »

Partie 4 : Approfondissement de la description du vécu du cours en rapport avec son devenir enseignant.

« Que retirez-vous de la partie du cours sur la lecture de textes historiques pour votre métier d'enseignant? »

« Quels sens donnez-vous à votre métier d'enseignant en mathématiques après avoir étudié l'histoire des mathématiques à travers la lecture de textes historiques?

Synthèse :

« Si on devait faire une synthèse de ce qui s'est dit, quelle serait-elle? »

Laisser quelques minutes pour écrire quelques idées.

« Quelqu'un peut-il nous faire part des éléments de synthèse qui lui sont venus à l'esprit? »

« Y a-t-il des points manquants ou des points à éclaircir? »

Clôture de l'entretien :

« Est-ce qu'il y a des éléments qui n'ont pas été abordés durant l'entretien dont vous aimeriez discuter? »

« Comment s'est déroulé l'entretien pour vous? Quelles sont vos impressions? »

Remerciements et consignes pour la suite :

« Je vous remercie de tout cœur pour votre aide et votre disponibilité. J'espère que votre participation à ce projet vous aura permis d'en apprendre plus sur les mathématiques et leurs histoires, mais surtout de mieux connaitre vos propres perspectives et d'affiner votre réflexion sur la discipline et votre métier d'enseignant. Je vous souhaite bonne chance pour la suite de vos projets respectifs et j'espère garder avec vous un contact chaleureux. »

« Vous aurez de mes nouvelles au cours de la prochaine année au cours de laquelle j'aurai entamé l'analyse de tout ceci. Je vous ferai parvenir l'analyse de votre entretien individuel. Vous serez alors amené à commenter librement cette analyse. Ce retour aura pour but d'obtenir une confirmation ou une validation de votre part, mais aussi vous fournir une suite à ce projet, de vous tenir au courant de son évolution. »

« Je vous souhaite bonne chance et bon été! »

APPENDICE G

FORMULAIRE DE CONSENTEMENT POUR LA CAPTATION VIDÉO DE L'ENTRETIEN DE GROUPE

Date : ______________________________

Aux participants du projet : « L'histoire des mathématiques dans la formation des maîtres en mathématiques : le dépaysement épistémologique ».

Dans le cadre d'une recherche pour ma thèse de doctorat à l'UQAM, je sollicite votre assentiment à enregistrer à l'aide d'une caméra vidéo la discussion effectuée en groupe par les participants de l'étude. Le plan de caméra visera l'ensemble du groupe. La captation vidéo s'effectuera seulement au moment de la discussion de groupe. Je garantis que ces enregistrements ne serviront que dans le cadre de cette recherche et ne seront aucunement divulgués à d'autres que les personnes concernées soient M. Louis Charbonneau, mon directeur de thèse, et M. Luis Radford, mon codirecteur de thèse, et ce, seulement à la fin du cours.

Par la présente, je déclare mon consentement libre et éclairé quant à la captation vidéo telle que décrite plus haut.

Signatures des participants :

APPENDICE H

COURRIEL ENVOYÉ AUX PARTICIPANTS POUR LA VALIDATION DES DESCRIPTIONS SPÉCIFIQUES

Bonjour ________,

J'espère que l'été s'annonce au mieux pour toi et que tes projets avancent bien!

De mon côté, après plusieurs phases de traitement et d'analyse de données, j'ai réussi à terminer la description spécifique de ton expérience de dépaysement épistémologique dans le cadre de la lecture de textes historiques. Il s'agit d'un texte que j'ai écrit à partir de l'analyse de ton entretien individuel que tu as fait avec moi l'année dernière.

Dans ce texte, j'ai tenté de rester le plus près possible du sens de tes propos. Je sais que cela fait longtemps, mais j'aimerais que tu valides ce texte. Ce n'est évidemment pas obligatoire, et je comprendrai si tu es trop occupé pour le faire, mais, en lisant le texte, j'aimerais t'inviter, si tu le penses nécessaire, à modifier ou à compléter certains passages. Pour ce faire, je souhaiterais que tu te demandes constamment si le texte reflète bien ce que tu as vécu dans le cadre des activités de lecture faites au cours d'histoire de mathématiques. Il ne faut pas perdre de vue que je souhaite mieux comprendre <u>ton expérience personnelle du dépaysement épistémologique lors des lectures de textes historiques de l'année dernière et non où tu en es maintenant</u>.

Tu peux ajouter des modifications ou des commentaires à l'intérieur du texte et/ou à la suite du texte. Assure-toi cependant de rendre bien visibles tes commentaires ou modifications, en modifiant la couleur du texte ou en surlignant tes ajouts.

J'aimerais que tu me renvoies le document modifié par courriel, à la présente adresse. Afin de poursuivre mon travail et de respecter mes échéances, j'aimerais recevoir ta réponse d'ici au 24 juillet 2014.

Bonne lecture et encore merci pour ta participation!

David Guillemette

PS Le nom fictif utilisé dans le texte a pour but de respecter la confidentialité de l'étude. J'espère que le nom employé n'aura pas l'effet de te distancer de ta propre expérience. Tu peux le remplacer par ton vrai nom, si cela peut t'aider à compléter la description de ***ton*** *expérience!*

RÉFÉRENCES

Adorno, T. W., Popper, K. R., Dahrendorf, R., Habermas, J., Albert, H. et Pilot, H. (1979). *De Vienne à Francfort : la querelle allemande des sciences sociales*. Bruxelles : Édition Complexe.

Anadón, M. (2006). La recherche dite « qualitative » : de la dynamique de son évolution aux acquis indéniables et aux questionnements présents. *Recherches qualitatives*, *26*(1), 5–31.

Arendt, H. (1989). *La crise de la culture*. Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1961)

Aristote (s.d./1991). *La Métaphysique*. Paris : Pocket.

Bachelard, G. (2004). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris : Vrin. (Œuvre originale publiée en 1938)

Bagni, G., Furinghetti, F. et Spagnolo, F. (2004). History and epistemology in mathematics education. Dans L. Cannizzato, A. Pesci, et O. Robutti (Dir.), *Italian research in Mathematics Education 2000-2003* (p. 170–192). Milan : Ghisetti & Corvi.

Bakhtine, M. (1977) [paru sous le nom d'emprunt V. N. Volochinov]. *Le marxisme et la philosophie du langage*. Paris : Minuit. (Œuvre originale publiée en 1929)

Bakhtine, M. (1982). *L'œuvre de François Rabelais et la culture populaire au Moyen-Âge et sous la Renaissance*. Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1970)

Bakhtine, M. (1986). *Speech genres and other late essays*. Austin : University of Texas Press.

Bakhtine, M. (1990). *Art and answerability*. Austin : University of Texas Press.

Bakhtine, M. (1997). *Esthétique et théorie du roman.* Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1978)

Bakhtine, M. (1998). *La poétique de Dostoïevski.* Paris : Seuil. (Œuvre originale publiée en 1963)

Bakhtine, M. (2003). *Pour une philosophie de l'acte.* Lausanne : Édition l'Âge d'Homme. (Œuvre originale publiée en 1986)

Bakker, A. et Gravemeijer, K. P. E. (2006). An historical phenomenology of mean and median. *Educational Studies in Mathematics, 62*(2), 149–168.

Balleux, A. (2007). Le récit phénoménologique : étape marquante dans l'analyse des données. *Recherches qualitatives* [Hors série], 396–423.

Barbin, E. (1994). Préface. Dans Commission Inter-Irem Épistémologie et histoire des mathématiques (Dir.), *Quatrième université d'été d'histoire des mathématiques* (p. ii–iii). Lille : IREM de Lille.

Barbin, E. (1997). Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi? Comment? *Bulletin de l'Association mathématique du Québec, 37*(1), 20–25.

Barbin, E. (2000). Integrating history : research perspectives. Dans J. Fauvel et J. van Maanen (Dir.), *History in mathematics education : the ICMI study* (p. 63–90). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Barbin, E. (2006). Apport de l'histoire des mathématiques et de l'histoire des sciences dans l'enseignement. *Tréma, 26*(1), 20–28.

Barbin, E. (2011). Dialogism in mathematical writing : historical, philosophical and pedagogical issues. Dans V. Katz et C. Tzanakis (Dir.), *Recent developments on introducing a historical dimension in mathematics education, MAA notes (Vol. 78)* (p. 9–16). Washington, DC : The Mathematical Association of America.

Barbin, E. (2012). L'histoire des mathématiques dans la formation : une perspective historique (1975-2010). Dans J.-L. Dorier et S. Coutat (Dir.), *Acte du congrès de l'Espace mathématiques francophone 2012* (p. 546–554). Genève : Université de Genève.

Barbin, E., Stehlíková, N. et Tzanakis, C. (Dir). (2008). *History and epistemology in mathematics education : proceedings of the 5th European summer university (ESU 5).* Plzen : Bibliothèque Nationale de République tchèque.

Barwell, M. E. (1913). The advisability of including some instruction in the school course on the history of mathematics. *The mathematical gazette*, *7*, 72–79.

Bateson, G. (1972). *La nature et la pensée*. Paris : Seuil.

Baudrillard, J. (1990). *Le système des objets*. Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1968)

Berlin, I. (2000). *Three critics of the Enlightenment : Vico, Hamann, Herder*. Londre : Pimlico.

Bidwell, J. K. (1993). Humanize your classroom with the history of mathematics. *Mathematics Teacher*, *86*, 461–464.

Boutin, G. (2008). *L'entretien de recherche qualitatif* (2e éd.). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Brown, S. I. (1996). Towards humanistic mathematics education. Dans A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, et C. Laborde (Dir.), *International handbook of mathematics education, part 2* (p. 1289–1321). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Burn, B. (1998). The history of mathematics : blind alley or treasure chest? *Tangente*, *2*, 10–14.

Charalambous, C. Y., Panaoura, A. et Philippou, G. N. (2008). Using the history of mathematics to induce changes in preservice teachers' beliefs and attitudes : insights from evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics*, *71*(2), 161–180.

Charalambous, C. Y., Philippou, G. N., et Kyriakides, L. (2007). Tracing the development of preservice teachers' efficacy beliefs in teaching mathematics during fieldwork. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(2), 125–142.

Charbonneau, L. (2005). L'histoire des mathématiques peut-elle changer l'attitude des élèves face aux mathématiques? Dans A. A. El idrissi et E. Laabid (Dir.), *Actes du 7e colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes (volume 2)* (p. 99–120). Marrakech : École Normale Supérieure de Marrakech.

Charbonneau, L. (2006). Histoire des mathématiques et les nouveaux programmes au Québec : un défi de taille. Dans N. Bednarz et C. Mary (Dir.), *Actes du colloque de l'Espace mathématiques francophone 2006* (p. 11–21). Sherbrooke : Éditions du CRP et Faculté d'éducation de l'Université de Sherbrooke.

Charbonneau, L. et Guillemette, D. (2013). Dialogue sur la lecture de textes historiques dans la classe de mathématiques/Dialog on reading original texts in mathematical classroom. Dans, S. Oesterle, D. Allan et P. Liljedahl (Dir.), *Proceedings of the 2012 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group/Groupe Canadien d'Étude en Didactique des Mathématiques* (p. 147-157), Burnaby (C.-B.), Canada : CMESG/GCEDM.

Collingwood, R. G. (1982). *An autobiography.* Oxford : Oxford University Press. (Œuvre originale publiée en 1939)

De Monticelli, R. (2000). *L'avenir de la phénoménologie : méditations sur la connaissance personnelle.* Paris : Aubier.

Deleuze, G. (2011). *La différence et la répétition.* Paris : Presses Universitaires de France. (Œuvre originale publiée en 1968)

Demattè, A. (2007). A Questionnaire for discussing the « strong » role of the history of mathematics in the classroom. Dans F. Furinghetti, S. Kaijser et C. Tzanakis (Dir.), *Proceedings HPM 2004 & ESU 4 (revised edition)* (p. 218–228). Uppsala : Université d'Uppsala.

Demattè, A. et Furinghetti, F. (1999). An exploratory study on students' beliefs about mathematics as a socio-cultural process. Dans G. N. Philippou (Dir.), *Eighth European Workshop : research on mathematical beliefs – MAVI 8 Proceedings* (p. 38–47). Nicosia : Université de Chypre.

Denzin, N. K. (1989). *The research act* (3e éd.). Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall.

Depraz, N. (2010). *Comprendre la phénoménologie* (2e éd.). Paris : Armand Colin.

Derrida, J. (1979). *L'écriture et la différence.* Paris : Seuil.

Derrida, J. (1996). *Le monologuisme de l'autre.* Paris : Galilée.

Descartes, R. (1998). *Les passions de l'âme.* Paris : Flammarion. (Œuvre originale publiée en 1649)

Deschamps, C. (1987). Une étude phénoménologique de l'expérience du chaos. *Cahiers de recherches sociologiques*, *5*(2), 161–164.

Deschamps, C. (1993). *L'approche phénoménologique en recherche*. Montréal : Guérin.

Fasanelli, F., Arcavi, A., Bekken, O., Carvalho e Silva, J., Daniel, C., Furinghetti, F. et Zhang, D. Z. (2000). The political context. Dans J. Fauvel et J. van Maanen (Dir.), *History in mathematics education : the ICMI study* (p. 1–38). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Fauvel, J. et van Maanen, J. (Dir.). (2000). *History in mathematics education : the ICMI study*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Ferraroti, F. (1983). *Histoire et histoires de vie : la méthode biographique dans les sciences sociales*. Paris : Librairie des méridiens.

Foucault, M. (1990). *Les mots et les choses*. Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1966)

Freire, P. (1974). *Pédagogie des opprimées*. Paris : Maspero.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education : China lectures*. Cambridge : Springer.

Fried, M. N. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education*, *10*(4), 391–408.

Fried, M. N. (2007). Didactics and history of mathematics : Knowledge and Self-Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, *66*(2), 203–223.

Fried, M. N. (2008a). ICMI : the history of mathematics, and the future of mathematics education. *International Journal for the History of Mathematics Education*, *8*(3), 103–108.

Fried, M. N. (2008b). History of mathematics in mathematics education : a saussurean perspective. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *5*(2), 185–198.

Furinghetti, F. (2004). History and mathematics education a look around the world with particular reference to Italy. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *3*(1-2), 125–146.

Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 66*(2), 131–143.

Furinghetti, F., Kaijser, S. et Tzanakis, C. (Dir.). (2008). *Proceedings HPM 2004 & ESU 4 (revised edition)*. Uppsala : Université d'Uppsala.

Giorgi, A. (Dir.). (1975). *Phenomenology and psychological research.* Pittsburgh : Duquesne University Press.

Giorgi, A. (1989). One type of analysis of descriptive data : procedures involved in following a scientific phenomenological method. *Methods, 1*(3), 39–61.

Giorgi, A. (1997). De la méthode phénoménologique utilisée comme mode de recherche qualitative en sciences humaines : théorie, pratique et évaluation. Dans J. Poupart, J.-P. Deslauriers, L.-H. Groulx, A. Laperrière, R. Mayer et A.-P. Pires (Dir.), *La recherche qualitative : enjeux épistémologiques et méthodologiques* (p. 341–364). Montréal : Gaëtan Morin.

Greenwald, S. (2005). Incorporating the mathematical achievements of women and minority mathematicians into classrooms. Dans A. Shell-Gellasch et D. Jardine (Dir.), *From calculus to computers : using the last 200 years of mathematics history in the classroom, MAA notes (Vol. 68)* (p. 183–200). Washington, DC : The Mathematical Association of America.

Grondin, J. (2011). *L'herméneutique* (3e éd.). Paris : Presses Universitaires de France.

Guillemette, D. (2009). *Utilisation de textes anciens dans l'enseignement du calcul différentiel.* Mémoire de maitrise inédit, Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec.

Guillemette, D. (2011). L'histoire dans l'enseignement des mathématiques : sur la méthodologie de recherche. *Petit x, 86*(1), 5–26.

Gulikers, I. et Blom, K. (2001). « A historical angle » : survey of recent literature on the use and value of history in geometrical education. *Educational Studies in Mathematics*, *47*(2), 223–258.

Hegel, G. W. F. (2006). *Phénoménologie de l'esprit.* Paris : Vrin. (Œuvre originale publiée en 1807)

Hegel, G. W. F. (2009). *La philosophie de l'histoire*. Paris : Librairie Générale Française. (Œuvre originale publiée en 1837)

Heidegger, M. (1986a). L'époque des « conceptions du monde ». Dans *Chemins qui ne mènent nulle part* (p. 99–146). Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1949)

Heidegger, M. (1986b). *Être et temps*. Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1927)

Henry, M. (2000). *L'incarnation : une philosophie de la chair*. Paris : Seuil.

Husserl, E. (1994). *Méditations cartésiennes et les conférences de Paris*. Paris : Presses Universitaires de Frances. (Œuvre originale publiée en 1931)

Husserl, E. (1998). *Idées directrices pour une phénoménologie*. Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1913)

Ilienkov, E. (1977a). The concept of the Ideal. Dans *Philosophy in the U.S.S.R. : problem of dialectical materialism* (p. 71–99). Moscou : Progress Publishers.

Ilienkov, E. (1977b). *Dialectical logic*. Moscou : Progress Publishers.

Isaacs, I., Ram, V. M. et Richards, A. (2000). A historical approach to developing the cultural significance of mathematics among first year preservice primary school teachers. Dans V. Katz (Dir.), *Using history to teach mathematics : an international perspective, MAA notes (Vol. 51)* (p. 123–128). Washington, DC : The Mathematical Association of America.

Jahnke, H. N., Arcavi, A., Barbin, E., Bekken, O., Furinghetti, F., El Idrissi, A. et Weeks, C. (2000). The use of original sources in the mathematics classroom. Dans J. Fauvel et J. van Maanen (Dir.), *History in mathematics education : the ICMI study* (p. 291–328). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Jankvist, U. T. (2007). Empirical research in the field of using history in mathematics education : review of empirical studies in HPM 2004 & ESU 4. *Nomad*, *12*(3), 82–105.

Jankvist, U. T. (2009a). *Using history as a « goal » in mathematics education*. Thèse de doctorat inédite, Université de Roskilde, Roskilde, Danemark.

Jankvist, U. T. (2009b). A categorization of the « whys » and « hows » of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *71*(3), 235–261.

Jankvist, U. T. (2010). An empirical study of using history as a « goal ». *Educational Studies in Mathematics*, *74*(1), 53–74.

Kant, E. (2004). *Réflexion sur l'éducation*. Paris : Vrin. (Œuvre originale publiée en 1803)

Karsenti, T. et Demers, S. (2004). L'étude de cas. Dans L. Savoie-Zajc et T. Karsenti (Dir.), *La recherche en éducation : étapes et approches* (3e éd.) (p. 209–233). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Kjeldsen, T. H. (2012). Uses of history for the learning of and about mathematics : towards a theorical framework for integrating history of mathematics in mathematics education. Dans S. Choi et S. Wang (Dir.), *Proceedings of the International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM 2012) satellite meeting of ICMI 12* (p. 1–21). Daejeon, Corée du Sud : Korean Society of Mathematical Education et Korean Society for History of Mathematics.

Kjeldsen, T. H. et Blomhøj, M. (2009). Integrating history and philosophy in mathematics education at university level through problem-oriented project work. *ZDM Mathematics Education*, *41*(1-2), 87–103.

Klein, F. (1908). *Elementary mathematics from an elevated viewpoint*. Stuttgart : Leipzig.

Lamarre, A.-M. (2003). *Étude de l'expérience de la première année d'enseignement au primaire dans une perspective phénoménologico-herméneutique*. Thèse de doctorat inédite, Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec.

Lamarre, A.-M. (2004). Étude de l'expérience de la première année d'enseignement au primaire dans une perspective phénoménologico-herméneutique. *Recherches qualitatives*, *24*, 19–56.

Lawrence, S. (2008, juillet). History of mathematics making its way through the teacher network : professionnal learning environment and the history of mathematics in the mathematics curriculum. Communication présentée au *11th International Congress on Mathematics Education (ICME 11)*. Mexico, Mexique.

Lazarus, R.-S. et Lazarus, B.-N. (1994). *Passion and reason : making sense of our emotions*. New York : Oxford University Press.

Le Goff, J.-P. (1994). Le troisième degré en second cycle : le fil d'Euler. *Repères IREM, 17*, 85–120.

Lederman, N. (2003). Is history of science stuck in the past? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 3*(4), 521–523.

Leibniz, G.-W. (1990). *Nouveaux essais sur l'entendement humain.* Paris : Flammarion. (Œuvre originale publiée en 1705)

Leontiev, A. (1984). *Activité, conscience, personnalité.* Moscou : Les Éditions du Progrès.

Levinas, E. (2010). *Totalité et infini : essai sur l'extériorité.* Paris : Librairie Générale Française. (Œuvre originale publiée en 1971)

Levinas, E. (2011). *Le temps et l'autre*. Paris : Presses Universitaires de France. (Œuvre originale publiée en 1979)

Lindstrøm, T. (1995). *Kalkulus.* Oslo : Presses de l'Université d'Oslo.

Maheux, J.-F. (2013). Offering and differing. *For the Learning of Mathematics, 33*(1), 17–19.

Martineau, S., Simard, D. et Gauthier, C. (2001). Recherches théoriques et spéculatives : considérations méthodologiques et épistémologiques. *Recherches qualitatives, 22*, 3–32.

Marx, K. (2009). *Le Capital : livre 1.* Paris : Presses Universitaires de France. (Œuvre originale publiée en 1867)

Marx, K. et Engels, F. (2010). *L'idéologie allemande.* Paris : Nathan. (Œuvre originale publiée en 1932)

Merleau-Ponty, M. (2010). *Phénoménologie de la perception.* Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1945)

Merriem, S. B. (1988). *Case study in education : a qualitative approach.* San Francisco (CA) : Jossey-Bass.

Meyor, C. (2007). Le sens et la valeur de l'approche phénoménologique. *Recherches qualitatives* [Hors Série], 103–118.

Meyor, C., Lamarre, A.-M. et Thiboutot, C. (2005). L'approche phénoménologique en sciences humaines et sociales : questions d'amplitude. *Recherches qualitatives, 25*(1), 1–8.

Mikhailov, F. (1980). *The riddle of the self.* Moscou : Progress Publishers.

Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (2001). *La formation à l'enseignement : les orientations - les compétences professionnelles.* Québec : Les publications du Québec.

Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport. (2003). *Programme de formation de l'école québécoise : enseignement secondaire.* Québec : Les publications du Québec.

Morris, P. (1994). *The Bakhtin reader : selected writings of Bakhtin, Medvedev, Voloshinov.* London, New York, Melbourne, Auckland : Edward Arnold Publication.

Nooney, K. (2002). A critical question : why can't mathematics education and history of mathematics coexist ? *Mathematics educator, 12*(1), 29–32.

Paillé, P. et Mucchielli, A. (2010). *L'analyse qualitative en sciences humaines* (2e éd.). Paris : Armand Colin.

Pascal, B. (2004). *Pensées.* Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1669)

Poincarré, H. (1889). La logique et l'intuition dans la science mathématique et dans l'enseignement. *L'Enseignement mathématique, 1*, 157–162.

Pólya, G. (1962). *Mathematical discovery (combined edition).* New York : Wiley.

Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written : a semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learnings of Mathematics, 22*(2), 14–23.

Radford, L. (2003). On culture and mind : a post-vygotskian semiotic perspectiv with an example from greek mathematical thought. Dans M. Anderson, A. Sàenz-Ludlow, S. Zellweger et V. Cifarelli (Dir.), *Educational perspectives on mathematics as semiosis : from thinking to interpreting to knowing* (p. 49–79). Ottawa : Legas Publishing.

Radford, L. (2006). Communication, apprentissage et formation du je-communautaire. Dans B. D'Amore et S. Sbaragli (Dir.), *Proceedings of the 20th National Italien Conference « Incontri con la Matematica »* (p. 65–72). Bologne : Université de Bologne.

Radford, L. (2007). Towards a cultural theory of learning. Dans D. Pitta-Pantazi et G. N. Philippou (Dir.), *Proceedings of the fifth congress of the european society for research in mathematics education (CERME 5)* (p. 1782–1797). Larcana, Chypre : CERME.

Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing : towards a cultural theory of learning. Dans L. Radford, G. Schubring et F. Seeger (Dir.), *Semiotics in mathematics education : epistemology, history, classroom and culture* (p. 215–234). Rotterdam : Sense Publishers.

Radford, L. (2009). L'altérité comme problème éducatif. Dans J. Boissonneault, R. Corbeil et A. Hein (Dir.), *Actes de la 15e journée Sciences et Savoirs* (p. 11–27). Sudbury : Université Laurentienne.

Radford, L. (2011a). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage : la théorie de l'Objectivation. *Éléments*, *1*, 1–27.

Radford, L. (2011b). Embodiment, perception and symbols in the developpement of early algebraic thinking. Dans *Proceedings of the 35th conference of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 17–24). Ankara : PME group.

Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, *80*(1), 101–118.

Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification : knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, *2*(1), 7–44.

Radford, L., Bartolini Bussi, M. G., Bekken, O., Boero, P., Dorier, J.-L., Katz, V. et Vasco, C. (2000). Historical formation and student understanding of mathematics. Dans J. Fauvel et J. van Maanen (Dir.), *History in mathematics education : the ICMI study* (p. 143–167). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Radford, L., Furinghetti, F. et Katz, V. (2007). Introduction : the topos of meaning or the encounter between past and present. *Educational Studies in Mathematics*, *66*(1), 107–110.

Ricoeur, P. (1986). Rhétorique-Poétique-Herméneutique. Dans M. Meyer (Dir.), *De la métaphysique à la rhétorique* (p. 143–155). Bruxelles : Université de Bruxelles.

Roth, W.-M. (2011). *Passibility and the limits of constructivist metaphor*. New York : Springer.

Roth, W.-M. (2012). Mathematical learning, the unseen and the unforeseen. *For the Learning of Mathematics*, *32*(2), 15–21.

Roth, W.-M. et Radford, L. (2011). *A cultural historical perspective on teaching and learning*. Rotterdam : Sense Publishers.

Ruby, C. (2011). *Histoire de la philosophie*. Paris : La Découverte & Syros.

Sabo, K. et Nielsen, G. M. (1984). Critique dialogique et postmodernisme. *Études françaises*, *20*(1), 74–86.

Sartre, J.-P. (1990). *L'être et le néant : essaie d'ontologie phénoménologique*. Paris : Gallimard. (Œuvre originale publiée en 1943)

Saussure, F. de. (2005). *Cours de linguistique générale*. Paris : Payot & Rivages. (Œuvre originale publiée en 1967)

Scheler, M. (2003). *Nature et formes de la sympathie : contribution à l'étude des lois de la vie affective*. Paris : Payot & Rivages. (Œuvre originale publiée en 1923)

Schubring, G. (2007). Ontogeny and phylogeny : categories for cognitive development. Dans F. Furinghetti, S. Kaijser et Tzanakis (Dir.), *Proceedings HPM 2004 & ESU 4 (revised edition)* (p. 329–339). Uppsala : Université d'Uppsala.

Schubring, G., Cousquer, E., Fung, C.-I., El Idrissi, A., Gispert, H., Heiede, T. et Weeks, C. (2000). History of mathematics for trainee teachers. Dans J. Fauvel et J. van Maanen (Dir.), *History in mathematics education : the ICMI study* (p. 91–142). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Sebbah, F.-D. (2004). L'usage de la méthode phénoménologique dans le paradigme de l'énaction. *Intellectica*, *39*(3), 169–188.

Seron, D. (2001). *Introduction à la méthode phénoménologique*. Bruxelles : De Boeck Université.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating*. New York : Cambridge University Press.

Siu, M.-K. (2000). The ABCD of using history of mathematics in the (undergraduate) classroom. Dans Victor Katz (Dir.), *Using history to teach mathematics : an international perspective, MAA notes (Vol. 51)* (p. 3–9). Washington, DC : The Mathematical Association of America.

Siu, M.-K. (2007). No, I don't use history of mathematics in my class : why? Dans Fulvia Furinghetti, S. Kaijser et C. Tzanakis (Dir.), *Proceedings HPM 2004 & ESU 4 (revised edition)* (p. 368–382). Uppsala : Université d'Uppsala.

Siu, M.-K. et Tzanakis, C. (2004). History of mathematics in classroom teaching : appetizer, main course or dessert? *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *3*(1), 5–10.

Smestad, B. (2007). History of mathematics in the TIMSS 1999 video study. Dans Fulvia Furinghetti, S. Kaijser et C. Tzanakis (Dir.), *Proceedings HPM 2004 & ESU 4 (revised edition)* (p. 278–283). Uppsala : Université d'Uppsala.

Smith, E. D., Luse, E. M. et Morss, E. L. (1930). *Teachers' manual to accompany the problem and practice arithmetics*. Boston : Ginn and company.

Tang, K.-C. (2007). History of mathematics for the young educated minds : a Hong Kong reflection. Dans Fulvia Furinghetti, S. Kaijser et C. Tzanakis (Dir.), *Proceedings HPM 2004 & ESU 4 (revised edition)* (p. 630–638). Uppsala : Université d'Uppsala.

Toeplitz, O. (1963). *The calculus : a genetic approach*. Chicago : University of Chicago. (Œuvre originale publiée en 1927)

Tzanakis, C. (2000). Presenting the relation between mathematics and physics on the basis of their history : a genetic approach. Dans Victor Katz (Dir.), *Using history to teach mathematics : an international perspective, MAA notes (Vol. 51)* (p. 111–120). Washington, DC : The Mathematical Association of America.

Tzanakis, C., Arcavi, A., Correia De Sa, C., Isoda, M., Lit, C.-K., Niss, M. et Siu, M.-K. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom : an analytic survey. Dans J. Fauvel et J. van Maanen (Dir.), *History in mathematics education : the ICMI study* (p. 201–241). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Tzanakis, C. et Thomaidis, Y. (2007). The notion of historical « parallelism » revisited : historical evolution and students' conception of the order relation on the number line. *Educational Studies in Mathematics*, *66*(2), 165–183.

Van Manen, M. (1989). Pedagogical text as method : phenomenological research as writing. *Saybrook Review*, *7*(2), 23–45.

Van Manen, M. (1990). *Researching lived experience : human science for an action sensitive pedagogy*. London, Ontario : The althouse press.

Van Manen, M. (1994). *« Doing » phenomenological research and writing : an introduction*. Edmonton : University of Alberta.

Veyne, P. (1971). *Comment on écrit l'histoire : essai d'épistémologie*. Paris : Éditions du Seuil.

Vygotsky, L. (1999). *Collected works*. New York : Plenum Press.

Vygotsky, L. et Luria, A. (1994). Tool and symbol in child developement. Dans R. van der Veer et J. Valsiner (Dir.), *The Vygotsky reader* (p. 99–174). Oxford : Blackwell.

Wang, S. et Choi, S. (Dir.). (2012). *Proceedings of the International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM 2012) satellite meeting of ICMI 12*. Daejeon, Corée du Sud : Korean Society of Mathematical Education et Korean Society for History of Mathematics.

Yin, R.-K. (2003). *Case study research : design and methods* (3e éd.). Thousand Oaks, California : Sage Publications.